

## CÁC ĐỀ THI ĐẠI HỌC HÌNH GIẢI TÍCH TRONG KHÔNG GIAN

### Câu 1(ĐH AN GIANG\_00D)

Cho hình chóp tam giác OABC đỉnh O, đáy là tam giác đều ABC,  $AB=a$ , góc của các cạnh bên OA, OB, OC với mặt phẳng đáy (ABC) bằng nhau và bằng  $45^\circ$ .

1. CMR :  $OA=OB=OC$ .
2. Hãy tính thể tích của hình chóp theo a.

### Câu 2(ĐH AN GIANG\_01B)

Cho hình lập phương ABCD.A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> có các cạnh bên AA<sub>1</sub>, BB<sub>1</sub>, CC<sub>1</sub>, DD<sub>1</sub> và độ dài cạnh AB=a. Cho các điểm M, N trên cạnh CC<sub>1</sub> sao cho  $CM = MN = NC_1$ . Xét mặt cầu (K) đi qua bốn điểm: A, B<sub>1</sub>, M và N.

1. CMR các đỉnh A<sub>1</sub> và B thuộc mặt cầu (K).
2. Hãy tính độ dài của bán kính mặt cầu (K) theo a.

### Câu 3(ĐH AN GIANG\_01B)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài cạnh bằng 1. Các cạnh bên AA', BB', CC', DD'. Đặt hệ trục tọa độ Oxyz sao cho A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1).

1. Hãy viết phương trình chùm mặt phẳng chứa đường thẳng CD'.
2. Ký hiệu (P) là mặt phẳng bất kì chứa đường thẳng CD' còn  $\alpha$  là góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (BB'D'D). hãy tìm giá trị nhỏ nhất của  $\alpha$ .

### Câu 3(ĐH AN NINH\_98A)

Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (d): 
$$\begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

Và hai mặt phẳng (P<sub>1</sub>):  $x + 2y + 2z + 3 = 0$

(P<sub>2</sub>):  $x + 2y + 2z + 7 = 0$

Viết phương trình mặt cầu có tâm I trên đường thẳng (d) và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P<sub>1</sub>), (P<sub>2</sub>).

### Câu 4(ĐH AN NINH\_99A)

Cho hình chóp tam giác S.ABC với SA=x, BC=y, các cạnh còn lại đều bằng 1.

1. Tính thể tích hình chóp theo x và y.
2. Với x, y nào thì thể tích hình chóp là lớn nhất?

### Câu 5(ĐH AN NINH\_00A)

Cho góc tam diện Oxyz và  $\frac{1}{8}$  đường tròn đơn vị  $x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$  trong

góc tam diện ấy. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với  $\frac{1}{8}$  mặt cầu ấy tại M, cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B,

C sao cho  $OA=a>0, OB=b>0, OC=c>0$ . Chứng minh rằng:

1.  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 1$ .
2.  $(1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2) \geq 64$ . Tìm vị trí điểm M để đạt dấu đẳng thức.

Câu 5(ĐH AN NINH\_01A)

Cho hệ toạ độ đề các vuông góc Oxyz. Trên các nửa trục toạ độ Ox, Oy, Oz lấy các điểm tương ứng A(2a;0;0), B(0;2b;0), C(0;0;c) với a>0, b>0, c>0.

1. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) theo a, b, c.
2. Tính thể tích khối đa diện OABE trong đó E là chân đường cao AE trong tam giác ABC.

Câu 6(ĐH AN NINH\_01D)

Cho góc tam diện vuông Oxyz. Trên Ox, Oy, Oz lấy lần lượt các điểm A, B, C có OA = a, OB = b, OC = c (a,b,c>0) .

1. CMR tam giác ABC có ba góc nhọn.
2. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Hãy tính OH theo a, b, c.
3. CMR bình phương diện tích tam giác ABC bằng tổng bình phương diện tích các mặt còn lại của tứ diện OABC.

Câu 7(ĐH BK HN\_97A)

Trong không gian với hệ toạ độ đề các trục chuẩn Oxyz cho M(1;2;-1) và đường thẳng (d) có phương trình :

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$$

Gọi N là điểm đối xứng của M qua đường thẳng (d). Hãy tính độ dài MN.

Câu 8(ĐH BK HN\_98A)

Trong không gian với hệ toạ độ đề các trục chuẩn Oxyz cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) có phương trình:

$$(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases} \quad (P): 2x - y - 2z + 1 = 0$$

1. Tìm toạ độ các điểm thuộc (d) sao cho khoảng cách từ mỗi điểm đó tới (P) bằng 1.
2. Gọi K là điểm đối xứng với I(2;-1;3) qua đường thẳng (d). Hãy xác định toạ độ K.

Câu 9(ĐH BK HN\_99A)

Trong không gian với hệ toạ độ đề các trục chuẩn Oxyz cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) có phương trình:

$$(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$$

$$(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$$

1. Tìm toạ độ giao điểm A của (d) và (P). Tính góc giữa (d) và (P).
2. Viết phương trình hình chiếu vuông góc (d') của (d) trên mặt phẳng (P). lấy điểm B nằm trên (d) sao cho AB=a, với a là số dương cho trước. Xét tỉ số  $\frac{AB+AM}{BM}$  với điểm M di động trên mặt phẳng (P). CMR tồn tại một vị trí của M để tỉ số đó đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất ấy.

Câu 9(ĐH BK HN\_00A)

Trong không gian với hệ trục toạ độ đề các trục chuẩn Oxyz cho bốn điểm S(3;1;-2), A(5;3;-1), B(2;3;-4), C(1;2;0).

1. CMR hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều và ba mặt bên là các tam giác vuông cân.
2. Tính tọa độ điểm D đối xứng với điểm C qua đường thẳng AB. M là điểm bất kì trên mặt cầu có tâm là D, bán kính  $R = \sqrt{18}$  (điểm M không thuộc mặt phẳng (ABC)). Xét tam giác có độ dài các cạnh bằng độ dài các đoạn thẳng MA, MB, MC. Hỏi tam giác ấy có đặc điểm gì?

Câu 10(ĐH BK HN\_01A)

Trong không gian với hệ trục tọa độ đề các trục chuẩn Oxyz cho bốn điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(1;1;0)$ ,  $C(0;1;0)$ ,  $D(0;0;m)$  với m là tham số.

1. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD khi  $m=2$ .
2. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên BD. Tìm các giá trị của tham số m để diện tích tam giác OBH đạt giá trị lớn nhất.

Câu 11(PV BC TT\_98A)

Trong không gian Oxyz cho đường thẳng ( $\Delta$ ) có phương trình :

$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

và đường thẳng ( $\Delta'$ ) có phương trình  $\begin{cases} 3x + y - z + 3 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$

1. CMR hai đường thẳng đó cắt nhau. Tìm giao điểm I của chúng.
2. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng ( $\beta$ ) đi qua hai đường thẳng ( $\Delta$ ) và ( $\Delta'$ ).
3. Tìm thể tích phần không gian giới hạn bởi ( $\beta$ ) và ba mặt phẳng tọa độ.

Câu 12(PV BC TT\_99A)

Cho hai đường thẳng ( $\Delta$ ) và ( $\Delta'$ ) có phương trình sau đây:

$$(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$$

$$(\Delta'): \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-2}$$

1. CMR hai đường thẳng ( $\Delta$ ) và ( $\Delta'$ ) chéo nhau.
2. Viết phương trình đường vuông góc chung của ( $\Delta$ ) và ( $\Delta'$ ).

Câu 13(ĐH CS NN\_00A)

Cho hai đường thẳng ( $d_1$ ) và ( $d_2$ ) có phương trình:

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = -5 + t \end{cases} \quad (d_2): \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 - 2t' \\ z = 5 + 3t' \end{cases}$$

1. CMR hai đường thẳng chéo nhau.
2. Gọi đường vuông góc chung của ( $d_1$ ) và ( $d_2$ ) là MN ( $M \in (d_1)$ ,  $N \in (d_2)$ ). Tìm tọa độ của M, N và viết phương trình tham số của đường thẳng MN.

Câu 14(ĐH Cần Thơ\_98B)

Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Lấy M,N lần lượt trên các cạnh SB,SD,sao cho  $\frac{SM}{BM} = \frac{SN}{DN} = 2$ .

1. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại P. Tính tỉ số  $\frac{SP}{CP}$ .

2. Tính thể tích hình chóp SAMPN theo thể tích V của hình chóp SABCD

Câu 15(ĐH Cần Thơ\_98D)

Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình  $x+y+z+1=0$  và đường thẳng (d) có phương trình  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$

Viết phương trình hình chiếu vuông góc của (d) trên mặt phẳng (P).

Câu 16(HV BCVT\_98A)

Cho hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn C bán kính a, chiều cao  $h=3a/4$   
 Và cho hình chóp đỉnh S, đáy là một đa giác lồi ngoại tiếp C.

1. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp .
2. Biết thể tích khối chóp bằng 4 lần thể tích khối nón, hãy tính diện tích toàn phần của hình chóp.

Câu 17(HV BCVT\_99A)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hình lập phương ABCD.  $A_1B_1C_1D_1$  mà  $D(0;0;0)$ ,  $A(a;0;0)$ ,  $C(0;a;0)$ ,  $D_1(0;0;a)$ . Gọi M là trung điểm của AD, N là tâm của hình vuông  $CC_1D_1D$ . Tìm bán kính của mặt cầu đi qua các điểm B,  $C_1$ , M, N.

