

TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG THỊ XÃ CAO LÃNH

TẬP THẺ LỚP CHUYÊN TOÁN NIÊN KHÓA 2006 – 2009

“Nguyễn Đức Tuấn -

TUYỂN TẬP CÁC ĐỀ THI THỬ

ĐẠI HỌC , CAO ĐẲNG
TRÊN TẠP CHÍ



QUA CÁC NĂM

---- Tháng 03-2009 ----



Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2003**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 1
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số: $y = x^4 - mx^2 + 4x + m$.

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi $m = 0$.
2. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị sao cho tam giác có đỉnh là ba điểm cực trị nhận gốc tọa độ làm trọng tâm.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải các phương trình :

$$\log_{2002-x}(\log_{2002-x} x) = \log_x(\log_x(2002-x))$$

2. Tìm tất cả các giá trị của a để tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{2a+x}{2a-x}}$ chứa tập giá trị của hàm

$$\text{số } g(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 4a - 2}.$$

Câu III: (2 điểm)

1. Giải phương trình :

$$\cos^8 x + \sin^8 x = 64(\cos^{14} x + \sin^{14} x)$$

2. Hai đường cao AA_1, BB_1 của tam giác nhọn ABC cắt nhau tại H . Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Chứng minh rằng diện tích tam giác HA_1B_1 bằng $R^2 \cdot \sin 2C \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Câu IV: (2 điểm)

1. Cho tứ diện $OABC$ có: $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 180^\circ$ gọi là OD đường phân giác trong của góc \widehat{AOB}

Hãy tính góc \widehat{BOD} .

2. Trong không gian với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho hai đường thẳng :

$$(\Delta) \begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases} \quad (\Delta') \begin{cases} 3x + y - z + 3 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

- a. Chứng minh rằng hai đường thẳng (Δ) và (Δ') cắt nhau.
- b. Viết phương trình chính tắc của cặp đường thẳng phân giác của các góc tạo bởi (Δ) và (Δ') .

Câu V: (2 điểm)

1. Tính tích phân : $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x dx}{\cos^4 x (\tan^2 x - 2 \tan x + 5)}$

2. Trong hộp đựng $2n$ viên bi có n viên bi đỏ giống hệt nhau và n viên bi xanh đội một khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách khác nhau lấy n viên bi từ hộp đó.

----- **HẾT** -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1-2003:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. Áp dụng định lí Vi-ét bậc ba. **Đáp số:** : $m = 6$.

Câu II:

1. **Đáp số:** $x = 1001$.
2. **Đáp số:** $a > \frac{3 + \sqrt{17}}{8}$.

Câu III:

1. Phương trình vô nghiệm. Áp dụng BĐT Cauchy.
2. Các bạn tự giải.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $\widehat{BOD} = 90^\circ$.
2.
 - a. Chứng minh hệ có nghiệm duy nhất.
 - b. Dùng vectơ đơn vị.

Đáp số:

$$\frac{x + \frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{14}} + \frac{1}{\sqrt{30}}} = \frac{y}{\frac{-2}{\sqrt{14}} + \frac{2}{\sqrt{30}}} = \frac{z - \frac{3}{2}}{\frac{-3}{\sqrt{14}} + \frac{5}{\sqrt{30}}};$$
$$\frac{x + \frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{14}} - \frac{1}{\sqrt{30}}} = \frac{y}{\frac{-2}{\sqrt{14}} - \frac{2}{\sqrt{30}}} = \frac{z - \frac{3}{2}}{\frac{-3}{\sqrt{14}} - \frac{5}{\sqrt{30}}}.$$

Câu V:

1. Đặt $t = \tan x$. **Đáp số:** $I = 2 - \ln 2 - \frac{3\pi}{8}$.
2. **Đáp số:** $\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2003**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 2
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số : $y = -x^3 + ax^2 - 4$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi $a = 3$.

2. Tìm a để phương trình $x^3 - ax^2 + m + 4 = 0$ luôn có 3 nghiệm phân biệt, với mọi giá trị của m thỏa điều kiện : $-4 < m < 0$.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \sqrt{1-x} + \sqrt{1-y} = \sqrt{2} \\ \sqrt{1+x} + \sqrt{1+y} = \sqrt{6} \end{cases}$$

2. Tính : $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\sqrt{\frac{x+2}{x}} - \sqrt[3]{\frac{x+3}{x}} \right)$.

Câu III: (2 điểm)

1. Tìm các nghiệm của phương trình: $\sin \frac{2x+1}{x} + \sin \frac{2x+1}{3x} - 2 \cos^2 \frac{2x+1}{3x} = 0$ thỏa mãn điều kiện : $x \geq \frac{1}{10}$.

2. Cho tam giác ABC thỏa mãn điều kiện : $\sqrt[3]{r_a r_b r_c} = \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{S}$ (trong đó S là diện tích của tam giác ; r_a, r_b, r_c lần lượt là bán kính các đường tròn bàng tiếp ứng với các đỉnh A, B, C). Chứng minh rằng tam giác ABC đều.

Câu IV: (2 điểm)

1. Cho hai hình chóp $SABCD$ và $S'ABCD$ có chung đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a . Hai đỉnh S và S' nằm về cùng một phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$, có hình chiếu vuông góc lên đáy lần lượt là trung điểm H của AD và trung điểm K của BC. Tính thể tích phần chung của hai hình chóp, biết rằng $SH = SK = h$.

2. Trên mặt phẳng tọa độ cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 = 9$. Tìm m để trên đường thẳng $y = m$ có đúng 4 điểm sao cho từ mỗi điểm đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến (C) và mỗi cặp tiếp tuyến đó tạo thành một góc 45° .

Câu V: (2 điểm)

1. Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{1+x^4}{1+x^6} \right) dx$

2. Trong một buổi liên hoan có 6 cặp nam nữ, trong đó có 3 cặp là vợ chồng và cần chọn 3 người đứng ra tổ chức liên hoan. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào ?

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 2-2003:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
 2. Lập bảng biến thiên.
- Đáp số:** $a \geq 3$.

Câu II:

1. Áp dụng BĐT B.C.S. **Đáp số:** $x = y = \frac{1}{2}$
2. **Đáp số:** $\frac{1}{2}$.

Câu III:

1. Đặt $t = \frac{2x+1}{3x} \left(t \geq \frac{1}{10} \right)$. **Đáp số:** $x = \frac{1}{3\pi-4}; \frac{2}{5\pi-4}$.
2. Các bạn tự giải.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $V = \frac{5}{24} a^2 h$.
2. **Đáp số:** $\frac{-6}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} < m < \frac{6}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$.

Câu V:

1. **Đáp số:** $I = \frac{\pi}{3}$.
2. **Đáp số:** 190 cách.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2003**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 3
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{x^2 - x + m}{x - 1}$ (C_m) ($m \neq 0$)

1. Khảo sát hàm số với $m=1$.
2. Tìm m để đồ thị hàm số (C_m) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các tiếp tuyến với đồ thị tại A, B vuông góc với nhau.
3. Tìm m để tam giác tạo bởi một tiếp tuyến bất kì của đồ thị (C_m) và hai đường tiệm cận có diện tích nhỏ hơn 2.

Câu II: (2 điểm)

1. Chứng minh rằng nếu tam giác ABC có các góc thoả mãn điều kiện sau thì nó là tam giác đều
$$\left(\sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} \right) \left(\cos \frac{A}{2} + \cos \frac{B}{2} + \cos \frac{C}{2} \right) = \frac{3}{2} (\sin A + \sin B + \sin C).$$
2. Tìm m để hai phương trình sau tương đương:
$$\frac{\sin x + \sin 2x}{\sin 3x} = -1 \text{ và } \cos x + m \sin 2x = 0.$$

Câu III: (2 điểm)

1. Giải phương trình : $\log_2 \frac{x^2 - x + 1}{2x^2 - 4x + 3} = x^2 - 3x + 2.$
2. Giải bất phương trình : $3^x + 5^x < 2 \cdot 4^x.$

Câu IV: (2 điểm)

1. Hãy lập phương trình các cạnh của một hình vuông ngoại tiếp elip $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1.$
2. Trong không gian với hệ tọa độ Đề-các vuông góc Oxyz cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z + 2 = 0$ và hai điểm $A(4;1;3), B(2;-3;-1).$
Hãy tìm điểm M thuộc (P) sao cho $MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất.

Câu V: (2 điểm)

1. Tính $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx.$
2. Tìm hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $\left(\frac{1}{2} + \frac{2x}{3} \right)^{10}$ ra đa thức.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 3-2003:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.

2. Áp dụng định lí Vi-ét.

Hai tiếp tuyến vuông góc khi $k_1.k_2 = -1$.

Đáp số: $m = \frac{1}{5}$.

3. **Đáp số:** $|m| < 1 (m \neq 0)$.

Câu II:

1. Gọi ý: với mọi ΔABC , $\sin \frac{A}{2} \geq \sin \frac{B}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} \leq \cos \frac{B}{2}$.

2. $\frac{\sin x + \sin 2x}{\sin 3x} = -1 \Leftrightarrow \cos x = 0$.

Đáp số: $|m| \leq \frac{1}{2}$.

Câu III:

1. **Đáp số:** $x = 1; x = 2$

2. Dùng đạo hàm, lập bảng xét dấu.

Đáp số: $0 < x < 1$.

Câu IV:

1. Phương trình các cạnh hình vuông là: $x + y + 2 = 0$; $-x + y + 2 = 0$; $x + y - 2 = 0$; $-x + y - 2 = 0$.

2. **Đáp số:** $M(2; 1; -1)$

Câu V:

1. Đặt $x = \tan t$. **Đáp số:** $I = \frac{\pi}{8} \ln 2$

2. **Đáp số:** $a_6 = \frac{840}{729}$

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2003**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 4
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số : $y = mx - 1 + \frac{1}{x+1}$.

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số ứng với $m = 2$.
2. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt các đường thẳng $y = x$ tại hai điểm A, B mà các tiếp tuyến với đồ thị tại A và B song song với nhau .

Câu II: (1 điểm)

Xác định hệ số của $x^5 y^3 z^6 t^6$ trong khai triển đa thức $(x + y + z + t)^{20}$.

Câu III: (2 điểm)

Kí hiệu a, b, c và r lần lượt là độ dài ba cạnh và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều khi và chỉ khi:

$$\frac{1}{(p-a)^2} + \frac{1}{(p-b)^2} + \frac{1}{(p-c)^2} = \frac{1}{r^2}.$$

Câu IV. (2 điểm)

1. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = (x+1)(x^2 - x - 4mx + 3m^2 - m - 2)$ tiếp xúc với trục hoành.

2. Với n là một số nguyên không âm tùy ý đã cho, tính $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^{4n} x dx$.

Câu V: (3 điểm)

Trong hệ tọa độ Đề-các vuông góc $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a , trong đó A' trùng với gốc O ; $B' \in Ox$; $D' \in Oy$; $A \in Oz$. Giả sử M và N lần lượt trên BB' và AD sao cho $BM = AN = b$ ($0 < b < a$). Gọi I, I' lần lượt là trung điểm các cạnh AB và $C'D'$.

1. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm I, M, N . Chứng tỏ rằng (α) cũng đi qua I' .
2. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mp (α) với hình lập phương đã cho.
3. Xác định vị trí của M sao cho chu vi thiết diện nói trên nhỏ nhất.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 4-2003:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. **Đáp số:** $m = 0$ hoặc $m = 2$.

Câu II:

Đáp số: $C_{20}^5 \cdot C_{15}^3 \cdot C_{12}^6$.

Câu III:

Áp dụng BĐT Cauchy.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $m = 0; -1; -\frac{3}{2}$

2. Xét hiệu $I_k - I_{k-1}$.

$$I_n = \frac{1}{4n-1} - \frac{1}{4n-3} + \frac{1}{4n-5} - \frac{1}{4n-7} + \frac{1}{4n-9} - \frac{1}{4n-11} + \dots + \frac{1}{3} - \frac{1}{1} + \frac{\pi}{4}.$$

Câu V:

1. Các bạn tự giải.

2. **Đáp số:** $S = \frac{\sqrt{2}}{2}(2a-b)\sqrt{a^2+2b^2}$

3. Dùng đạo hàm. Chu vi thiết diện nhỏ nhất bằng $3\sqrt{2}a$, đạt được khi và chỉ khi m là trung điểm BB' .

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2004**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 1
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ (C)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C). Hãy viết phương trình hai đường thẳng đi qua I sao cho chúng có hệ số góc nguyên và cắt (C) tại 4 điểm phân biệt là các đỉnh của một hình chữ nhật.

Câu II: (2 điểm)

1. Bằng định nghĩa hãy tính đạo hàm của hàm số : $f(x) = |x|^3 + e^x$ tại điểm $x=0$
2. Biện luận theo m , miền xác định của hàm số : $y = \frac{\sqrt{mx^2 + (m+3)x + 3}}{x+1}$
3. Các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z \leq 0$.
Hãy tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $F = 2x + 3y - 2z$.

Câu III: (2 điểm)

1. Các góc của tam giác ABC thỏa mã điều kiện :

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = \sin A + \sin B + \sin C + 4 \sin \frac{A-B}{2} \sin \frac{B-C}{2} \sin \frac{C-A}{2}$$

Chứng minh tam giác ABC đều.

2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3 \tan \frac{y}{2} + 6 \sin x = 2 \sin(y-x) \\ \tan \frac{y}{2} - 2 \sin x = 6 \sin(y+x) \end{cases}$$

Câu IV: (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Đêcac vuông góc Oxy cho Hypebol $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$). (H). Trên (H) lấy 6 điểm phân biệt A_i ($i=1, \dots, 6$) sao cho : $A_1A_2 // A_4A_5$; $A_2A_3 // A_5A_6$. Chứng minh rằng $A_3A_4 // A_1A_6$
2. Cho tứ diện ABCD có bán kính mặt cầu nội tiếp là r . Chứng minh rằng: $V_{ABCD} \geq \frac{32}{3} r^3$.

Câu V: (2 điểm)

1. Tìm $x > 0$ sao cho $\int_0^x \frac{t^2 e^t}{(t+2)^2} dt = 1$.
2. Có bao nhiêu số tự nhiên có đúng 2004 chữ số mà tổng các chữ số bằng 4.

----- **HẾT** -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1-2004:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. **Đáp số:** $\Delta_1 : y = 2(x-1)$; $\Delta_2 : y = 3(x-1)$.

Câu II:

1. **Đáp số:** $f'(x) = -1$
2. $TH_1 : m = 0 : D = (-1; +\infty)$
 $TH_2 : m > 3 : D = (-\infty; -1) \cup \left[\frac{-3}{m}; +\infty \right)$
 $0 < m < 3 : D = \left(-\infty; \frac{3}{m} \right] \cup (-1; +\infty)$
 $m < 0 : D = \left(-1; \frac{-3}{m} \right]$
3. Sử dụng bất đẳng thức B.C.S hoặc vận dụng hình học giải tích trong không gian.

Câu III:

1. $4 \sin \frac{A-B}{2} \sin \frac{B-C}{2} \sin \frac{C-A}{2} = \sin(C-B) + \sin(B-A) + \sin(A-C)$
2. Nếu $\tan \frac{y}{2} = 0$ hệ có nghiệm $(l\pi; k2\pi)$
Nếu $\tan \frac{y}{2} = \sqrt{3}$ hệ có nghiệm $(\alpha + l2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi)$ trong đó $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right)$ và
 $\cos \alpha = \frac{1}{7}, \sin \alpha = \frac{-4\sqrt{3}}{7}$
Nếu $\tan \frac{y}{2} = -\sqrt{3}$ hệ có nghiệm $\left(-\alpha + l2\pi; \frac{-2\pi}{3} + k2\pi \right)$ trong đó $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right)$ và
 $\cos \alpha = \frac{1}{7}, \sin \alpha = \frac{-4\sqrt{3}}{7}$.

Câu IV:

1. $A_i(x_i; \frac{a}{x_i})$

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* qua các năm

Chứng minh : $A_1A_2 // A_4A_5 \Leftrightarrow x_1x_2 = x_4x_5$

$$2. V = \frac{1}{3} h_a \cdot dt(BCD) = \frac{1}{6} h_a \cdot CD \cdot BK \geq \frac{1}{6} h_a \cdot h_b \cdot h_c$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_d} \geq \frac{4}{\sqrt[4]{h_a h_b h_c h_d}}.$$

Câu V:

1. Đáp số: $x=2$.

2. Đáp số: 1343358020.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2004**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 2
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2,25 điểm)

1. Khảo sát hàm số $y = |x + 2| + \frac{1}{x}$ (C)

2. Tìm m để phương trình $|x + 2| + \frac{1}{x} = \log_2(\log_{\frac{1}{2}} m)$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Câu II: (2,25 điểm)

1. Giải phương trình : $\cos 3x \sin 2x - \cos 4x \sin 2x = \frac{1}{2} \sin 3x + \sqrt{1 + \cos x}$.

2. Giải bất phương trình : $\sqrt{8 + 2^{1+\sqrt{3-x}} - 4^{\sqrt{3-x}}} + 2^{1+\sqrt{3-x}} > 5$.

Câu III: (1 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh bằng 1. Hai điểm M, N lần lượt di chuyển trên cạnh AD và DC sao cho $AM=x$, $CN=y$ và $\angle MBN = \frac{\pi}{4}$. Tìm x, y để diện tích tam giác MBN đạt giá trị lớn nhất ? Nhỏ nhất ?

Câu IV: (3,5 điểm)

1. Trong không gian với hệ trục tọa độ Đề các vuông góc $Oxyz$ sao cho mặt cầu (I,R) có phương trình : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng (α) có phương trình : $2x + 2y - z + 17 = 0$.

Lập phương trình mặt phẳng (β) song song mặt phẳng (α) và cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.

2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$. Gọi M là một điểm trên cạnh AA_1 . Đặt $\angle BMC = \alpha$, góc giữa (MBC) và (ABC) là β .

a. Chứng minh rằng : $\frac{1}{\cos \alpha} - 1 = \frac{2}{\tan^2 \beta}$

b. Tính thể tích hình lăng trụ theo a, α biết rằng M là trung điểm AA_1 .

Câu V: (1 điểm)

Trong khai triển $\left(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}} \right)^{21}$ tìm số hạng chứa a, b có số mũ bằng nhau.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 2-2004:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.

2. Đáp số:
$$\begin{cases} \frac{1}{2} < m < \left(\frac{1}{2}\right)^{1/\sqrt{2}} \\ 0 < m < \left(\frac{1}{2}\right)^{16} \end{cases} .$$

Câu II:

1. Đáp số: $x = \pi + k2\pi$

2. Đáp số: $-1 \leq x < 3$

Câu III:

Đáp số: $x = y = \sqrt{2} - 1$.

Câu IV:

1. Đáp án: $(\beta): 2x + 2y - z - 7 = 0$.

2. Đáp số: $V = 2a^3 \frac{\sqrt{\cos \alpha}}{\sin(\alpha/2)}$.