Câu 18(HV BCVT\_00A)

Trong không gian cho hai đường thẳng :

$$(\Delta_1): \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3} \quad (\Delta_2): \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$$

1. Hãy lập phương trình chính tắc của đường thẳng  $(\Delta_3)$  đối xứng với  $(\Delta_2)$  qua  $(\Delta_1)$
2. Xét mặt phẳng  $(\alpha) : x+y+z+3=0$ .
  - a) Viết phương trình hình chiếu của  $(\Delta_2)$  theo phương  $(\Delta_1)$  lên mặt phẳng  $(\alpha)$  .
  - b) Tìm điểm M trên mặt phẳng  $(\alpha)$  để  $|\overline{MM_1} + \overline{MM_2}|$  đạt được giá trị nhỏ nhất, biết  $M_1(3;1;1)$  và  $M_2(7;3;9)$ .

Câu 19(HV BCVT\_01A)

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có  $AB=a$ ,  $AD=2a$ ,  $AA'=a$ .

1. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và B'C.
2. Gọi M là điểm chia đoạn AD theo tỉ số  $\frac{AM}{MD} = 3$ . Tính khoảng cách từ M đến (AB'C).
3. Tính thể tích tứ diện AB'D'C.

Câu 20(ĐH Dược HN\_98A)

Cho  $A(0;1;1)$  và hai đường thẳng  $(d_1),(d_2)$

$$(d_1): \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1} \quad (d_2) \begin{cases} x+y-z+2=0 \\ x+1=0 \end{cases}$$

Lập phương trình đường thẳng qua A, vuông góc với  $(d_1)$  và cắt  $(d_2)$ .

**Câu 20**(ĐH Dược HN\_99A)

Cho hình tứ diện ABCD biết tọa độ các đỉnh A(2;3;1), B(4;1;-2), C(6;3;7), D(-5;-4;8). Tính độ dài đường cao của tứ diện xuất phát từ A.

**Câu 21**(ĐH Dược HN\_01A)

Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. S là điểm bất kì trên đường thẳng At vuông góc với (P) tại A.

1. Tính theo a thể tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD khi SA=2a.
2. M, N lần lượt là hai điểm di động trên các cạnh CB, CD ( $M \in CB, N \in CD$ ) và đặt CM=m, CN=n. Tìm một biểu thức liên hệ giữa m và n để các mặt phẳng (SMA) và (SAN) tạo với nhau một góc  $45^\circ$ .

**Câu 22**(ĐH Đà Lạt\_99B)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, cạnh SA vuông góc với đáy. Độ dài các cạnh AB=a, AD=b, SA=2a. Gọi M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện gì? Tính diện tích thiết diện ấy.

**Câu 23**(ĐH Đà Lạt\_01D)

Cho hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 27, diện tích toàn phần bằng 9a và các cạnh lập thành cấp số nhân.

1. Tính các cạnh của hình chữ nhật khi a=6.
2. XĐ a để tồn tại hình hộp chữ nhật có các tính chất nêu trên.

**Câu 23**(ĐH Đà Nẵng\_01A)

Cho mặt phẳng (P) có phương trình  $x - 2y - 3z + 14 = 0$  và điểm M(1;-1;1)

1. Hãy viết phương trình mặt phẳng qua M và song song với (P).
2. Hãy tìm tọa độ hình chiếu H của M trên (P).
3. Hãy tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua (P).

**Câu 24**(ĐH Đà Nẵng\_01A)

Cho tứ diện S.ABC có SA=CA=AB= $a\sqrt{2}$ . SC vuông góc với (ABC), Tam giác ABC vuông tại A, các điểm M thuộc SA và N thuộc BC sao cho AM=CN=t ( $0 < t < 2a$ ).

1. Tính độ dài đoạn thẳng MN.
2. Tìm giá trị t để MN ngắn nhất.
3. Khi MN ngắn nhất hãy chứng minh MN là đường vuông góc chung của BC và SA.

**Câu 25**(ĐH GTVT\_97A)

Trong hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho ba điểm

$$H\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right), K\left(0; \frac{1}{2}; 0\right), I\left(1; 1; \frac{1}{3}\right)$$

- a) Viết phương trình giao tuyến của mặt phẳng (HKI) với mặt phẳng  $x+z=0$  ở dạng chính tắc.
- b) Tính cosin của góc phẳng tạo bởi (HKI) với mặt phẳng tọa độ Oxy.

**Câu 26**(ĐH GTVT\_97A)

Cho tam giác ABC nằm trong mặt phẳng (P). Trên đường thẳng vuông góc với (P) tại A lấy điểm S. Gọi H và K là các hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC.

1. CMR các điểm A, B, C, H, K cùng nằm trên một mặt cầu.
2. Tính bán kính của mặt cầu trên biết  $AB=2, AC=3, \widehat{BAC} = 60^\circ$ .

Câu 27(ĐH GTVT\_98A)

Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu có phương trình  $x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 - 6z - 2 = 0$  và song song với mặt phẳng (P) có phương trình  $4x + 3y - 12z + 1 = 0$ .

Câu 28(ĐH GTVT\_99A)

Trong hệ tọa độ đề các Oxyz cho mặt phẳng (P) có phương trình  $16x - 15y - 12z + 75 = 0$ .

1. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và tiếp xúc với (P).
2. Tìm tọa độ tiếp điểm H của (P) với (S).
3. Tìm điểm đối xứng của gốc tọa độ O qua (P).

Câu 29(ĐH GTVT\_00A)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D', các cạnh của nó có độ dài bằng 1. Trên các cạnh BB', CD, A'D' lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho:  $B'M=CN=D'P=a(0 < a < 1)$ . CMR:

1.  $\overrightarrow{MN} = -a\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + (a-1)\overrightarrow{AA'}$
2.  $\overrightarrow{AC'}$  vuông góc với mặt phẳng (MNP).

Câu 30(ĐH GTVT\_01A)

Cho hình chóp đều S.ABC đỉnh S có các cạnh đáy đều bằng a, đường cao SH=h.

1. XĐ thiết diện tạo bởi hình chóp với mặt phẳng (P) đi qua cạnh đáy BC và vuông góc với cạnh bên SA.
2. Nếu tỉ số  $\frac{h}{a} = \sqrt{3}$  thì mặt phẳng (P) chia thể tích hình chóp theo tỉ số nào?

Câu 31(HV HCQG\_01A)

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có  $AB=a, AD=2a, AA'=a\sqrt{2}$  và M là một điểm thuộc đoạn AD, K là trung điểm của B'M.

1. Đặt  $AM=m(0 \leq m \leq 2a)$ . Tính thể tích khối tứ diện A'KID theo a và m trong đó I là tâm của hình hộp. Tìm vị trí của M để thể tích đó đạt giá trị lớn nhất.
2. Khi m là trung điểm của AD:

a, Hỏi thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (B'KC) là hình gì?

Tính diện tích thiết diện đó theo a.

b, CMR đường thẳng B'M tiếp xúc với mặt cầu đường kính AA'.

Câu 32(ĐH Huế\_98A)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng:

$$(\Delta_1): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases} \quad (\Delta_2): \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

1. Chứng tỏ rằng  $(\Delta_1)$  và  $(\Delta_2)$  chéo nhau. Viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $(\Delta_1)$  và song song với  $(\Delta_2)$ .
2. Tính khoảng cách giữa  $(\Delta_1)$  và  $(\Delta_2)$ .

Câu 33(ĐH Huế\_98A)

Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$  và chiều cao bằng  $a$ .

1. Dựng thiết diện của lăng trụ tạo bởi mặt phẳng đi qua  $B'$  và vuông góc với cạnh  $A'C$ .
2. tính diện tích của thiết diện nói trên.

Câu 34(ĐH Huế\_00A)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz hãy viết phương trình tham số của đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $y+2z=0$  và cắt hai đường thẳng:

$$(\Delta_1): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases} \quad (\Delta_2): \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

Câu 35(ĐH Huế\_00A)

Cho  $S.ABC$  là một tứ diện có tam giác  $ABC$  là tam giác vuông cân đỉnh  $B$  và  $AC=2a$ ; Cạnh  $SA$  vuông góc với  $(ABC)$  và  $SA=a$ .

1. Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .
2. Gọi  $O$  là trung điểm của  $AC$ . Tính khoảng cách từ  $O$  đến  $(SBC)$ .

Câu 36(ĐH Huế\_00D)

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho ba điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;0;3)$ .

1. Viết phương trình tổng quát của các mặt phẳng  $(OAB)$ ,  $(OBC)$ ,  $(OCA)$  và  $(ABC)$ .
2. XĐ tọa độ tâm  $I$  của hình cầu nội tiếp tứ diện  $OABC$ .
3. Tìm tọa độ điểm  $J$  đối xứng với  $I$  qua  $(ABC)$ .

Câu 37(ĐH Huế\_01A)

Cho tứ diện  $OABC$  có cạnh  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA=OB=OC=a$ . Kí hiệu  $M$ ,  $N$ ,  $K$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$ . Gọi  $E$  là điểm đối xứng của  $O$  qua  $K$  và  $I$  là giao điểm của  $CE$  với  $(OMN)$ .

1. Chứng minh  $CE$  vuông góc với  $(OMN)$ .
2. Tính diện tích của tứ giác  $OMIN$  theo  $a$ .

Câu 38(ĐH Huế\_01D)

Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB=2a$ ,  $BC=a$ . các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng  $a\sqrt{2}$ .

1. Tính thể tích của hình chóp  $S.ABCD$ .
2. Gọi  $M$ ,  $N$ ,  $E$ ,  $F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$ ,  $CD$ ,  $SC$ ,  $SD$ . Chứng minh  $SN$  vuông góc với  $(MEF)$ .
3. Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SCD)$ .

Câu 39(ĐH KTQD\_97A)

Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có đường cao  $SO=1$  và đáy  $ABC$  có cạnh bằng  $2\sqrt{6}$ . Điểm  $M$ ,  $N$  là trung điểm của cạnh  $AC$ ,  $AB$  tương ứng. Tính thể tích của hình chóp  $SAMN$  và bán kính hình cầu nội tiếp hình chóp đó.