Câu V:

Đáp số: $C_{21}^{12} a^{5/2} b^{5/2}$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2004**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 3
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2,5 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - (4m + 1)x^2 + (7m + 1)x - 3m - 1$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với $m = -1$
2. Tìm m để hàm số có cực trị đồng thời các giá trị cực đại, cực tiểu hàm số trái dấu nhau.
3. Tìm m để đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x - y = e^x - e^y \\ \log_2^2 x + 3 \log_{\frac{1}{2}} y + 2 = 0 \end{cases}$$

2. Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm:
$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 1 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = m \end{cases}$$

Câu III: (2 điểm)

1. Biết tam giác ABC có cả ba góc cùng là nghiệm của phương trình $2\sin 2x + \tan x = 2\sqrt{3}$.

Chứng minh rằng tam giác ABC đều.

2. Tìm GTLN biểu thức : $Q = \sin^2 A + \sin^2 B + 2\sin^2 C$, trong đó A,B,C là ba góc một tam giác bất kì.

Câu IV: (2 điểm)

1. Cho hypebol có phương trình $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ (H)

Giả sử (d) là một tiếp tuyến thay đổi và F là một tiêu điểm của (H). Kẻ FM vuông góc với (d). Chứng minh rằng điểm M luôn nằm trên một đường tròn cố định.

2. Cho hình chóp SABC có $SA = 2BC$, góc $\angle BAC = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy ABC. Kẻ AM, AN lần lượt vuông góc với SB, SC.

Tính góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mặt phẳng (AMN) và (ABC).

Câu V: (1,5 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy cho hình tròn $(x-2)^2 + y^2 \leq 1$. Tính thể tích của khối trụ tròn xoay được tạo thành khi quay hình tròn đó một vòng xung quanh Oy.

2. Tính số nghiệm nguyên dương phương trình : $x + y + z = 100$.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 3-2004:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.

2. Đáp số: $\begin{cases} m < -\frac{1}{4} \\ m > 1, m \neq 2 \end{cases}$.

3. Đáp số: $m = 2, m = -1, m = 4$.

Câu II:

1. Đáp số: $x = 2, x = 4$.

2. Đáp số: $\frac{3-2\sqrt{2}}{3} \leq m \leq \frac{3+2\sqrt{2}}{3}$.

Câu III:

1. Đặt $t = \tan x$.

2. Đáp số: $\text{Max } Q = \frac{25}{8}$.

Câu 4:

1. Điểm M nằm trên đường tròn $x^2 + y^2 = 5$.

2. Đáp số: 30° .

Câu 5 :

1. Đáp số: $V = 4\pi^2$.

2. . Đáp số: C_{99}^2 .

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2004**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 4
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 8}{x - m}$ (C_m)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số với $m = 6$
2. Với giá trị nào của m thì hàm số có cực đại và cực tiểu. Khi đó viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực đại và cực tiểu đó.
3. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (C_m) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt. Chứng tỏ rằng : Hệ số góc của tiếp tuyến tại các giao điểm đó được tính bởi công thức : $k = \frac{2x + m}{x - m}$.

Câu II: (2 điểm)

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình : $4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 2m$ có nghiệm thuộc $[0;1]$.
2. Giải phương trình $\frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}} = 1 + \sqrt{3+2x-x^2}$.

Câu III: (2 điểm)

1. Giải phương trình : $\int_0^x \sin 2t \cdot \sqrt{1 + \cos^2 t} dt = 0$.
2. Tính độ lớn các góc tam giác ABC nếu có $2 \sin A \cdot \sin B (1 - \cos C) = 1$.

Câu 4 : (2 điểm)

1. Parabol $y^2 = 2x$ chia diện tích hình tròn $x^2 + y^2 = 8$ theo tỉ số nào.
2. Tính tổng : $S = C_{2003}^0 + \frac{1}{3} C_{2003}^2 + \frac{1}{5} C_{2003}^4 + \dots + \frac{1}{2003} C_{2003}^{2002}$.

Câu 5 : (1,5 điểm)

1. Cho họ đường tròn có phương trình : $x^2 + y^2 - 2(m+1)x - 4my - 5 = 0$
 - a. Tìm điểm cố định thuộc họ đường tròn khi m thay đổi.
 - b. Tìm tập hợp các điểm có cùng phương tích đối với mọi đường tròn trong họ đường tròn đã cho.
2. Cho hình chóp tứ giác SABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$. Chiều cao SO của hình chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, trong đó O là giao điểm của hai đường chéo đáy. Gọi M là trung điểm cạnh AD, (α) là mặt phẳng đi qua BM, song song với SA, cắt SC tại K. Tính thể tích hình chóp K.BCDM.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 4-2004:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. **Đáp án:** $m < -2$ hoặc $m > 2$; $y = 2x + m$.

Câu II:

1. **Đáp số:** $-2 + \sqrt{11} \leq m \leq 4$.
2. **Đáp số:** $S = \{-1; 3\}$.

Câu III:

1. **Đáp số:** $x = k\pi$.
2. **Đáp số:** $\angle C = 90^\circ, \angle A = \angle B = 45^\circ$.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $\frac{2\pi + 4/3}{6\pi - 4/3}$.
2. **Đáp số:** $S = \frac{2^{2003}}{2004}$.

Câu V:

1.
 - a. **Đáp số:** $M_1(2 - \sqrt{29}; \frac{-2 + \sqrt{29}}{2}); M_2(2 + \sqrt{29}; \frac{-2 - \sqrt{29}}{2})$.
 - b. **Đáp án:** $x + 2y = 0$.
2. **Đáp số:** $V = \frac{a^3}{8}$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2004**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 5
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số : $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.
2. Giả sử A và B là hai điểm trên đồ thị của hàm số có hoành độ tương ứng là x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1 + x_2 = 2$. Chứng minh rằng các tiếp tuyến với đồ thị tại các điểm A và B song song với nhau.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $3x^2 - 2x^3 = \log_2(x^2 + 1) - \log_2 x$.
2. Giải và biện luận phương trình : $\sqrt{a-x} + \sqrt{a+x} = 4$ (a là tham số).

Câu III: (2 điểm)

1. Giải phương trình : $4\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x = \cos 6x$.
2. Tam giác ABC có các góc thỏa mãn $2\sin A + 3\sin B + 4\sin C = 5\cos \frac{A}{2} + 3\cos \frac{B}{2} + \cos \frac{C}{2}$
Chứng minh rằng tam giác ABC đều.

Câu IV: (2 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho elip (E) có phương trình $x^2 + 4y^2 = 4$

Giả sử (t) là một tiếp tuyến bất kì của (E) mà không song song với Oy . Gọi M, N là các giao điểm của (t) với các tiếp tuyến của (E) tương ứng tại các đỉnh $A_1(-2;0); A_2(2;0)$.

1. Chứng minh rằng $\overline{A_1M} \cdot \overline{A_2N} = 1$
2. Chứng minh rằng khi tiếp tuyến (t) thay đổi thì đường tròn đường kính MN luôn đi qua hai điểm cố định.

Câu V: (2 điểm)

1. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 - 3x^2 + 1}$.
2. Chứng minh rằng với mọi n nguyên dương ta luôn có $1^2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + \dots + n^2 \cdot C_n^n = n(n+1)2^{n-2}$.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 5-2004:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.

2. $y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$. Từ $x_1 + x_2 = 2$ có $(x_1 - 1)^2 = (x_2 - 1)^2 \Rightarrow y'(x_1) = y'(x_2)$
 $\Rightarrow đpcm$

Câu II:

1. Đáp số: $x = 1$.

2. Đáp án: $a \in [4;8]$, phương trình có hai nghiệm $x = \pm 4\sqrt{a-4}$
 $a \notin [4;8]$, phương trình vô nghiệm.

Câu III:

1. Đáp số: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$, $x = \pm \frac{\pi}{3} + m\pi$.

2. Sử dụng $\sin A + \sin B \leq 2 \cos \frac{C}{2}$.

Câu IV:

1. Các bạn tự giải.

2. Đường tròn đường kính MN luôn đi qua hai tiêu điểm M, N của (E).

Câu V:

1. Đáp án: $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{u-1}{u+1} \right| + C$ với $u = x - \frac{1}{x}$.

2. Các bạn tự giải.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2005**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 1
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (5m - 2)x + 2m + 1}{x - 1}$ (1)

1. Khảo sát hàm số (1) trên.
2. Tìm m để hàm số (1) có cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực đại, cực tiểu nhỏ hơn $2\sqrt{5}$.

Câu II: (2 điểm)

1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\cos x - \cos 3x} - 1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$

Tính đạo của hàm số tại $x = 0$

2. Giải phương trình :

$$\frac{\sin^3 x \cdot \sin 3x + \cos^3 x \cdot \cos 3x}{\tan(x - \frac{\pi}{6}) \cdot \tan(x + \frac{\pi}{3})} = \frac{1}{8}$$

Câu III: (2 điểm)

1. Giải bất phương trình:

$$\frac{3}{\log_2(x+1)} > \frac{2}{\log_2(x+1)}$$

2. Tính $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{4 - 3x^2} dx$

Câu IV: (2 điểm)

1. Cho đường thẳng $(d): x - 2y - 2 = 0$ và hai điểm $A(0;1)$ và $B(3;4)$. Hãy tìm tọa độ của điểm M trên (d) sao cho $2MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất.

2. Cho đường parabol có phương trình $y^2 = -4x$ và giả sử F là tiêu điểm của nó. Chứng minh rằng nếu một đường thẳng đi qua F và cắt parabol tại hai điểm A, B thì các tiếp tuyến với parabol tại A, B vuông góc với nhau.

Câu V: (2 điểm)

1. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ta có thể viết bao nhiêu chữ số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau sao cho trong đó nhất thiết có các chữ số 1 và 2.

2. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện sau :

$$x + y + z = 0, x + 1 > 0, y + 1 > 0, z + 4 > 0.$$

Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+4}.$$

----- **HẾT** -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1-2005:

Câu I:

1. Các bạn có thể tự giải .
2. Hàm số có cực đại , cực tiểu khi PT $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Đáp số: $1 < m < \frac{4}{3}$.