Câu 40(ĐH KTQD\_98A)

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3} \quad (d_2): \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z - 5 = 0 \end{cases}$$

Câu 41(ĐH KTrúc\_97A)

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac Oxyz cho điểm  $A(1;2;1)$  và đường thẳng

$$(D): \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = z+3.$$

- Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và chứa đường thẳng (D).
- Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (D).

**Câu 42(ĐH KTrúc\_98A)**

Trong không gian với hệ tọa độ đê các trục chuẩn Oxyz cho tứ diện S.ABC với các đỉnh  $S(-2;2;4)$ ,  $A(-2;2;0)$ ,  $B(-5;2;0)$ ,  $C(-2;1;1)$ .

Tính khoảng cách giữa hai cạnh đối SA và BC.

**Câu 43(ĐH KTrúc\_99A)**

Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc Oxyz cho một hình tứ diện có bốn đỉnh  $O(0;0;0)$ ,  $A(6;3;0)$ ,  $B(-2;9;1)$ ,  $S(0;5;8)$ .

- Chứng minh SB vuông góc với OA.
- CMR hình chiếu của SB lên (OAB) vuông góc với OA. Gọi K là giao điểm của hình chiếu đó với OA. Hãy tìm tọa độ K.
- Gọi P, Q lần lượt là điểm giữa các cạnh SO và AB. Tìm tọa độ điểm M trên SB sao cho PQ và KM cắt nhau.

**Câu 44(ĐH KTrúc\_01A)**

Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc Oxyz cho các điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;3;0)$ ,  $C(0;0;3)$ . Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của OA và BC, P và Q là hai điểm trên OC và AB sao cho

$$\frac{OP}{OC} = \frac{2}{3}$$

và hai đường thẳng MN, PQ cắt nhau. Viết phương trình mặt phẳng (MNPQ) và tìm tỉ số

$$\frac{AQ}{AB}$$

**Câu 45(HV KTQS\_97A)**

Tam giác ABC có  $A(1;2;5)$  và phương trình hai trung tuyến là:

$$(d_1): \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1} \quad (d_2): \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-2}{1}$$

- Viết phương trình chính tắc các cạnh của tam giác.
- Viết phương trình chính tắc của đường phân giác trong góc A.

**Câu 46(HV KTQS\_98A)**

Trong không gian với hệ tọa độ đê các trục chuẩn Oxyz cho  $A(4;1;4)$ ,  $B(3;3;1)$ ,  $C(1;5;5)$ ,  $D(1;1;1)$ .

- Tìm hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (ABC) và tính thể tích tứ diện ABCD.
- Viết phương trình tham số đường thẳng vuông góc chung của AC và BD.

**Câu 47(HV KTQS\_00A)**

Cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{2} \quad (d_2): \frac{x+8}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-10}{-1}$$

- Viết phương trình đường thẳng (d) song song với Ox và cắt  $(d_1)$  tại M, cắt  $(d_2)$  tại N. Tìm tọa độ M, N.
- A là điểm trên  $(d_1)$ , B là điểm trên  $(d_2)$ , AB vuông góc với cả  $(d_1)$  và  $(d_2)$ . Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

Câu 48(HV KTQS\_01A)

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho A(4;0;0), B(x<sub>0</sub>;y<sub>0</sub>;0) (với x<sub>0</sub>,y<sub>0</sub> > 0) sao cho OB=8 và  $\widehat{AOB} = 60^\circ$

1. Xác định C trên Oz để thể tích OABC bằng 8.
2. Gọi G là trọng tâm của tam giác OAB và điểm M trên AC có AM=x. Tìm M để OM vuông góc với GM.

Câu 49(ĐH Luật HN\_99A)

1. Trong hệ tọa độ đề các Oxyz cho mặt phẳng (P)  
x + y + z = 3 và mặt cầu (C)

$x^2 + y^2 + z^2 = 12$ . Mặt phẳng (P) cắt (C) theo giao tuyến đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó.

2. Trong hệ tọa độ đề các Oxyz cho A(-1;2;3) và các mặt phẳng (P): x+2=0 và (Q): y-z-1=0

Viết phương trình mặt phẳng (R) qua A vuông góc với cả (P) và (Q).

Câu 50(ĐH Luật HCM\_01A)

Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho hai điểm S(0;0;1), A(1;1;0). Hai điểm M(m;0;0), N(0;n;0) thay đổi sao cho m+n=1 và m>0, n>0.

1. CMR thể tích hình chóp S.OMAN không phụ thuộc vào m và n.
2. Tính khoảng cách từ A đến (SMN). Từ đó suy ra (SMN) tiếp xúc với một mặt cầu cố định.

Câu 51(ĐH Mở Địa Chất\_98A)

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz xét đường thẳng có phương trình

$$(\Delta) \frac{x}{4} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+1}{-2}$$

Và mặt phẳng có phương trình x-y+3z+8=0(P)

Viết phương trình hình chiếu vuông góc của (Δ) trên (P).

Câu 52(ĐH Mở Địa Chất\_99A)

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho mặt cầu (C) đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (Q) lần lượt có phương trình:

$$(C) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 67 = 0$$

$$(\Delta) : \begin{cases} 2x - y + z - 8 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$(Q) : 5x + 2y + 2z - 7 = 0$$

1. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng chứa (Δ) và tiếp xúc với (C).
2. Viết phương trình hình chiếu vuông góc của (Δ) lên (Q).

Câu 53(ĐH Mở Địa Chất\_00A)

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho tam giác ABC có C(3;2;3), đường cao AH nằm trên đường thẳng (d<sub>1</sub>) có phương trình:

$$(d_1) : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{-2}$$

Và đường phân giác trong BM nằm trên đường thẳng  $(d_2)$  có phương trình:

$$(d_2): \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-3}{1}$$

Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.

**Câu 54**(HVNgân Hàng\_98D)

Trong không gian cho hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz và cho tam giác vuông cân OAB, vuông góc tại O, nằm trong mặt phẳng  $(xOy)$  mà đường thẳng AB song song với trục Ox và  $AB=2a$ . Xác định tọa độ điểm A, điểm B, biết rằng A có hoành độ  $x>0$  và tung độ  $y>0$ . Viết phương trình chính tắc của mặt phẳng đi qua điểm  $C(0;0;c)$ ,  $c>0$ , vuông góc với đường thẳng đi qua O và trọng tâm G của tứ diện OABC.

**Câu 55**(HVNgân Hàng\_99D)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a và một điểm M trên cạnh AB,  $AM=x$ ,  $0<x<a$ . Xét mặt phẳng (P) đi qua điểm M chứa đường chéo A'C' của hình vuông A'B'C'D'.

1. Tính diện tích của thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (P).
2. Mặt phẳng (P) chia hình lập phương thành hai khối đa diện, hãy tìm x để thể tích của một trong hai khối đa diện đó gấp đôi thể tích của khối đa diện kia.

**Câu 56**(HVNgân Hàng HCM\_01D)

Cho tứ diện ABCD. Gọi A', B', C', D' tương ứng là trọng tâm của các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC. Gọi G là giao điểm của AA', BB'.

1. Chứng minh rằng:  $\frac{AG}{AA'} = \frac{3}{4}$ .
2. Chứng minh rằng: AA', BB', CC', DD' đồng quy.

**Câu 57**(ĐH Ngoại Ngữ\_97D)

Cho hai đường thẳng có phương trình:

$$(D_1): \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases} \quad (D_2): \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

1. Chứng minh  $(D_1)$  và  $(D_2)$  chéo nhau.
2. Tính khoảng cách giữa  $(D_1)$  và  $(D_2)$ .
3. Viết phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua điểm  $M(1;1;1)$  và cắt đồng thời cả  $(D_1)$  và  $(D_2)$ .

**Câu 57**(ĐH Ngoại Ngữ\_99D)

Bên trong hình trụ tròn xoay cho một hình vuông ABCD cạnh a nội tiếp mà hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng hình vuông tạo với đáy của hình trụ một góc  $45^\circ$ . Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.

**Câu 58**(ĐH Ngoại Ngữ\_00D)

Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau:

$$(a): \begin{cases} 2x + 3y - 1 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases} \quad (b): \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

Tính khoảng cách giữa A và B.

Câu 59(ĐH Ngoại Ngữ\_01D)

Trong không gian Oxyz cho bốn điểm A(2a;0;0), C(0;2a;0), D(0;0;2a), B(2a;2a;0), (a>0) .

1. Gọi E là trung điểm của đoạn BD, hãy tìm tọa độ giao điểm F của đoạn thẳng OE với mặt phẳng (ACD).
2. Tính thể tích hình chóp D.OABC
3. Tìm tọa độ điểm O' đối xứng với O qua đường thẳng DB.

Câu 60(ĐH Ngoại Thương\_98A)

Cho góc tam diện vuông Oxyz. Trên Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C.

1. Tính diện tích tam giác ABC theo OA=a, OB=b, OC=c.
2. Giả sử A, B, C thay đổi nhưng luôn có OA+OB+OC+AB+BC+CA=k (k:hằng số). Hãy xác định giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện OABC.

Câu 61(ĐH Ngoại Thương HCM\_01A)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Giả sử M và N lần lượt là trung điểm của BC và DD'.

1. Chứng minh MN song song với (A'BD).
2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và MN theo a.

Câu 62(ĐH NN I\_97A)

Cho hai điểm A(1;2;3) và B(4;4;5) trong không gian với hệ tọa độ vuông góc Oxyz .

1. Viết phương trình đường thẳng AB. Tìm giao điểm P của nó với mặt phẳng xOy. Chứng tỏ rằng với mọi điểm Q thuộc mp(xOy), biểu thức |QA - QB| có giá trị lớn nhất khi Q trùng P.
2. Tìm điểm M trên mp(xOy) sao cho tổng các độ dài MA+MB nhỏ nhất.