Câu II:

1. **Đáp số:** $f'(0)=0$.
2. Chú ý sử dụng
 $4 \sin^3 x = 3 \sin x - \sin 3x$
 $4 \cos^3 x = 3 \cos x + \cos 3x$

Đáp số: $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in Z)$.

Câu III:

1. **Đáp số:** $-1 < x < 0$
2. Có thể đặt $x\sqrt{3} = 2 \sin t$

Đáp số: $I = \frac{2\pi}{9\sqrt{3}} + \frac{1}{12}$.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $M(2;0)$
2. Các bạn tự chứng minh.

Câu V:

1. **Đáp số:** 1056 số
2. Đặt $a = x + 1, b = y + 1, c = z + 4$, thì $a, b, c > 0, a + b + c = 6$.

Đáp số: $Q_{\max} = \frac{1}{3}$ khi $x = y = \frac{1}{2}$ và $z = -1$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2005**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 2
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số : $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 3}$.

2. Tính diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số và trục hoành .

Câu II: (2 điểm)

1. Giả sử a, b, c, d là các số thực thỏa mãn đẳng thức : $ab + 2(b + c + d) = c(a + b)$. Chứng minh rằng trong ba bất phương trình :

$$x^2 - ax + b \leq 0 : x^2 - bx + c \leq 0 : x^2 - cx + d \leq 0 \text{ ít nhất một bất phương trình có nghiệm .}$$

2. Với những giá trị nào của a thì hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 + 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = a \end{cases}$$
 có đúng hai nghiệm?

Câu III: (2 điểm)

1. Giải phương trình lượng giác:

$$\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x - \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = \frac{1}{2}.$$

2. Cho $f(x) = (1 + x + x^3 + x^4)^4$. Sau khi khai triển và rút gọn ta được :

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{16}x^{16}. \text{ Hãy tính giá trị của hệ số } a_{10}.$$

Câu IV: (3 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc Oxy cho Elip (E) có phương trình là

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (với $a > 0, b > 0$). Giả sử A, B là hai điểm thay đổi trên (E) sao cho OA vuông góc với OB .

a. Tính $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ theo a và b .

b. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O xuống AB . Tìm tập hợp các điểm H khi A, B thay đổi trên (E).

2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với cạnh bằng a . Hãy tính khoảng cách giữa cạnh AA' với đường chéo BD' theo a

Câu V: (1 điểm)

Cho x, y, z là những số dương thỏa mãn $xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x^9 + y^9}{x^6 + x^3y^3 + y^6} + \frac{y^9 + z^9}{y^6 + y^3z^3 + z^6} + \frac{z^9 + x^9}{z^6 + z^3x^3 + x^6}.$$

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 2-2005:

Câu I:

1. Các bạn có thể tự giải.

2. **Đáp số:** $S = \frac{15}{2} - 8 \ln 2$.

Câu II:

1. Các bạn tự chứng minh.

2. **Đáp số:** $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$.

Câu III:

1. **Đáp số:** $x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}; x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

2. Các bạn có thể biến đổi $f(x) = [1 + x + x^3(1+x)]^4 = [(1+x)(1+x^3)]^4$

Đáp số: $a_{10} = 22$.

Câu IV:

1.

a. **Đáp số:** $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2b^2}$

b. **Đáp số:** Tập hợp H là đường tròn tâm (O; $\sqrt{\frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}}$)

2. **Đáp số:** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu V:

Chú ý rằng với $a, b > 0$ ta luôn có: $\frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + ab + b^2} \geq \frac{1}{3}$

Đáp số: $P_{\min} = 2$ khi $x = y = z = 1$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2005**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 3
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - (m + 3)x^2 + (2 + 3m)x - 2m$. (1)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số với $m = -\frac{3}{2}$.
2. Tìm trên mặt phẳng các điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi m .
3. Tìm m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng theo một thứ tự nào đó.

Câu II: (2 điểm)

1. Cho tam giác ABC có ba góc A, B, C thoả mãn:

$$\begin{cases} \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \cos A + \cos B = 1 \end{cases}$$

Chứng minh rằng tam giác ABC đều.

2. Giải bất phương trình :

$$\frac{1}{\log_4(x^2 + 3x)} < \frac{1}{\log_2(3x - 1)}$$

Câu III: (2 điểm)

1. Tính $I = \int_{-1}^1 \ln(\sqrt{x^2 + a^2} + x) dx$

2. Xác định a, b để hàm số

$$y = \begin{cases} ax + b (x \geq 0) \\ \frac{\cos 2x - \cos 4x}{x} (x < 0) \end{cases}$$

Có đạo hàm tại $x = 0$.

Câu IV: (3 điểm)

Trong không gian với hệ trục toạ độ Đề-các vuông góc $Oxyz$ cho hai đường thẳng với phương trình :

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}; d_2 : \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{2}$$

1. Tìm toạ độ giao điểm I của d_1, d_2 và viết phương trình mặt phẳng (Q) qua d_1, d_2 .
2. Lập phương trình đường thẳng d_3 qua $P(0; -1; 2)$ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B khác I sao cho $AI = AB$.
3. Xác định a, b để điểm $M(0; a; b)$ thuộc mặt phẳng (Q) và nằm trong miền góc nhọn tạo bởi d_1, d_2 .

Câu V: (1 điểm)

Xét tam giác ABC . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$F = 5 \cot^2 A + 16 \cot^2 B + 27 \cot^2 C$$

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 3-2005:

Câu I:

1. Các bạn có thể tự giải.
2. **Đáp số:** $(1;0), (2;0)$
3. **Đáp số:** $m = \frac{3}{2}, m = 3, m = 0$.

Câu II:

1. Đặt $\tan \frac{A}{2} = x, \tan \frac{B}{2} = y \quad (x, y > 0)$.
 2. Vì $x > \frac{1}{3}$ nên $x^2 + 3x > 3x > 1$. Từ đó ta thấy vế trái của phương trình dương.
- Đáp số:** $\frac{2}{3} < x < 1$.

Câu III:

1. Đặt $x = -t$, sau khi thế vào các bạn nhân thêm lượng liên hiệp.
- Đáp số:** $I = \ln a^2$
2. **Đáp số:** $a = 6; b = 0$.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $I(1;1;1), (Q): 2x - y - 1 = 0$
2. **Đáp số:** $\frac{x}{7} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{-22}$
3. **Đáp số:** $a = -1; -1 < b < 3$.

Câu V:

$$F = 5 \cot^2 A + 16 \cot^2 B + 27 \cot^2 C = (3 + 2) \cot^2 A + (12 + 4) \cot^2 B + (9 + 18) \cot^2 C$$
$$\rightarrow F = (3 \cot^2 A + 12 \cot^2 B) + (4 \cot^2 B + 9 \cot^2 C) + (18 \cot^2 C + 2 \cot^2 A) \geq 12$$

Đáp số: $F_{\min} = 12$ khi $\cot A = 1, \cot B = \frac{1}{2}, \cot C = \frac{1}{3}$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2005**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 4
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số : $y = x^3 - 3x + 2$ (C)
2. Giả sử A, B, C là ba điểm thẳng hàng phân biệt thuộc (C), tiếp tuyến với (C) tại A, B, C tương ứng cắt lại (C) tại A', B', C' . Chứng minh rằng A', B', C' thẳng hàng .

Câu II: (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + \sqrt{1 - y^2} = 1 \\ y + \sqrt{1 - x^2} = \sqrt{3} \end{cases}$$

2. Giải bất phương trình :

$$20 \log_{4x} \sqrt{x} + 7 \log_{16x} x^3 \geq 3 \log_{\frac{x}{2}} x^2 .$$

Câu III: (2 điểm)

1. Tam giác ABC có $BC = a$; $\cos A = \frac{7}{8}$ và diện tích bằng $\frac{a^2 \sqrt{15}}{4}$.Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là độ dài các đường cao hạ từ các đỉnh A, B, C của tam giác. Chứng minh rằng $h_a = h_b + h_c$.
2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin \frac{x}{2} (1 + 6 \cos \frac{x}{2})$.

Câu IV: (3 điểm)

1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $(d_1) : 2x - y + 1 = 0$ và $(d_2) : x + 2y - 7 = 0$.
Lập phương trình đường thẳng qua gốc tọa độ và tạo với $(d_1), (d_2)$ tam giác cân có đáy thuộc đường thẳng đó . Tính diện tích tam giác cân nhận được .
2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có các mặt bên là hình vuông cạnh a .Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, A_1C_1, C_1B_1 . Tính khoảng cách giữa DE và A_1F .

Câu V: (1 điểm)

Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(1 + \cos x)e^x} dx$

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 4-2005:

Câu I:

1. Các bạn có thể tự giải.
2. Các bạn tự chứng minh.

Câu II:

1. **Đáp số:** $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

2. Đặt $\log_2 x = t$. **Đáp số:**
$$\begin{cases} \frac{1}{4\sqrt[5]{8}} \leq x < \frac{1}{4} \\ x \geq 4 \\ 0 < x < \frac{1}{16} \\ 1 < x < 2 \end{cases} .$$

Câu III:

1. Các bạn tự chứng minh.
2. Các bạn có thể khảo sát hàm số.

Đáp số: $\underset{[0;4\pi]}{\text{Max}} y = \frac{5\sqrt{5}}{3}$ với $x = 2\alpha_0 + k4\pi (k \in Z), (\alpha_0 \in (0; \frac{\pi}{2}); \sin \alpha_0 = \frac{\sqrt{5}}{3})$.

Câu IV:

1. Phương trình phân giác tạo bởi $(d_1), (d_2)$:

$$\begin{cases} x - 3y + 8 = 0 \\ 3x + y - 6 = 0 \end{cases}$$

Đáp số: $S_1 = \frac{18}{5}; S_2 = \frac{32}{5}$

2. Có thể tính bằng hình học cổ điển hoặc hình giải tích. **Đáp số:** $\frac{a\sqrt{17}}{17}$.

Câu V:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1 + \cos x)e^x} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(1 + \cos x)e^x} = I_1 - I_2$$

Đáp số: $I = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}}}$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2006**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 1
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Gọi d_k là đường thẳng đi qua M (0;-1) và có hệ số góc k . Tìm k để đường thẳng d_k cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

Câu II: (3 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy , cho tam giác ABC có A(1;0), hai đường thẳng tương ứng chứa đường cao kẻ từ B, C của tam giác thứ tự có phương trình: $x - 2y + 1 = 0$ và $3x + y - 1 = 0$.

Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

2. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC trong không gian $Oxyz$ với A(3; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 1).

3. Cho hình chóp tam giác đều SABC, cạnh đáy là a , cạnh bên là b . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

Câu III: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0$.

2. Giải phương trình: $\cot x = \tan x + \frac{2 \cos 4x}{\sin 2x}$

Câu IV: (2 điểm)

1. Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{4x+5}{x^2+3x+2} dx$

2. Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11, 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 8 học sinh trong số 18 học sinh trên đi dự trại hè sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn?

Câu V: (1 điểm)

Tìm các góc A, B, C của tam giác ABC sao cho $Q = \sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C$ đạt giá trị nhỏ nhất.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1-2006:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. **Đáp số:** $k > -\frac{9}{8}$ và $k \neq 0$.

Câu II:

1. **Đáp án:** Phương trình: $(x^2 + y^2 + \frac{36}{7}x - \frac{10}{7}y - \frac{43}{7} = 0)$
2. **Đáp số:** $H\left(\frac{12}{49}; \frac{18}{49}; \frac{36}{49}\right)$
3. **Đáp số:** $d(A; SBC) = \frac{a\sqrt{3b^2 - a^2}}{\sqrt{4b^2 - a^2}}$.

Câu III:

1. **Đáp số:** $x = 3$ và $x = \frac{9}{4}$
2. **Đáp số:** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu IV:

1. **Đáp số:** $I = \ln \frac{27}{4}$
2. **Đáp số:** $C_{18}^8 - (C_{11}^8 + C_{13}^8 + C_{12}^8) = 304351$.

Câu V:

Đáp số: $A = B = 30^\circ$ và $C = 120^\circ$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2006**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 2
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Chứng minh rằng qua điểm $M(-3;1)$ kẻ được 2 tiếp tuyến tới đồ thị (C) sao cho hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

Câu II: (2 điểm)

1. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm: $x + 2 - m\sqrt{x^2 + 1} < 0$.
2. Tính tích phân: $I = \int_0^1 e^{\sqrt{3x+1}} dx$

Câu III: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $3^{\log_2 x} = x^2 - 1$
2. Giải phương trình: $\cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}(\sin x + 1)$

Câu IV: (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy cho parabol (P): $y^2 = x$ và điểm $M(1;-1)$. Giả sử A, B là hai điểm phân biệt, khác M, thay đổi trên (P) sao cho MA và MB luôn vuông góc với nhau. Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua 1 điểm cố định.

2. Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 1)$ và hai đường thẳng theo thứ

$$\text{tự có phương trình: } (d_1): \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3t \end{cases}; \quad (d_2): \begin{cases} 3x + y - z + 3 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

Chứng minh rằng (d_1) , (d_2) và A cùng nằm trong một mặt phẳng.

Câu V: (2 điểm)

1. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong đó không có mặt chữ số 2.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{x^3}{y+z} + \frac{y^3}{x+z} + \frac{z^3}{x+y}$, với x, y, z là các số dương thỏa điều kiện: $x + y + z \geq 6$.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 2-2006:

Câu I:

Các bạn tự giải.

Câu II:

1. Đáp số: $m > -1$.

2. Đáp số: $I = \frac{2e^2}{3}$.

Câu III:

1. Đáp số: $x = 2$.

2. Đáp số: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$; $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$; $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu IV:

Các bạn tự giải.

Câu V:

1. Đáp số: $1680 + 4410 = 6090$.

2. Hướng dẫn: Áp dụng BĐT Cauchy cho 3 số dương.

$Q_{\min} = 6$, khi $x = y = z = 2$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2006**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 3
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x + 3$
2. Tính đạo hàm cấp n của hàm số: $y = \frac{2004x}{x^2 - 5x + 6}$.

Câu II: (2 điểm)

1. Chứng minh rằng trong mọi tam giác ABC ta luôn có :
$$\left(\tan \frac{A}{3} - \sqrt{3}\right)\left(\tan \frac{B}{3} - \sqrt{3}\right)\left(\tan \frac{C}{3} - \sqrt{3}\right) = 4\left(\tan \frac{A}{3} + \tan \frac{B}{3} + \tan \frac{C}{3} - \sqrt{3}\right).$$
2. Giải phương trình: $\frac{\sin^2 x}{\sin^2 2x} + \frac{\sin^2 2x}{\sin^2 x} = 2$.

Câu III: (2 điểm)

1. Tìm giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$.
2. Tính tích phân: $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + 4}}$.

Câu IV: (3 điểm)

1. Cho hai đường thẳng:
 $(d_1): \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{-1},$
 $(d_2): \frac{x+8}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-10}{-1},$

Trong hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$. Lập phương trình đường thẳng (d) cắt (d_1) , (d_2) và (d) song song với trục Ox .

2. Cho tứ diện OABC với $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ và OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau. Tính diện tích tam giác ABC theo a , b , c . Gọi α, β, γ là góc giữa OA , OB , OC với mặt phẳng (ABC). Chứng minh rằng: $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$.

Câu V: (1 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ ta lấy $A(-1;1)$, $B(3;9)$. Gọi (D) là miền phẳng giới hạn bởi đoạn AB và (P).

Chứng minh rằng với mọi M bất kì thuộc cung nhỏ AB của (P) thì $\frac{S_{ABM}}{S_D} \leq \frac{3}{4}$, ở đó S_D là diện

tích của miền (D), S_{ABM} là diện tích ΔABM .

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 3-2006:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.

2. **Đáp số:** $y^n = 2004 \cdot (-1)^n n! \left(\frac{3}{x-3} - \frac{2}{x-2} \right)$.

Câu II:

1. Các bạn tự giải.

2. **Đáp số:**
$$\begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in Z, \end{cases}$$

Câu III:

1. **Đáp số:** -1 .

2. **Đáp số:** $I = \frac{\sqrt{5}}{2} - 2 \ln \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$.

2. Các bạn tự giải.

Câu V:

Các bạn tự giải.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2006**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 4
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2kx - 5}{x - 1}$ (k là tham số).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (1) với $k=1$.

2. Với giá trị nào của tham số k thì hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực đại, cực tiểu nằm về hai phía của đường thẳng (l): $2x - y = 0$.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $2 \cos x + \frac{1}{3} \cos^2(x + \pi) = \frac{8}{3} + \sin 2x + 3 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{3} \sin^2 x$.

2. Với giá trị nào của tham số k thì hàm số $y = \lg\left(3 - \left|\frac{x^2 - kx + 1}{x^2 + x + 1}\right|\right)$ xác định với mọi x.

Câu III: (3 điểm)

1. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng đường cao và bằng a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB.

2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (Δ) có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ và mp(Q) đi qua điểm M(1; 1; 1) và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; -2)$. Tìm tọa độ các điểm thuộc (Δ) sao cho khoảng cách từ mỗi điểm đó đến mp(Q) bằng 1.

Câu IV: (2 điểm)

1. Xác định hệ số của số hạng chứa a^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(a^2 - \frac{2}{a}\right)^n$ (với $a \neq 0$), biết rằng tổng các hệ số của 3 số hạng đầu tiên trong khai triển đó bằng 97.

2. Tính tích phân: $I = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} + \ln^2 x\right) dx$.

Câu V: (1 điểm)

Cho đa thức: $f(x) = mx^2 + (n-p)x + m+n+p$

Với m, n, p là ba số thực thỏa mãn: $(m+p)(m+n+p) < 0$.

Chứng minh rằng: $n^2 + p^2 > 2[2m(m+n+p) + np]$.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 4-2006:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. **Đáp số** $-2 - 2\sqrt{6} < k < -2 + 2\sqrt{6}$

Câu II:

1. **Đáp số** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
2. **Đáp số:** $-5 < k < 1$.

Câu III:

1. **Đáp số:** $d = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$
2. **Đáp số:** $A_1(9; -2; 12); A_2(-3; 4; -6)$.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $C_8^4 (-2)^4 = 1120$.
2. **Đáp số:** $I = -\frac{2}{3}(1 + \sqrt{2}) + e$.

Câu V:

Các bạn tự giải.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2006**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 5
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ (C)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $A\left(0; -\frac{3}{2}\right)$ và cắt (C) tại hai điểm phân biệt B, C

thỏa mãn: $\overline{AB} + 2\overline{AC} = \vec{0}$.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 3xy + y = 1 + 4\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$$

2. Giải bất phương trình:
$$\frac{2^{4-x} - x + 1}{(\log_2 |x| - 2)(x^2 - 25)} \geq 0.$$

Câu III: (2,5 điểm)

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng $AA', CD, A'D'$.

1. Tính thể tích khối tứ diện $BIJK$.
2. Biết BK vuông góc với mặt phẳng $(A'C'D)$. Tính độ dài các cạnh của hình hộp.
3. Tìm giá trị lớn nhất của khoảng cách giữa hai đường thẳng CI và $A'J$.