Câu 62(ĐH NN I\_99A)

Trong hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) có phương trình

$$(d): \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$$

$$(P): 2x + y - 2z + 2 = 0$$

1. Lập phương trình mặt cầu (C) có tâm nằm trên đường thẳng (d), tiếp xúc với mp(P) và có bán kính bằng 1.
2. Gọi M là giao điểm của (P) với (d), T là tiếp điểm của mặt cầu (C) với (P). Tính MT.

Câu 63(ĐH Nông Lâm HCM\_01A)

Cho hai đường thẳng:

$$(d): \begin{cases} 2x + 3y - 4 = 0 \\ y + z - 4 = 0 \end{cases} \quad (d'): \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

1. CMR hai đường thẳng (d) và (d') chéo nhau.
2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng đó.
3. Hai điểm A, B khác nhau và cố định trên một đường thẳng (d) sao cho  $AB = \sqrt{117}$ . Khi C di động trên (d'), tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác ABC.

Câu 64(HV QHQT\_97A)

Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  với  $AA'=a$ ,  $AB=b$ ,  $AD=c$ . Tính thể tích tứ diện  $ACB'D'$  theo  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Câu 65(HV QHQT\_98A)

Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  với cạnh bằng  $a$ .

1. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BD'$ .
2. CMR đường chéo  $BD'$  vuông góc với mặt phẳng  $(DA'C')$ .

Câu 66(HV QHQT\_99A)

Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh bằng  $a$ .

1. Giả sử  $I$  là một điểm thay đổi trên cạnh  $CD$ . Hãy xác định vị trí của  $I$  để diện tích tam giác  $IAB$  là nhỏ nhất.
2. Giả sử  $M$  là một điểm thuộc cạnh  $AB$ . Qua điểm  $M$  dựng mặt phẳng song song với  $AC$  và  $BD$ . Mặt phẳng này cắt các cạnh  $AD$  và  $DC$ ,  $CB$  lần lượt tại  $N$ ,  $P$ ,  $Q$ . Tứ giác  $MNPQ$  là hình gì? Hãy xác định vị trí của  $M$  để diện tích tứ giác  $MNPQ$  là lớn nhất.

Câu 67(HV QHQT\_00A)

Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  với cạnh bằng  $a$ . Giả sử  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $A'D'$ ,  $D'C'$ ,  $C'C$ ,  $AA'$ .

1. CMR bốn điểm  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$  cùng nằm trên một mặt phẳng. Tính chu vi của tứ giác  $MNPQ$  theo  $a$ .
2. Tính diện tích tứ giác  $MNPQ$  theo  $a$ .

Câu 68(HV QHQT\_01A)

Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  với  $AB=a$ ,  $BC=b$ ,  $AA'=c$ .

1. Tính diện tích của tam giác  $ACD'$  theo  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
2. Giả sử  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ . Hãy tính thể tích tứ diện  $D'DMN$  theo  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Câu 69(HV QY\_00A)

Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh  $SB$  vuông góc với đáy  $(ABC)$ . Qua  $B$  kẻ  $BH$  vuông góc với  $SA$ ,  $BK$  vuông góc với  $SC$ . Chứng minh  $SC$  vuông góc với  $(BHK)$  và tính diện tích tam giác  $BHK$  biết rằng  $AC=a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$  và  $SB = a\sqrt{2}$ .

Câu 70(HV QY\_01A)

Cho hai nửa mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  vuông góc với nhau theo giao tuyến  $(\Delta)$ . Trên  $(\Delta)$  lấy  $AB=a$  ( $a$  là độ dài cho trước). Trên nửa đường thẳng  $Ax$  vuông góc với  $(\Delta)$  và ở trong  $(Q)$  lấy điểm  $N$  sao

$$\text{cho } BN = \frac{a^2}{b^2}.$$

1. Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(BMN)$  theo  $a$ ,  $b$ .
2. Tính  $MN$  theo  $a$ ,  $b$ . Với giá trị nào của  $B$  thì  $MN$  có độ dài cực tiểu. Tính độ dài cực tiểu đó.

Câu 71(HV QY\_01A)

Trong hệ tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $(d_m)$  có phương trình

$$\begin{cases} mx - y - mz + 1 = 0 \\ x + my + z + m = 0 \end{cases}$$

1. Viết phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  là hình chiếu vuông góc của  $(d_m)$  lên  $mp(xOy)$ .
2. CMR đường thẳng  $(\Delta)$  luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định có tâm là gốc tọa độ.

Câu 72(ĐH QGHN\_97A)

AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng x và y chéo nhau, A thuộc x, B thuộc y. Đặt  $AB=d$ , m là một điểm thay đổi thuộc x, N là một điểm thay đổi thuộc y. Đặt  $AM=m$ ,  $BN=n$  ( $m \geq 0, n \geq 0$ ). Giả sử ta luôn có  $m^2 + n^2 = k > 0$ , k không đổi.

1. Xác định m, n để độ dài đoạn MN đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.
2. Trong trường hợp hai đường thẳng x, y vuông góc với nhau và  $mn \neq 0$ , hãy xác định m, n (theo k và d) để thể tích tứ diện ABMN đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị đó.

Câu 73(ĐH QGHN\_97B)

Cho tam giác ABC cân tại A. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A (M không trùng với A)

1. Tìm quỹ tích trọng tâm G và trực tâm H của tam giác MBC.
2. Gọi O là trực tâm của tam giác ABC, hãy xác định vị trí của M để thể tích tứ diện OHBC đạt giá trị lớn nhất.

Câu 74(ĐH QGHN\_97D)

Cho hình vuông ABCD cạnh a, tâm I. Các nửa đường thẳng Ax, Cy vuông góc với (ABCD) và ở cùng phía với mặt phẳng đó. Cho điểm M không trùng với A trên Ax, cho điểm N không trùng với C trên Cy. Đặt  $AM=m$ ,  $CN=n$ .

1. Tính thể tích của hình chóp B.AMNC.
2. Tính MN theo a, m, n và tìm điều kiện đối với a, m, n để góc MIN vuông.

Câu 75(ĐH QGHN\_98A)

Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho các điểm  $A(a;0;0)$ ,  $B(0;b;0)$ ,  $C(0;0;c)$  ( $a, b, c > 0$ ). Dựng hình hộp chữ nhật nhận O, A, B, C làm bốn đỉnh và gọi D là đỉnh đối diện với đỉnh O của hình hộp đó.

1. Tính khoảng cách từ C đến (ABD).
2. Tính tọa độ hình chiếu vuông góc của C xuống mặt phẳng (ABD). Tìm điều kiện đối với a, b, c để hình chiếu đó nằm trong mặt phẳng (xOy).

Câu 76(ĐH QGHN\_98B)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz xét tam giác đều OAB trong mp(Oxy) có cạnh bằng a, đường thẳng AB song song với trục Oy, điểm A thuộc góc phần tư thứ nhất của mp(Oxy). Xét điểm  $S(0;0;\frac{a}{3})$ .

1. XĐ tọa độ của các điểm A, B và trung điểm E của OA, sau đó viết phương trình của mp(P) chứa SE và song song với Ox.
2. Tính khoảng cách từ O đến (P), từ đó suy ra khoảng cách giữa hai đường thẳng Ox và SE.

Câu 77(ĐH QGHN\_98D)

Cho đường tròn tâm O bán kính R. Xét các hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mặt phẳng đáy (S và A cố định),  $SA=h$  cho trước, đáy ABCD là tứ giác tùy ý nội tiếp đường tròn đã cho mà các đường chéo AC và BD vuông góc với nhau.

1. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.
2. Đáy ABCD là hình gì để thể tích hình chóp đạt giá trị lớn nhất?

Câu 78(ĐH QGHN\_99B)

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho các điểm  $A(a;0;0)$ ,  $B(0;a;0)$ ,  $C(a;a;0)$ ,  $D(0;0;d)$  ( $a>0$ ,  $d>0$ ). Góc  $A'$ ,  $B'$  theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của A xuống các đường thẳng DA, DB.

- Viết phương trình mặt phẳng chứa các đường thẳng  $OA'$ ,  $OB'$ . CMR mặt phẳng đó vuông góc với đường thẳng CD.
- Tính d theo a để góc  $A'OB'$  có số đo bằng  $45^\circ$ .

Câu 79(ĐH QGHN\_99D)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Dựng mặt phẳng chứa đường chéo AC của hình vuông ABCD và đi qua trung điểm M của cạnh B'C'. Mặt phẳng đó chia hình vuông thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

Câu 80(ĐH QGHN\_00A)

Cho hai điểm  $A(0;0;-3)$ ,  $B(2;0;-1)$  và mặt phẳng (P) có phương trình:  

$$3x - 8y + 7z - 1 = 0$$

- Tìm tọa độ giao điểm I của mặt phẳng (P) và đường thẳng đi qua hai điểm A, B.
- Tìm tọa độ của C nằm trên (P) sao cho tam giác ABC là tam giác đều.

Câu 81(ĐH QGHN\_00B)

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho hai điểm  $A(1;-3;0)$ ,  $B(5;-1;-2)$  và mặt phẳng (P) có phương trình:

$$x+y+z-1=0$$

- CMR đường thẳng qua A và B cắt (P) tại một điểm I thuộc đoạn AB. Tìm tọa độ điểm I.
- Tìm trên (P) điểm M sao cho  $|MA - MB|$  có giá trị lớn nhất.

Câu 82(ĐH QGHN\_00D)

Cho một lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác cân đỉnh A,  $\widehat{ABC} = \alpha$ , BC' hợp với đáy (ABC) góc  $\beta$ . Gọi I là trung điểm của AA'. Biết  $\widehat{BIC}$  là góc vuông.

- CMR tam giác BIC vuông cân.
- CMR:  $\text{tg}^2\alpha + \text{tg}^2\beta = 1$ .