Câu IV: (2 điểm)

1. Tính các góc của tam giác ABC, biết $2A = 3B$ và $a = b\sqrt{2}$.

2. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\cos^4 x - 3\cos^2 x + 3} dx.$

Câu V: (1,5 điểm)

Trong một trường học có 5 em khối 12; 3 em khối 11 và 2 em khối 10 là các học sinh xuất sắc. Hỏi có bao nhiêu cách cử 5 em học sinh xuất sắc của trường đó tham gia một đoàn đại biểu sao cho mỗi khối có ít nhất 1 em?

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 5-2006:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.

2. Đáp số: $(d): \begin{cases} y = -\frac{3}{2}. \\ y = \frac{-5}{4}x - \frac{3}{2}. \end{cases}$

Câu II:

1. Đáp số $(x; y): (1; \sqrt{2}) & (\sqrt{2}; 1)$.

2. Đáp số: $\begin{cases} x < -5; \\ -4 < x < 0; \\ 0 < x \leq 3; \\ 4 < x < 5. \end{cases}$

Câu III:

1. Đáp số: $V = \frac{5}{48}$.

2. Đáp số: $a = c = \frac{b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2}}$.

3. Đáp số: $h_{\max} = \frac{1}{\sqrt{3\sqrt[3]{144}}}$ khi $\frac{a}{2} = \frac{c}{2} = \frac{b}{3} = \frac{1}{\sqrt[3]{12}}$.

Câu IV:

1. Đáp số: $A = 45^\circ; B = 30^\circ; C = 105^\circ$.

2. Đáp số: $I = \ln \sqrt{3}$.

Câu V:

Đáp số: Tổng số cách là **175**.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2007**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 1
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ (C)
2. Tìm trên đồ thị (C) một điểm có hoành độ lớn hơn 1 sao cho tại điểm này tiếp tuyến của (C) tạo với 2 đường tiệm cận của (C) tạo thành 1 tam giác với chu vi nhỏ nhất .

Câu II: (2 điểm)

Giải các phương trình sau :

1. $\tan^2 x - \tan^2 x \cdot \sin^3 x - (1 - \cos^3 x) = 0$
2. $2\sqrt{x^2 - 9} = (x+5)\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}$

Câu III: (2 điểm)

Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{2\cos x + 3\sin x} dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{2\cos x + 3\sin x} dx$

1. Tính $9I - 4J$ và $I+J$.
2. Từ đó suy ra kết quả của I và J .

Câu IV: (2 điểm)

1. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Descartes vuông góc Oxy cho 3 đường thẳng
 $d_1: 3x - 4y - 4 = 0$ $d_2: x + y - 6 = 0$ $d_3: x - 3 = 0$
Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD biết rằng A,C thuộc d_3 , B thuộc d_1 và D thuộc d_2 .
2. Cho $a, b, c \in \left[\frac{1}{3}; 3\right]$. Chứng minh rằng : $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} \geq \frac{7}{5}$.

Câu V: (2 điểm)

1. Giải phương trình : $8 \cdot 27^x - 38 \cdot 18^x + 57 \cdot 12^x - 27 = 0$
2. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có đường cao $SO=1$ và đáy ABC có cạnh bằng $2\sqrt{6}$. Các điểm M, N theo thứ tự là trung điểm của cạnh AB, AC . Tính thể tích hình chóp S.AMN và bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp đó .

----- **HẾT** -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1-2007:

Câu I:

1. Bạn tự giải
2. Gọi điểm M thuộc đồ thị thỏa đề, gọi I là giao điểm 2 tiệm cận đứng. A, B là giao điểm của 2 tiệm cận với tiếp tuyến. Hãy tính diện tích tam giác AIB để chứng minh tích $IA \cdot IB$ không đổi. Sau đó dùng định lý hàm \cos để tính độ dài AB trong tam giác AB:

$$AB^2 = IA^2 + IB^2 - 2 \cdot IA \cdot IB \cdot \cos \widehat{AIB} \geq 2IA \cdot IB - 8$$

$$\text{Đáp án: } M \left(1 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}; 2 + \sqrt[4]{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \right).$$

Câu II:

1. Đưa về phương trình tích. **Đáp án:**

$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \alpha + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} - \alpha + k2\pi \end{cases} \left(k \in \mathbb{Z}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \right).$$

2. **Đáp án:** $\begin{cases} x = -3 \\ x = 11 \end{cases}$.

Câu III:

1. Đặt $t = \tan \frac{x}{2}$. **Đáp án:**

$$9I - 4J = 1$$

$$I + J = \frac{1}{\sqrt{13}} \left(\ln \frac{\sqrt{13}-1}{\sqrt{13}+1} - \frac{\sqrt{13}-3}{\sqrt{13}+3} \right)$$

2. Giải phương trình ở câu 1.

Câu IV:

1. Chứng minh B và D đối xứng nhau qua d_3 . Sau đó tìm tâm hình vuông ABCD là I, dẫn đến hệ thức $(a-2)^2 = 1$.

Đáp án: A(3;3), B(2;2), C(1;3), D(4;2); A(1;3), B(2;2), C(3;3), D(4;2).

2. **Đáp số:** $(a; b; c) = \left(3; 1; \frac{1}{3} \right)$ và các hoán vị.

Câu V:

1. Xét hàm số: $f(x) = 8 \cdot 27^x - 38 \cdot 18^x + 57 \cdot 12^x - 27$. Hãy chứng minh hàm số này là đồng biến. Từ đó suy ra phương trình có nghiệm duy nhất. **Đáp số:** $x=0$.

2. **Đáp án:** $V_{SAMN} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{AMN} = \frac{\sqrt{3}}{2}; r = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}$.

----- **HẾT** -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2007**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 2
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + (m-1)x + 1$.

1. Khảo sát sự biến và vẽ đồ thị hàm số khi $m = 1$.

2. Chứng tỏ với mọi giá trị khác 0 của m , đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A, B, C trong đó B, C có hoành độ phụ thuộc tham số m . Tìm giá trị của m để các tiếp tuyến tại B, C song song với nhau.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $3 - 4\sin^2 2x = 2\cos 2x(1 + 2\sin x)$.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ trên $[-3; 3]$.

Câu III: (2 điểm)

Tam giác ABC có các góc A, B, C thỏa mãn

$$\begin{cases} \frac{2^{\sin A}}{2^{\sin B}} + 4\sin A = 1 + 4\sin B \\ \frac{2^{\sin B}}{2^{\sin C}} + 4\sin B = 1 + 4\sin C \end{cases} \quad \text{.Chứng minh tam giác ABC đều.}$$

Câu IV: (2 điểm)

Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{\tan x}{\cos x \cdot \sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$.

Câu V.A: (2 điểm) (Dành cho THPT không phân ban)

Hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy $AB = a$; chiều cao $SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' .

1. Tính diện tích thiết diện tạo thành và tìm tỉ số thể tích của 2 phần hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (P) .

2. Tính sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (SAB)

Câu V.B: (2 điểm) (Dành cho THPT phân ban)

1. Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{i^5 + i^7 + \dots + i^{2007}}{i^4 + i^5 + \dots + i^{2008}}$ (trong đó $i^2 = -1$)

2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; -3; -2)$; đường cao BK

$$(d_1) \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-4}{4};$$

và trung tuyến CM lần lượt nằm trên các đường thẳng:

$$(d_2) \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{1}.$$

Lập phương trình đường thẳng chứa các cạnh AB, AC của tam giác ABC .

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 2-2007:

Câu I:

1. Bạn tự giải

2. hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành là nghiệm pt : $x^3 - (m+1)x^2 + (m-1)x + 1 = 0$

Từ phương trình trên \Rightarrow đpcm .

Cũng từ pt trên ta suy ra được các hệ số góc của tiếp tuyến tại B,C : $k = (m-2)x + m - 1$

Với x_1, x_2 phân biệt thì, tiếp tuyến tại B và C song song nhau khi và chỉ khi $k_B = k_C$

Đáp số : $m=2$.

Câu II:

1. Đưa về pt tích. **Đáp số :**

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \end{array} \right. \quad (k \in Z)$$

2. Dùng đạo hàm khảo sát .

Đáp số : $\text{Min } f(x) = f(-1) = 17$; $\text{Max } f(x) = f(-3) = 35$.

Câu III :

Hàm số $y = 2^x + 4x$ đồng biến có $y(x) = 1 \Leftrightarrow x = 0$. Ta có :

$$\frac{2^{\sin A}}{2^{\sin B}} + 4 \sin A = 1 + 4 \sin B \Rightarrow \sin A = \sin B .$$

Câu IV:

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2 + \tan^2 x} \text{ thì } dt = \frac{\tan x dx}{\cos^2 x \sqrt{2 + \tan^2 x}} .$$

$$\text{Đáp số: } I = \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{5}} dt = \sqrt{5} - \sqrt{3} .$$

Câu V.A:

Các bạn tự giải.

Câu V.B:

1. **Đáp số:** $P=0$.

2. **Đáp án:**

$$\text{Phương trình AB : } \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{9} = \frac{z-2}{7} . \text{ Phương trình AC: } \frac{x+1}{13} = \frac{y+3}{-19} = \frac{z-2}{8} .$$

----- **HẾT** -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2007**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 3
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - (2m+3)x^2 + (2m^2 - m + 9)x - 2m^2 + 3m - 7 (C_m)$

1. Khảo sát hàm số khi $m = 0$
2. Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 không nhỏ hơn 1.

Câu II: (2 điểm)

Giải các phương trình sau:

1. $3 + \sqrt{3 + \sqrt{x}} = x$;
2. $2 \cos x \cos 2x \cos 3x + 5 = 7 \cos 2x$.

Câu III: (2 điểm)

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y + z + 3 = 0$ và các điểm $A(3;1;1); B(7;3;9); C(2;2;2)$.

1. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (ABC) .
2. Tìm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất.