Câu 83(ĐH QGHN\_01A)

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho hai mặt phẳng song song  $(P_1), (P_2)$  có các phương trình tương ứng là:

$$(P_1): 2x - y + 2z - 1 = 0$$

$$(P_2): 2x - y + 2z + 5 = 0$$

và điểm  $A(-1;1;1)$  nằm trong khoảng giữa hai mặt phẳng đó. Gọi (S) là mặt cầu bất kì qua A và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng  $(P_1), (P_2)$ .

- CMR bán kính của hình cầu (S) là một hằng số và tính bán kính đó.
- Gọi I là tâm của hình cầu (S). Chứng minh rằng I thuộc một đường tròn cố định. XĐ tọa độ tâm và bán kính của đường tròn đó.

Câu 84(ĐH QGHN\_01B, D)

Cho hình chóp S.ABC đỉnh S, đáy là tam giác cân  $AB=AC=3a$ ,  $BC=2a$ . Biết rằng các mặt bên (SAB), (SBC), (SCA) đều hợp với mặt đáy (ABC) một góc  $60^\circ$ . Kẻ đường cao SH của hình chóp.

1. Chứng tỏ rằng H là tâm vòng tròn nội tiếp tam giác ABC và SA vuông góc với BC.
2. Tính thể tích của hình chóp.

Câu 85(ĐH QGHCM\_98A)

Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) có phương trình.

$$(d): \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 2y - 3z = 0 \end{cases} \quad (P): x + y + z - 3 = 0$$

Tìm phương trình hình chiếu vuông góc của (d) trên (P).

Câu 86(ĐH QGHCM\_98D)

Cho hai nửa đường thẳng Ax, By chéo nhau và vuông góc với nhau, có AB là đường vuông góc chung, AB=a. Lấy các điểm M trên Ax, N trên By với AM=x, BN=y.

1. CMR các mặt của tứ diện ABMN là các tam giác vuông.
2. Tính thể tích và diện tích toàn phần của tứ diện ABMN theo a, x, y.

Câu 87(ĐH QGHCM\_01A)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với (ABCD), SA = a√2. Trên cạnh AD lấy điểm M thay đổi. Đặt góc ACM bằng α. Hạ SN vuông góc với CM.

1. Chứng minh rằng N luôn thuộc một đường tròn cố định và tính thể tích tứ diện SACN theo a và α.
2. Hạ AH vuông góc với SC, AK vuông góc với SN. Chứng minh SC vuông góc với (AHK) và tính độ dài HK.

Câu 88(ĐH SPHN I\_00A)

Trong không gian cho các điểm A, B, C theo thứ tự thuộc các tia Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một sao cho OA=a (a>0), OB = a√2, OC=c (c>0). Gọi D là đỉnh đối diện với O của hình chữ nhật AOBD và M là trung điểm của đoạn BC. (P) là mặt phẳng đi qua A, M và cắt (OCD) theo một đường thẳng vuông góc với đường thẳng AM.

1. Gọi E là giao điểm của (P) với OC, tính độ dài đoạn OE.
2. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện được tạo thành khi cắt khối hình chóp C.AOBD bởi (P)
3. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (P).

Câu 89(ĐH SPHN I\_00B)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' sao cho A trùng với gốc tọa độ O, B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1). Gọi M là trung điểm của đoạn AB, N là tâm của hình vuông ADD'A'.

1. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua các điểm C, D', M, N.
2. Tính bán kính đường tròn giao của (S) với mặt cầu đi qua các điểm A', B, C', D.
3. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương cắt bởi mp(CMN).

Câu 90(ĐH SPHN I\_01A)

Cho hai hình chữ nhật ABCD và ABEF không cùng nằm trong một mặt phẳng và thoả mãn các điều kiện: AB=a, AD = AF = a√2, đường thẳng AC vuông góc với BF. Gọi KH là đường vuông góc chung của AC và BF (H thuộc AC, K thuộc BF).

1. Gọi I là giao điểm của đường thẳng DF với mặt phẳng chứa AC và song song với BF. Tính tỉ số  $\frac{DI}{DF}$ .
2. Tính độ dài đoạn HK.
3. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện ABHK.

**Câu 91(ĐH SPHN I\_01B)**

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB=a, AD=2a, AA'=a√2, M là một điểm thuộc đoạn AD, K là trung điểm của B'M.

1. Đặt AM=m (0 ≤ m < 2a). Tính thể tích khối tứ diện A'KID theo a và m, trong đó I là tâm của hình hộp. Tìm vị trí của điểm M để thể tích tứ diện đó đạt giá trị lớn nhất.
2. Khi M là trung điểm của AD:
  - a) Hỏi thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (B'KC) là hình gì? Tính diện tích thiết diện đó theo a.
  - b) CMR đường thẳng B'M tiếp xúc với mặt cầu đường kính AA'.

**Câu 92(ĐH SPHN II\_98A)**

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho hai đường thẳng có phương trình tương ứng:

$$(d): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad (d'): \begin{cases} x + 2z - 2 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases}$$

1. Chứng minh rằng (d) và (d') chéo nhau. Hãy viết phương trình đường vuông góc chung của (d) và (d').
2. Viết phương trình dạng tổng quát của mặt phẳng cách đều (d) và (d').

**Câu 93(ĐH SPHN II\_00A)**

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho A(1;-1;1) và hai đường thẳng theo thứ tự có phương trình:

$$(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 2t \\ z = -3t \end{cases} \quad (d_2): \begin{cases} 3x + y - z + 3 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

Chứng minh rằng (d<sub>1</sub>), (d<sub>2</sub>) và A cùng thuộc một mặt phẳng.

**Câu 94(ĐH SPHN II\_01A)**

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, đường cao SH và mặt phẳng (α) đi qua A vuông góc với cạnh bên SC. Biết mặt phẳng (α) cắt SH tại H<sub>1</sub> mà  $\frac{SH_1}{SH} = \frac{1}{3}$  và cắt các cạnh bên SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'.

1. Tính tỉ số diện tích thiết diện AB'C'D' và diện tích đáy hình chóp.
2. Cho biết cạnh đáy hình chóp bằng a. Tính thể tích của hình chóp S.AB'C'D'.

**Câu 95(ĐH SPHN\_01B)**

Trong hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng

$$(d_1): \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1} \quad (d_2): \begin{cases} x+y+2z=0 \\ x-y+z+1=0 \end{cases}$$

1. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng  $(d_1), (d_2)$ .
2. Viết phương trình hình chiếu vuông góc của  $(d_1)$  trên mp(Oxy) và viết phương trình hình chiếu vuông góc của  $(d_2)$  trên:

$$(P): x - 2y + z + 3 = 0.$$

Câu 96(ĐH SP Quy Nhơn\_99D)

Trong không gian cho hai đường thẳng có phương trình:

$$(d_1): \begin{cases} x+y=0 \\ x-y+z-4=0 \end{cases} \quad (d_2): \begin{cases} x=1+3t \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases}$$

1. Hãy chứng tỏ hai đường thẳng  $(d_1), (d_2)$  chéo nhau.
2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $(d_1), (d_2)$ .

Câu 97(ĐH SP Quy Nhơn\_99D)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là nửa lục giác đều với  $AD=2a$ ,  $AB=BC=CD=a$  và đường cao  $SO = a\sqrt{3}$ , trong đó O là trung điểm của AD.

1. Tính thể tích của S.ABCD.
2. Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua A và vuông góc với SD. Hãy xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi  $(\alpha)$

Câu 98(ĐH SPHCM\_00A)

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho các đường thẳng

$$(d_1): \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3} \quad (d_2): \begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-y+3z-5=0 \end{cases}$$

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$ .

Câu 99(ĐH SPHCM\_00D)

Trong không gian với hệ trục tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho đường thẳng (d):

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$$

và điểm  $A(3;2;0)$ . XĐ điểm đối xứng của A qua (d).

Câu 99(ĐH SPHCM\_00D)

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a và  $SA=SB=SC=SD=a$ .

1. Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp S.ABCD theo a.
2. tính cosin của góc nhị diện (SAB,SAD).

Câu 100(ĐH SPHCM\_01D)

Cho tam diện vuông Oxyz. Trên ba cạnh Ox, Oy, Oz ta lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho  $OA=a$ ,  $OB=b$ ,  $OC=c$  ( $a, b, c > 0$ ).

1. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên (ABC). Chứng minh H là trực tâm của tam giác ABC. Tính OH theo a, b, c.

2. Chứng minh rằng  $(S_{ABC})^2 = (S_{OAB})^2 + (S_{OBC})^2 + (S_{OAC})^2$  với  $S_{ABC}$ ,  $S_{OAB}$ ,  $S_{OBC}$ ,  $S_{OAC}$  lần lượt là diện tích của các tam giác ABC, OAB, OBC, OAC

Câu 101(ĐH SP Vinh\_97A)

Cho hệ trục Oxyz và hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có đỉnh A trùng với gốc toạ độ, đỉnh B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1). Các điểm M, N thay đổi trên các đoạn thẳng AB', BD tương ứng sao cho AM=BN=a(0 < a <  $\sqrt{2}$ )

- Viết phương trình đường thẳng MN.
- Tìm a để đường thẳng MN đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB' và BD.
- Xác định a để đoạn thẳng MN có độ dài bé nhất và tính độ dài bé nhất đó.
- CMR: Khi a thay đổi thì đường thẳng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định. Hãy viết phương trình của mặt phẳng đó.

Câu 102(ĐH SP Vinh\_98A)

Trong không gian với hệ toạ độ Đề các vuông góc Oxyz cho các điểm A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c) trong đó a, b, c là các số dương.

- CMR tam giác ABC có ba góc nhọn.
- XĐ bán kính và toạ độ tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC.
- Tìm toạ độ của điểm O' đối xứng với O qua (ABC).

Câu 103(ĐH SP Vinh\_99A)

Trong không gian với hệ toạ độ Đề các vuông góc Oxyz cho I(1;2;-2) và mặt phẳng (P):  $2x+2y+z+5=0$

- Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I sao cho giao điểm của (S) và (P) là đường tròn có chu vi bằng  $8\pi$ .
- CMR mặt cầu (S) nói trong phần 1 tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình:  $2x-2=y+3=z$ .
- Lập phương trình mặt phẳng chứa (d) và tiếp xúc với (S).

Câu 104(ĐH SP Vinh\_99B)

Cho tứ diện ABCD. Một mp( $\alpha$ ) song song với AD và BC cắt các cạnh AB, AC, CD, DB tương ứng tại các điểm M, N, P, Q.

- CMR tứ giác MNPQ là hình bình hành.
- XĐ vị trí của ( $\alpha$ ) để diện tích của tứ giác MNPQ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 105(ĐH SP Vinh\_00D)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng 2. Gọi E, F tương ứng là các trung điểm của các cạnh AB và DD'.

- CMR đường thẳng EF song song với (BDC') và tính độ dài EF.
- Gọi K là trung điểm của C'D'. Tính khoảng cách từ đỉnh C đến mp(EKF) và XĐ góc giữa hai đường thẳng EF và BD.

Câu 106(ĐH SP Vinh\_01A)

Trong mặt phẳng (P) cho nửa đường tròn (C) đường kính AC, B là một điểm thuộc (C). Trên nửa đường thẳng Ax vuông góc với (P) ta lấy điểm S sao cho AS=AC, gọi K, H lần lượt là các chân đường vuông góc hạ từ A xuống SB, SC.

- CMR các tam giác SBC, AHK là tam giác vuông.
- Tính độ dài của HK theo AC và BC.

3. XĐ vị trí của B trên (C) sao cho tổng diện tích hai tam giác SAB và CAB lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Câu 107(ĐH SP Vinh\_01D)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Hai điểm M, N chuyển động trên hai đoạn BD và B'A tương ứng sao cho BM=B'N=t. Gọi  $\alpha$  và  $\beta$  lần lượt là các góc tạo bởi MN với các đường thẳng BD và B'A.

1. Tính độ dài MN theo a và t. Tìm t để MN đạt giá trị nhỏ nhất.
2. Tính  $\alpha$  và  $\beta$  khi MN nhỏ nhất.
3. Trong trường hợp tổng quát CM hệ thức:  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = \frac{1}{2}$ .

Câu 108(ĐH TCKT\_99A)

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) có phương trình:

$$(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3} \quad (P): x - y - z - 1 = 0$$

Tìm phương trình chính tắc của đường thẳng ( $\Delta$ ) qua A(1;1;-2) song song với (P) và vuông góc với (d).

Câu 109(ĐH TCKT\_00A)

Cho điểm A(2;3;5) và (P) có phương trình  $2x + 3y + z - 17 = 0$

1. Viết phương trình đường thẳng (d) qua A và vuông góc với (P).
2. CMR đường thẳng (d) cắt Oz, tìm giao điểm M của (d) với Oz.
3. Tìm A' đối xứng với A qua (P).

Câu 110(ĐH TNguyen\_97A)

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với A'(0;0;0), B'(0;2;0), D'(2;0;0). Gọi M,N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của các đoạn D'C', C'B', B'B, AD.

1. Tìm tọa độ hình chiếu của C lên AN.
2. CMR hai đường thẳng MQ và NP cùng nằm trong một mặt phẳng và tính diện tích tứ giác MNPQ.

Câu 111(ĐH TNguyen\_01A)

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho bốn điểm A(1;2;2), B(-1;2;-1), C(1;6;-1), D(-1;6;2).

1. Chứng minh rằng ABCD là một tứ diện và có các cặp cạnh đối bằng nhau.
2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.
3. Viết phương trình ngoại tiếp tứ diện ABCD.

Câu 112(ĐH TM\_97A)

Cho hai đường thẳng chéo nhau có phương trình:

$$(m): \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (n): \begin{cases} x = -3u \\ y = 3 + 2u \\ z = -2 \end{cases}$$

1. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng (m) và (n).

2. Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng (m) và (n).

Câu 113(ĐH TM\_98A)

Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A(0;0;1), B(-1;-2;0), C(2; 1;-1).

- Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P).
- Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với (P).
- XĐ chân đường cao hạ từ A xuống BC và tính thể tích tứ diện OABC.

Câu 114(ĐH TM\_99A)

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) có phương trình.

$$(d): \begin{cases} 2x - y - 2z - 3 = 0 \\ 2x - 2y - 3z - 17 = 0 \end{cases} \quad (P): x - 2y + z - 3 = 0$$

- Tìm điểm đối xứng của A(3;-1;2) qua đường thẳng (d).
- Viết phương trình hình chiếu vuông góc của (d) trên (P).

Câu 115(ĐH TM\_00A)

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M(2;-1;0) vuông góc và cắt đường thẳng (d) có phương trình:

$$\begin{cases} 5x + y + z + 2 = 0 \\ x - y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

Câu 116(ĐH TM\_01A)

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$\begin{cases} x \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha + z \cdot \sin \alpha = 6 \sin \alpha + 5 \cos \alpha \\ x \cdot \sin \alpha - y \cdot \cos \alpha + z \cdot \cos \alpha = 2 \cos \alpha - 5 \sin \alpha \end{cases}$$

Với  $\alpha$  là tham số.

- Chứng minh rằng (d) song song với mặt phẳng:  
 $x \cdot \sin 2\alpha - y \cdot \cos 2\alpha + z - 1 = 0$
- Gọi (d') là hình chiếu vuông góc của (d) trên mặt phẳng (xOy). CMR khi  $\alpha$  thay đổi, đường thẳng (d') luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Câu 117(ĐH Tlợi\_97A)

Viết phương trình đường thẳng đi qua A(3;-2;-4), song song với mặt phẳng có phương trình  $3x-2y-3z-7=0$ , đồng thời cắt đường thẳng

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$$

Câu 118(ĐH Tlợi\_98A)

Trong không gian cho mặt phẳng (P) có phương trình

$$2x + 5y + z + 17 = 0$$

Và đường thẳng (d) có phương trình

$$\begin{cases} 3x - y + 4z - 27 = 0 \\ 6x + 3y - z + 7 = 0 \end{cases}$$

- XĐ giao điểm A của đường thẳng (d) với mặt phẳng (P).

2. Viết phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với (d) và nằm trong (P).

Câu 119(ĐH Tlợi\_99A)

Cho đường thẳng  $(d_k)$  có phương trình:

$$\frac{x-3}{k+1} = \frac{y+1}{2k+3} = \frac{z+1}{1-k}, k \text{ là tham số.}$$

1. Chứng minh  $(d_k)$  luôn nằm trong một mặt phẳng cố định. Viết phương trình mặt phẳng đó.
2. Xác định k để  $(d_k)$  song song với hai mặt phẳng:

$$6x-y-3z-13=0$$

Và  $x-y+2z-3=0.$

Câu 120(ĐH Tlợi\_00A)

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (p) có phương trình:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

$$(P): x + z = 2$$

1. Chứng minh rằng (P) cắt (S). XĐ tâm và bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của (P) và (S).
2. Viết phương trình đường cong  $(C_1)$  là hình chiếu vuông góc của (C) trên mặt phẳng (Oxy).

Câu 121(ĐH Tlợi\_01A)

Trong không gian với hệ tọa độ trục chuẩn Oxyz.

1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua các điểm  $M(0;0;1)$ ,  $N(3;0;0)$  và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc  $\frac{\pi}{3}$ .
2. Cho hai điểm  $A(a;0;0)$ ,  $B(0;b;0)$ ,  $C(0;0;c)$  với a, b, c là ba số dương thay đổi và luôn thỏa mãn:  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ . Xác định a, b, c sao cho khoảng cách từ  $O(0;0;0)$  đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất.

Câu 122(ĐH Văn Hoá\_01A)

Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, với  $AB=AD=a$ ,  $DC=2a$ . cạnh bên SD vuông góc với mặt đáy và  $SD = a\sqrt{3}$  (a là số dương cho trước). Từ trung điểm E của DC dựng EK vuông góc với SC (K thuộc SC).

1. Tính thể tích hình chóp S.ABCD theo a và chứng minh SC vuông góc với (EBK).
2. CMR các điểm S, A, B, E, K, D cùng thuộc một mặt cầu. XĐ tâm và bán kính của mặt cầu theo a.
3. Tính khoảng cách từ trung điểm M của đoạn thẳng SA đến mặt phẳng (SBC) theo a.

Câu 123(ĐH XD\_01A)

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD,  $S(3;2;4)$ ,  $B(1;2;3)$ ,  $D(3;0;3)$ .

1. Lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng AC và SD.
2. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD. Lập phương trình mặt phẳng qua BI và song song với AC.
3. Gọi H là trung điểm của BC, G là trực tâm của tam giác. Tính độ dài HG.

Câu 124(ĐH Y HN\_99B)

Cho hình chóp S.ABC có SA là đường cao và đáy là tam giác ABC vuông tại B. Cho  $\widehat{BSC} = 45^\circ$ . Đặt  $\widehat{ASB} = \alpha$ , tìm  $\alpha$  để góc nhị diện (SC) bằng  $60^\circ$ .

Câu 125(ĐH Y HN\_00B)

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài cạnh đáy  $AB=a$  và  $\widehat{SAB} = \alpha$ . Tính thể tích hình chóp S.ABCD theo a và  $\alpha$ .

Câu 126(ĐH Y HN\_01B)

Cho tứ diện ABCD, trong đó  $BC=a$ ,  $AB=AC=b$ ,  $DB=DC=c$ ,  $\alpha$  là góc phẳng nhị diện cạnh BC ( $\alpha < \frac{\pi}{2}$ ).