Câu IV: (2 điểm)

1. Tính $I = \int_0^1 \frac{x^3}{(1+x^2)^3} dx$.

2. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn:
$$\begin{cases} 3x^2 + 3xy + y^2 = 75 \\ y^2 + 3z^2 = 27 \\ z^2 + xz + x^2 = 16 \end{cases}$$
 . Tính $P = xy + 2yz + 3xz$.

Câu V.A: (2 điểm) (Dành cho THPT không phân ban)

1. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, hãy lập phương trình đường thẳng d cách điểm $A(1;1)$ một khoảng bằng 2 và cách $B(2;3)$ một khoảng bằng 4.
2. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{195C_{n+3}^n}{16(n+1)} - C_{n+5}^n (1 \leq n \in \mathbb{N})$. Tìm các số hạng dương của dãy.

Câu V.B: (2 điểm) (Dành cho THPT phân ban)

1. Giải phương trình trong tập hợp số phức $z^2 + |z| = 0$.
2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và $\widehat{ASB} = \alpha$. Tìm thể tích hình chóp $S.ABCD$.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 3-2007:

Câu I:

1. Bạn tự giải

2. PT hoành độ giao điểm có dạng $(x-1)(x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 - 3m + 7) = 0$. Sau đó xét tiếp để phương trình bậc 2 có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Đáp số: $2 < m < 3$.

Câu II:

1. Đặt $u = 3 + \sqrt{x}$ ($u \geq 3$). Ta đưa về được hệ đối xứng như sau:
$$\begin{cases} \sqrt{u} = x - 3 \\ \sqrt{x} = u - 3 \end{cases}$$

Giải hệ trên kết hợp với điều kiện để suy ra nghiệm.

Đáp số: $x = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$.

2. Đưa về phương trình tích.

Đáp số: $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu III:

1. Viết phương trình mặt phẳng (ABC). Sau đó dùng công thức khoảng cách tính khoảng cách.

Đáp số: $d(O, mp(ABC)) = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

2. Chọn điểm I sao cho: $\vec{IA} + 2\vec{IB} + 3\vec{IC} = \vec{0}$ (4)

Khi đó $|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}|$ min khi $|\vec{MI}|$ min hay M là hình chiếu của I lên mp(P).

Từ (4) ta tìm được $I\left(\frac{23}{6}; \frac{13}{6}; \frac{25}{6}\right)$.

Sau đó tìm hình giao điểm của (d) qua I và vuông góc mp(P)

Đáp số: $M\left(-\frac{5}{9}; -\frac{20}{9}; -\frac{2}{9}\right)$

Câu IV:

1. Đặt $x = \tan \varphi \Rightarrow dx = (\tan^2 \varphi + 1) d\varphi$

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^3 \varphi d\varphi}{(1 + \tan^2 \varphi)^2} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (-\cos \varphi + \cos^3 \varphi) d(\cos \varphi) = \frac{1}{16}$$

Đáp số: $J = \frac{1}{16}$.

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* qua các năm

$$2. \begin{cases} 3x^2 + 3xy + y^2 = 75 \\ y^2 + 3z^2 = 27 & (5) \\ z^2 + xy + x^2 = 16 & (6) \end{cases}$$

Bài này khá rôi. Ta sẽ biểu diễn x, y qua z .

Đặt $x = kz$. Ta có : $3(z^2 + xy + x^2) + (y^2 + 3z^2) - (3x^2 + 3xy + y^2) = 0$

$$\Leftrightarrow 2z^2 + xz = xy \Leftrightarrow y = \left(\frac{2}{k} + 1\right)z$$

$$\text{Từ (5) và (6) suy ra hệ đẳng cấp : } \begin{cases} z^2 \left(\left(\frac{2}{k} + 1\right)^2 + 3 \right) = 27 \\ z^2 (1 + k + k^2) = 16 \end{cases}.$$

Giải ra giá trị của k và z .

Đáp số: $P = 24\sqrt{3}$.

Câu V.A:

Các bạn tự giải.

Câu V.B:

1. Đặt $z = x + yi$. **Đáp số :** $z_1 = 0; z_2 = i; z_3 = -i$.

2. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. I là trung điểm AB . Tính SO .

$$\text{Đáp số: } V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{\cos \alpha}}{6 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2007**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 4
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (2m-3)x - 6m+1}{x-2}$ (1)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi (1) khi $m=1$.
2. Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu đồng thời 2 điểm cực đại và cực tiểu đó nằm về 2 phía của đường thẳng $y = -x + 7$.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $\sin^3 x - \cos^3 x = \cos 2x \cdot \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 1 = 2(x^2 - x + y) \\ y^3 + 1 = 2(y^2 - y + x) \end{cases}$$

Câu III: (2 điểm)

Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1; -1; 2)$, $B(3; 1; 0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình (P) có phương trình $x - 2y - 4z + 8 = 0$.

1. Lập phương trình đường thẳng (d) thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau: (d) nằm trong mặt phẳng (P), (d) vuông góc với AB và (d) đi qua giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P)
2. Tìm tọa độ C trong mặt phẳng (P) sao cho $CA=CB$ và mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu IV: (2 điểm)

1. Tính tích phân: $I = \int_0^1 \sqrt{-3x^2 + 6x + 1} dx$

2. Chứng minh rằng:

$$-1 - 2\sqrt{7} \leq x^2 + xy - 2y^2 \leq -1 + 2\sqrt{7}. \text{ Với } x, y \text{ là các số thực thỏa mãn } x^2 - xy + y^2 \leq 3.$$

Câu V: (2 điểm)

1. Giải phương trình:

$$\log_5(3 + \sqrt{3^x + 1}) = \log_4(3^x + 1).$$

2. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có đường cao $SH=h$, $\widehat{ASB} = \alpha$.
Tính thể tích hình chóp theo h và α .

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 4-2007:

Câu I:

1. Bạn tự giải

2. Hàm số có cực đại cực tiểu khi $y' = \frac{x^2 - 4x + 10m - 7}{(x-2)^2} = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Gọi tọa độ 2 điểm cực đại, cực tiểu là $CD(x_1; y_1)$, $CT(x_2; y_2)$.

Dùng điều kiện khác phía để xét dấu.

$$\text{Đáp số: } \frac{-41 - 3\sqrt{229}}{4} < m < \frac{-41 + 3\sqrt{229}}{4}.$$

Câu II:

1. Dùng góc cung liên kết để đưa về pt tích.

$$\text{Đáp số: } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; x = k2\pi (k \in Z).$$

2. Đưa về hàm số $f(t) = t^3 - 2t^2 + 2t + 1$. Sau đó chứng minh hàm số luôn đồng biến.

Nếu $x > y$ thì $2y = f(x) > f(y) = 2x$. Vô lí. Tương tự $\Rightarrow x = y$.

$$\text{Đáp số: } x = 1; x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Câu III:

$$1. \text{Đáp án: (d): } \frac{x}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}.$$

$$2. \text{Đáp số: } C(2; 1; 2).$$

Câu IV:

$$1. I = \int_0^1 (4 - 3(x-1)^2) dx$$

$$\text{Đặt } x-1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]. \text{ Khi đó } I = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_{-\frac{\pi}{3}}^0 (1 + \cos 2t) dt.$$

$$\text{Đáp số: } I = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{2}$$

2. Các bạn tự giải.

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* qua các năm

Câu V:

1. Đặt $\log_5(3 + \sqrt{3^x + 1}) = \log_4(3^x + 1) = t$

Ta được
$$\begin{cases} 3^x + 1 = 4^t \\ 3 + \sqrt{3^x + 1} = 5^t \end{cases} \Rightarrow 3 + 2^t = 5^t \quad (3)$$

Từ (3) ta có $3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t + \left(\frac{2}{5}\right)^t = 1$. Về trái nghịch biến.

Đáp số : $x=1$.

2. **Đáp số :** $V = \frac{h^3 \sqrt{3}}{3 \cdot \cot^2 \frac{\alpha}{2} - 1}$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2008**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 1
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho họ đồ thị: $(C_m) = \frac{x^2 + 2x + m - 1}{x - 1}$.

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số ứng với $m = 1$.
2. Tìm m để (C_m) có các điểm cực đại, điểm cực tiểu và gốc tọa độ O lập thành tam giác vuông tại O

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình:

$$\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x \cdot \log_2 3 + \log_2 y = y + \log_2 x \\ x \cdot \log_3 12 + \log_3 x = y + \log_3 y \end{cases}.$$

Câu III: (2 điểm)

1. Tính các tích phân sau:

$$I = \int_1^2 \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1+x^3}} \quad ; \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^4 x} dx .$$

2. Cho bốn điểm $A(5;1;3)$, $B(1;6;2)$, $C(5;0;4)$, $D(4;0;6)$. Chứng minh rằng hai đường thẳng AB và CD chéo nhau. Tính khoảng cách giữa AB và CD và viết phương trình đường vuông góc chung của chúng.

Câu IV: (2 điểm)

1. Giải phương trình:

$$2(x-2)(\sqrt[3]{4x-4} + \sqrt{2x-2}) = 3x-1 .$$

2. Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh rằng :

$$2 \geq \frac{(1+a^2b)(1+b^2)}{(a^2-a+1)(1+b^3)}.$$

Câu V.A: (2 điểm) (**Dành cho THPT không phân ban**)

1. Cho n là số nguyên dương với $n \geq 2$. Chứng minh rằng:

$$1^2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + 3^2 \cdot C_n^3 + \dots + n^2 \cdot C_n^n = n(n+1) \cdot 2^{n-2}$$

2. Cho tam giác ABC . Xét tập hợp gồm năm đường thẳng song song với AB ; sáu đường thẳng song song với BC và bảy đường thẳng song song với CA . Hỏi các đường thẳng này tạo ra bao nhiêu hình bình hành, bao nhiêu hình thang?