Với điều kiện nào đối với b, c thì đường thẳng nối điểm giữa E của BC với điểm giữa F của AD là đường vuông góc chung của BC và AD? Với điều kiện vừa tìm được, hãy chứng minh hình cầu đường kính CD đi qua E, F và tính thể tích tứ diện đã cho.

Câu 127(ĐH Y TBình\_00B)

Cho hình hộp chữ nhật OBCD.O'B'C'D' có  $OB=a$ ,  $OD=b$ ,  $OO'=c$ . M, N lần lượt là trung điểm các cạnh O'B' và BC.

- Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với hai đường thẳng O'N và B'D.
- Tính thể tích hình chóp O'OND.
- I là điểm bất kỳ thuộc OO'. Tính tỉ số thể tích hình chóp ICDD'C' và hình lăng trụ OCD.O'C'D'.

Câu 128(ĐH Y Dược HCM\_98B)

Trong không gian cho hai đường thẳng có phương trình.

$$(d_1): \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{2} \quad (d_2): \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$$

- Chứng tỏ rằng đó là hai đường thẳng chéo nhau.
- Lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

Câu 129(ĐH Y Dược HCM\_00B)

Trong không gian cho đường thẳng  $(d_m)$  có phương trình:

$$\begin{cases} x - my + z - m = 0 \\ mx + y - mz - 1 = 0 \end{cases}$$

- Viết phương trình hình chiếu  $(\Delta_m)$  của  $(d_m)$  lên mp(Oxy).
- CMR khi m thay đổi  $(\Delta_m)$  luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định trong mp(Oxy).

Câu 129(ĐH Y Dược HCM\_00B)

Cho tứ diện ABCD.

- CMR các đường thẳng nối mỗi đỉnh của tứ diện với trọng tâm của mặt đối diện đồng quy tại một điểm. Gọi điểm đó là G.
- CMR các hình chóp đỉnh G với đáy là các mặt của tứ diện ABCD có thể tích bằng nhau.

Câu 130(Đề chung\_02A)

Cho hình chóp tam giác đều S.ABC đỉnh S, có độ dài cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là các trung điểm của các cạnh SB và SC. Tính theo a diện tích của tam giác AMN biết (AMN) vuông góc với (SBC).

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho hai đường thẳng có phương trình:

$$(\Delta_1): \begin{cases} x - 2y + z - 4 = 0 \\ x + 2y - 2z + 4 = 0 \end{cases} \quad (\Delta_2): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

- Viết phương trình mp(P) chứa  $(\Delta_1)$  và song song với  $(\Delta_2)$
- Cho  $M(2;1;4)$ . Tìm tọa độ H thuộc  $(\Delta_2)$  sao cho MH có độ dài nhỏ nhất.

**Câu 131(Đề chung\_02B)**

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a.

Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng A'B và B'D.

Gọi M, N, P lần lượt là các trung điểm của các cạnh BB', CD, A'D'. Tính góc giữa hai đường thẳng MP và C'N.

**Câu 132(Đề chung\_02D)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho mặt phẳng (P) và đường thẳng  $(d_m)$ .

$$(P): 2x - y + 2 = 0$$

$$(d_m): \begin{cases} (2m + 1)x + (1 - m)y + m - 1 = 0 \\ mx + (2m + 1)z + 4m + 2 = 0 \end{cases}$$

Xác định m để  $(d_m)$  song song với (P).

**Câu 133(Đề chung\_03A)**

- Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Tính số đo của góc phẳng nhị diện  $[B, A'C, D]$ .
- Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có A trùng với gốc tọa độ,  $B(a;0;0)$ ,  $D(0;a;0)$ ,  $A'(0;0;b)$  ( $a, b > 0$ ). Gọi M là trung điểm của CC'.
  - Tính thể tích khối tứ diện BDA'M theo a và b.
  - XĐ tỷ số  $\frac{a}{b}$  để hai mặt phẳng (A'BD) và (MBD) vuông góc với nhau.

**Câu 134(Đề chung\_03B)**

- Cho hình lăng trụ đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc BAD bằng  $60^\circ$ . Gọi M là trung điểm của cạnh AA' và N là trung điểm của CC'. CMR bốn điểm B', M, D, N cùng thuộc một mặt phẳng. Hãy tính độ dài AA' theo a để tứ giác B'MDN là hình vuông.
- Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho hai điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;0;8)$  và điểm C sao cho  $\vec{AC} = (0;6;0)$ . Tính khoảng cách từ trung điểm I của BC đến đường thẳng OA.

**Câu 135(Đề chung\_03D)**

- Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz cho đường thẳng:

$$(d_k): \begin{cases} x + 3ky - z + 2 = 0 \\ kx - y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

Tìm k để  $(d_k)$  vuông góc với mặt phẳng (P):  $x - y - 2z + 5 = 0$ .

2. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau, có giao tuyến là đường thẳng ( $\Delta$ ). Trên ( $\Delta$ ) lấy hai điểm A, B với  $AB=a$ . Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C, trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC và BD cùng vuông góc với ( $\Delta$ ) và  $AC=BD=AB$ . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD và tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) theo a.

Câu 136(Dự bị\_02)

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và  $SA \perp (ABC)$ . Tính khoảng cách từ điểm A đến (SBC) theo a, biết rằng  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

Câu 137(Dự bị\_02)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho mặt phẳng (P):

$$x - y + z + 3 = 0 \text{ và hai điểm } A(-1; -2; -3), B(-5; 7; 12).$$

- a. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mp(P).
- b. Giả sử M là một điểm chạy trên mặt phẳng (P), tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $MA + MB$ .

Câu 138(Dự bị\_02)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho đường thẳng:

$$(\Delta): \begin{cases} 2x + y + z + 1 = 0 \\ x + y + z + 2 = 0 \end{cases} \text{ và mặt phẳng (P): } 4x - 2y + z - 1 = 0$$

Viết phương trình hình chiếu vuông góc của ( $\Delta$ ) trên mp(P).

Câu 139(Dự bị\_02)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \begin{cases} x - az - a = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases} \text{ và } (d_2): \begin{cases} ax + 3y - 3 = 0 \\ x + 3z - 6 = 0 \end{cases}$$

- a. Tìm a để  $(d_1), (d_2)$  cắt nhau.
- b. Với  $a = 2$ , viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng  $(d_2)$  và song song với  $(d_1)$ .  
Tính khoảng cách giữa  $(d_1), (d_2)$  khi  $a = 2$ .

Câu 140(Dự bị\_02)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho đường thẳng:

$$(d): \begin{cases} 2x - 2y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

và mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ . Tìm m để đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S) tại hai điểm M, N sao cho khoảng cách giữa hai điểm đó bằng 9.

Câu 141(Dự bị\_03)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho tứ diện ABCD với  $A(2;3;2), B(6;-1;-2), C(-1;-4;3), D(1;6;-5)$ . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng CD sao cho tam giác ABM có chu vi nhỏ nhất.

Câu 142(Dự bị\_03)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho hai đường thẳng

$$(d_1): \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1} \text{ và } (d_2): \begin{cases} 3x - z + 1 = 0 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

- Chứng minh rằng  $(d_1), (d_2)$  chéo nhau và vuông góc với nhau.
- Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $(d)$  cắt cả hai đường thẳng  $(d_1), (d_2)$  và song song với đường thẳng  $(\Delta): \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{2}$ .

Câu 143(Dự bị\_03)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho tứ diện OABC với  $A(0;0;a\sqrt{3})$ ,  $B(a;0;0)$ ,  $C(0;a\sqrt{3};0)$  ( $a > 0$ ). Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM.

Câu 144(Dự bị\_03)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho hai điểm  $I(0;0;1)$ ,  $K(3;0;0)$ . Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm I, K và tạo với mặt phẳng Oxy một góc bằng  $30^\circ$

Câu 145(Đề chung\_03D)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho đường thẳng:

$$(d_k): \begin{cases} x + 3ky - z + 2 = 0 \\ kx - y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

Tìm k để đường thẳng  $(d_k)$  vuông góc với mặt phẳng (P):

$$x - y - 2z + 5 = 0$$

Câu 146(Dự bị\_03)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho mặt phẳng (P):

$$2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$$

và mặt cầu (S):  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ . Tìm m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S). Với m tìm được hãy xác định tọa độ tiếp điểm của (P) và (S).

Câu 147(Dự bị\_03)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho hai điểm  $A(2;1;1)$  và  $B(0;-1;3)$

và đường thẳng  $(d): \begin{cases} 3x - 2y - 11 = 0 \\ y + 3z - 8 = 0 \end{cases}$ .

- Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của đoạn AB và vuông góc với AB, gọi K là giao điểm của  $(d)$  và (P), chứng minh rằng  $(d)$  vuông góc với IK.
- Viết phương trình hình chiếu vuông góc của  $(d)$  trên mặt phẳng có phương trình:  $x + y - z + 1 = 0$ .

Câu 148(Đề chung\_04A)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi, AC cắt BD tại gốc tọa độ O. Biết  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;1;0)$ ,  $S(0;0;2\sqrt{2})$ . Gọi M là trung điểm đoạn SC.

- Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BM.
- Giả sử mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại điểm N. Tính thể tích khối chóp S.ABMN.

**Câu 149(Đề chung\_04B)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcác vuông góc Oxyz cho  $A(-4;-2;4)$  và đường thẳng (d) có phương trình:

$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$$

Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  qua A, cắt và vuông góc với (d).

**Câu 150(Đề chung\_04D)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcác vuông góc Oxyz cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A_1B_1C_1$ . Biết  $A(a;0;0)$ ,  $B(-a;0;0)$ ,  $C(0;1;0)$ ,  $B_1(-a;0;b)$ ,  $a > 0, b > 0$ .

- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $B_1C$  và  $AC_1$  theo a và b.
- Cho a, b thay đổi nhưng luôn thoả mãn  $a + b = 4$ . Tìm a, b để khoảng cách giữa hai đường thẳng  $B_1C$  và  $AC_1$  lớn nhất.

**Câu 151(Đề chung\_04D)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcác vuông góc Oxyz cho ba điểm  $A(2;0;1)$ ,  $B(1;0;0)$ ,  $C(1;1;1)$  và mặt phẳng (P):  $x + y + z - 2 = 0$ . Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm ABC và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

**Câu 152(Đề chung\_05A)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcác vuông góc Oxyz cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P):

$$(d) : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$$

$$(P) : 2x + y - 2z + 9 = 0$$

- Tìm tọa độ điểm I thuộc (d) sao cho khoảng cách từ I đến (P) bằng 2.
- Tìm tọa độ giao điểm A của (d) và (P). Viết phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng (P) biết  $\Delta$  đi qua A và vuông góc với (d).

**Câu 153(Đề chung\_05B)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcác vuông góc Oxyz cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A_1B_1C_1$  với  $A(0;-3;0)$ ,  $B(4;0;0)$ ,  $C(0;3;0)$ ,  $B_1(4;0;4)$ .

- Tìm tọa độ các đỉnh  $A_1, C_1$ . Viết phương trình mặt cầu có tâm là A và tiếp xúc với mặt phẳng  $(BCC_1B_1)$ .
- Gọi M là trung điểm của  $A_1B_1$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, M và song song với  $BC_1$ . Mặt phẳng (P) cắt đường thẳng  $A_1C_1$  tại điểm N. Tính độ dài đoạn MN.

**Câu 154(Đề chung\_05D)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcác vuông góc Oxyz cho hai đường thẳng

$$(d_1) : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}; \quad (d_2) : \begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x + 3y - 12 = 0 \end{cases}$$

- Chứng minh  $(d_1)$  và  $(d_2)$  song song với nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa cả hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$ .

- b. Mặt phẳng toạ độ Oxz cắt hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  lần lượt tại các điểm A và B. Tính diện tích tam giác OAB(O là gốc toạ độ).

Câu 155(Dự bị\_05)

Trong không gian với hệ toạ độ Đê các vuông góc Oxyz cho ba điểm A(2;0;0), C(0;4;0), S(0;0;4).

- Tìm toạ độ điểm B thuộc Oxy sao cho tứ giavs OABC là hình chữ nhật. Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O, B, C, S.
- Tìm toạ độ điểm  $A_1$  đối xứng với điểm A qua đường thẳng SC.

Câu 156(Dự bị\_05)

Trong không gian với hệ toạ độ Đê các vuông góc Oxyz cho ba điểm A(1;1;0), B(0;2;0), C(0;0;2).

- Viết phương trình mp(P) đi qua gốc toạ độ và vuông góc với BC. Tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng AC với (P).
- Chứng minh tam giác ABC là tam giác vuông. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC.

Câu 157(Dự bị\_04)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hai điểm A(2;0;0) và M(1;1;1).

- Tìm toạ độ điểm O' đối xứng với gốc toạ độ O qua đường thẳng AM.
- Giả sử (P) là mặt phẳng thay đổi nhưng luôn đi qua đường thẳng AM và cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại các điểm B(0;b;0), C(0;0;c) với  $b > 0, c > 0$ . Chứng minh rằng:

$$b + c = \frac{bc}{2}$$

Và tìm b, c sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất.

Câu 158(Dự bị\_04)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, AC cắt BD tại gốc toạ độ O. Biết  $A(-\sqrt{2};-1;0)$ ,  $B(\sqrt{2};-1;0)$ ,  $S(0;0;3)$ .

- Viết phương trình mặt phẳng qua trung điểm M của cạnh AB, song song với hai đường thẳng AD và SC.
- Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm B và vuông góc với SC. Tính diện tích thiết diện của hình chóp S.ABCD với mặt phẳng (P).

Câu 159(Dự bị\_05)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho điểm M(5;2;-3) và mặt phẳng (P):

$$2x + 2y - z + 1 = 0$$

- Gọi  $M_1$  là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P). Xác định toạ độ điểm  $M_1$  và tính độ dài đoạn  $M_1M$ .
- Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm M và chứa đường thẳng (d):

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{-6}.$$

Câu 160(Dự bị\_05)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2} \text{ và } (d_2): \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

1. Xét vị trí tương đối của  $(d_1)$  và  $(d_2)$ .
2. Tìm tọa độ các điểm M thuộc  $(d_1)$  và N thuộc  $(d_2)$  sao cho đường thẳng MN song song với mặt phẳng (P):  $x - y + z = 0$  và độ dài đoạn MN bằng  $\sqrt{2}$ .

**Câu 161(Đề chung\_06A)**

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1). Goc M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

1. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng A'C và MN.
2. Viết phương trình mặt phẳng chứa A'C và tạo với mặt phẳng Oxy một góc  $\alpha$  biết

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}.$$

**Câu 162(Dự bị\_06)**

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có A(0;0;0), B(2;0;0), C(0;2;0), A'(0;0;2).

1. Chứng minh A'C vuông góc với BC'. Viết phương trình mặt phẳng (ABC').
2. Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng B'C' trên (ABC').

**Câu 163(Dự bị\_06)**

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng  $(\alpha): 3x + 2y - z + 4 = 0$  và hai điểm A(4;0;0), B(0;4;0). Gọi I là trung điểm của đoạn AB.

1. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với  $(\alpha)$ .
2. Xác định tọa độ điểm K sao cho KI vuông góc với  $(\alpha)$ , đồng thời K cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng  $(\alpha)$ .

**Câu 164(Đề chung\_06D)**

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho A(1;2;3) và hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}, \quad (d_2): \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$$

1. Tìm tọa độ A' đối xứng với A qua đường thẳng  $(d_1)$ .
2. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua A, vuông góc với  $(d_1)$  và cắt  $(d_2)$ .

**Câu 165(Dự bị\_06)**

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P):  $4x - 3y + 11z - 26 = 0$  và hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}, \quad (d_2): \frac{x-4}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{2}$$

1. Chứng minh  $(d_1), (d_2)$  chéo nhau.
2. Viết phương trình đường thẳng (d) nằm trên (P) đồng thời cắt cả  $(d_1), (d_2)$ .

**Câu 166(Đề chung\_06B)**

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho A(0;1;2) và hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}, \quad (d_2): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

- Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, đồng thời song song với  $(d_1)$  và  $(d_2)$
- Tìm tọa độ các điểm M thuộc  $(d_1)$ , N thuộc  $(d_2)$  sao cho ba điểm A, M, N thẳng hàng.

**Câu 167**(Dự bị\_06)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho A(1;2;0), B(0;4;0), C(0;0;3).

- Viết phương trình đường thẳng qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC).
- Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa OA, sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P).

**Câu 168**(Dự bị\_06)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng:

$$(\Delta_1): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 \end{cases}, \quad (\Delta_2): \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$$

- Viết phương trình mặt phẳng chứa  $(\Delta_1)$  và song song với đường thẳng  $(\Delta_2)$ .
- Xác định điểm A trên  $(\Delta_1)$  và điểm B trên  $(\Delta_2)$  sao cho đoạn AB có độ dài nhỏ nhất.

**Câu 169**(Dự bị\_06)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P):  $2x + y - z + 5 = 0$  và các điểm A(0;0;4), B(2;0;0).

- Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB trên (P).
- Viết phương trình mặt cầu đi qua O, A, B và tiếp xúc với (P).

**Câu 170**(Dự bị\_04)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có A trùng với gốc tọa độ O, B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0; $\sqrt{2}$ ).

- Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A', B, C và viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng B'D' trên (P).
- Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và vuông góc với A'C. Tính diện tích thiết diện của hình chóp A'ABCD với (Q).

**Câu 171**(Dự bị\_04)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm A(4;2;2), B(0;0;7) và đường thẳng (d):

$$\frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$$

Chứng minh rằng hai đường thẳng (d) và AB thuộc cùng một mặt phẳng. Tìm điểm C thuộc đường thẳng (d) sao cho tam giác ABC cân tại A.

**Câu 172**(Dự bị\_04)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho A(0;1;1) và đường thẳng (d):

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - z - 2 = 0 \end{cases}$$

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với (d). Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của điểm B(1;1;2) trên (P).

Câu 173(Dự bị\_05)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho các điểm A(2;0;0), B(2;2;0), S(0;0;m)

1. Khi  $m = 2$  tìm tọa độ điểm C đối xứng với O qua mặt phẳng (SAB).
2. Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng SA. Chứng minh rằng với mọi  $m > 0$  diện tích tam giác OBH nhỏ hơn 4.

Câu 174(Dự bị\_04)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho A(1;2;1), B(3;-1;2). Cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) có các phương trình:

$$(d): \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{2}, \quad (P): 2x - y + z + 1 = 0$$

1. Tìm tọa độ điểm C đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P).
2. Viết phương trình đường thẳng ( $\Delta$ ) đi qua điểm A, cắt đường thẳng (d) và song song với mặt phẳng (P).
3. Tìm tọa độ điểm M thuộc mp(P) sao cho tổng khoảng cách MA + MB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 175(Dự bị\_05)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho lăng trụ đứng OAB.O'A'B' với A(2;0;0), B(0;4;0), O'(0;0;4).

1. Tìm tọa độ các điểm A', B'. Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O, A, B, O'.
2. Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng (P) qua M vuông góc với O'A và cắt OA, AA' lần lượt tại N, K. Tính độ dài KN.

Câu 176(Dự bị\_05)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với A(0;0;0), B(2;0;0), D'(0;2;2).

1. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình lập phương. Gọi m là trung điểm của BC. Chứng minh rằng hai mặt phẳng (AB'D') và (AMB') vuông góc với nhau.
2. Chứng minh rằng tỉ số khoảng cách từ điểm N thuộc đường thẳng AC'(N ≠ A') tới hai mặt phẳng (AB'D') và (AMB') không phụ thuộc vào vị trí của N.