Câu V.B: (2 điểm) (**Dành cho THPT phân ban**)

Cho đường thẳng (Δ) có phương trình $x - \sqrt{2}y + 2 = 0$ và elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$. Giả

sử đường thẳng (Δ) cắt (E) tại hai điểm B và C .

1. Tìm điểm A thuộc elip (E) để tam giác ABC cân tại A .
2. Tìm điểm A thuộc elip (E) để diện tích tam giác ABC đạt giá trị lớn nhất.

----- **HẾT** -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1-2008:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. (C_m) có điểm cực đại M và điểm cực tiểu N khi và chỉ khi $m > -2$.
Sử dụng điều kiện $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 0$, ta tìm được $m = \frac{7}{5}$.

Câu II.

1. **Đáp số:** $x = \frac{\pi}{4} - k \frac{\pi}{2}$.
2. **Đáp số:** $(x; y) = \left(\log_{\frac{4}{3}} 2; 2 \log_{\frac{4}{3}} 2 \right)$.

Câu III.

1. **Đáp số:** $I = \frac{1}{3} \ln \left(\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} \right); J = \frac{\pi}{4}$.

2. **Đáp số:** $IJ = \frac{3\sqrt{2369}}{103}$

Phương trình đường vuông góc chung: $\frac{x - \frac{586}{103}}{-21} = \frac{y}{12} = \frac{z - \frac{476}{103}}{144}$.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $x = 3$
2. Các bạn tự chứng minh.

Câu V.A:

1. Các bạn tự chứng minh.
2. **Đáp số:** Số hình bình hành là: 675 (hình). Số hình thang là: 1575 (hình).

Câu V.B:

1. **Đáp số:** $A_1 \left(\frac{2 - \sqrt{39}}{5}; \frac{1 + 2\sqrt{39}}{5\sqrt{2}} \right), A_2 \left(\frac{2 + \sqrt{39}}{5}; \frac{1 - 2\sqrt{39}}{5\sqrt{2}} \right)$
2. **Đáp số:** $A(2; -\sqrt{2})$

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2008**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 2
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số: $(C_m): y = x^4 + 2(m-1)x^2 + m^2 - 5m + 5$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_1) của hàm số khi $m = 1$.
2. Với những giá trị nào của m thì đồ thị (C_m) có điểm cực đại và điểm cực tiểu, đồng thời các điểm cực đại và điểm cực tiểu lập thành một tam giác đều.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $(1 + \cos x)(1 + \cos 2x)(1 + \cos 3x) = \frac{1}{2}$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2 \log_{1-x}(-xy - 2x + y + 2) + \log_{2+y}(x^2 - 2x + 1) = 6 \\ \log_{1-x}(y + 5) - \log_{2+y}(x + 4) = 1 \end{cases}$$

Câu III: (2 điểm)

1. Tính tích phân: $I = \int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{(x - x^3)^{\frac{1}{3}}}{x^4} dx$.

2. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + cd = abc$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^4 + b^4}{ab(a^3 + b^3)} + \frac{b^4 + c^4}{bc(b^3 + c^3)} + \frac{c^4 + a^4}{ca(c^3 + a^3)} \geq 1.$$

Câu IV: (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình

$2x + y + z - 1 = 0$ và đường thẳng (d) có phương trình
$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$$
.

1. Tìm tọa độ giao điểm A của (d) và (P) . Tính số đo góc tạo bởi (d) và (P) .
2. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A , (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) sao cho góc tạo bởi hai đường thẳng (Δ) và (d) bằng 45° .

Câu V.A: (2 điểm) (Dành cho THPT không phân ban)

1. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(2;5)$, $B(4;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng có phương trình $3x - y + 9 = 0$.
2. Với n là số nguyên dương, chứng minh hệ thức sau:

$$(C_n^1)^2 + 2(C_n^2)^2 + \dots + n(C_n^n)^2 = \frac{n}{2} C_{2n}^n$$

Câu V.B: (2 điểm) (Dành cho THPT phân ban)

1. Giải phương trình: $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4} \log_4(x-1)^8 = \log_2 4x$.
2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao cũng bằng a . Gọi E, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC . Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.EBK$.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 2-2008:

Câu I.

1. Các bạn tự giải.
2. Đk để (Cm) có ba điểm cực trị là $m < 2$. Các điểm cực trị của (Cm) là $A(0; m^2 - 5m + 5), B(-\sqrt{2-m}; 1-m), C(\sqrt{2-m}; 1-m)$.
Đáp số: $m = 2 - \sqrt[3]{3}$.

Câu II.

1. Đáp số: $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; x = \pm \frac{2\pi}{3} + m2\pi$.
2. Đáp số: $(x; y) = (-2; 1)$.

Câu III.

1. Đáp số: $I = 6$
2. Các bạn tự giải.

Câu IV.

1. Đáp số: $A(1; 0; -1)$. Góc $(d, (P)) = 30^\circ$.
2. Đáp số: Hai đường thẳng thoả mãn là: $(\Delta_1): \frac{x-1}{-2+\sqrt{3}} = \frac{z}{-1+\sqrt{3}} = \frac{z+1}{5-3\sqrt{3}}$;
 $(\Delta_2): \frac{x-1}{-2-\sqrt{3}} = \frac{y}{-1-\sqrt{3}} = \frac{z+1}{5+3\sqrt{3}}$

Câu V.A:

1. Đáp số: $\begin{cases} (C_1): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10 \\ (C_2): (x-17)^2 + (y-10)^2 = 250 \end{cases}$.
2. Các bạn tự chứng minh.

Câu V.B:

1. Đáp số: $\begin{cases} x = 3 \\ x = -3 + 2\sqrt{3} \end{cases}$.
2. Đáp số: $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2008**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 3
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số (C): $y = \frac{x-2}{x-1}$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm các giá trị của tham số a để đường thẳng (d) : $y = a(x-3)$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt trong đó có ít nhất một giao điểm có hoành độ lớn hơn 1.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $2\sin^5 x + 2\sin^3 x \cdot \cos^2 x + \cos 2x - \sin x = 0$

2. Giải hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} -x^3 - 3x^2 + 9x + 10 < 0 \\ x^4 + 5x^3 + 5x^2 + 5x + 4 < 0 \end{cases}$$

Câu III: (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$ cho tứ diện ABCD với: A(4;1;4), B(3;3;1), C(1;5;5), D(1;1;1).

1. Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng AD lên mặt phẳng (ABC).
2. Tìm điểm K trên đường thẳng AC và điểm H trên đường thẳng BD sao cho đoạn thẳng HK có độ dài nhỏ nhất.

Câu IV: (2 điểm)

1. Tính tích phân: $I = \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} \left[\frac{e^x}{x^2} + x \left(\frac{x}{\cos^2 x} + 2 \tan x \right) \right] dx$.

2. Chứng minh rằng với mọi số nguyên $m \geq 2$, ta có: $\left(\frac{m^2-1}{m^2} \right)^{2m+1} \left(1 + \frac{1}{m-1} \right)^2 < 1$.

Câu V.A: (2 điểm) (Dành cho THPT không phân ban)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Descartes Oxy cho elip (E) có phương trình: $16x^2 + 25y^2 = 400$

Tìm điểm S trên (E) sao cho bán kính qua tiêu điểm bên trái của (E) có độ dài nhỏ nhất.

2. Trong một cuộc chơi đã ngoại của một tổ học sinh, cứ hai học sinh bất kỳ đều chụp với nhau một kiểu ảnh làm kỉ niệm (mọi kiểu ảnh chỉ có hai người). Hỏi tổ học sinh có mấy người, biết rằng cuốn phim có 36 kiểu chụp vừa đủ.

Câu V.B: (2 điểm) (Dành cho THPT phân ban)

1. Giải bất phương trình: $\log_{0,3} \left(\log_6 \frac{x^2+x}{x+4} \right) < 0$

2. Cho hình chóp S.ABCD. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Đáy ABCD là tứ giác nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD biết $SA=h$.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 3-2008:

Câu I.

1. Các bạn tự giải.
2. **Đáp số:** $a \neq 0$.

Câu II.

1. **Đáp số:** $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$.
 $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi$.
2. **Đáp số:** $-4 < x < -1$.

Câu III:

1. **Đáp số:** Phương trình cần tìm có dạng tổng quát: $\begin{cases} 15x - 18y - 15z = -18 \\ 7x + 5y + z = 37 \end{cases}$.
2. $K\left(\frac{45}{17}; \frac{45}{17}; 1\right); H\left(\frac{53}{17}; \frac{37}{17}; \frac{73}{17}\right)$.

Câu IV:

1. **Đáp số:** $I = \frac{9\pi^2}{4} + e^{\frac{4}{3\pi}} - e^{\frac{1}{\pi}}$.
2. Các bạn tự làm.

Câu VA:

1. **Đáp số:** S (-5;0); SF₁=2.
2. **Đáp số:** 9 người.

Câu VB:

1. **Đáp số:** $\begin{cases} -4 < x < -2 \\ x > 8 \end{cases}$.
2. **Đáp số:** $R' = \sqrt{\frac{h^2}{4} + R^2}$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2008**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 4
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số: $y = x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 1$.
2. Trong trường hợp hàm số (1) đồng biến trong tập số thực \mathbb{R} , tìm m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số (1) và hai trục Ox , Oy có diện tích bằng 1.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình nghiệm thực: $1 - \tan x \cdot \tan 2x = \cos 3x$.
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số k để phương trình $\sqrt{(k+1)4^x - 2^x + k} = 1 - 2^x$ có nghiệm.

Câu III: (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho elip (E): $x^2 + 4y^2 = 4$. Qua điểm $M(1;2)$ kẻ hai đường thẳng lần lượt tiếp xúc với (E) tại A và B. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B.
2. Cho tam giác ABC thỏa mãn: $\cos 2A + \sqrt{3}(\cos 2B + \cos 2C) + \frac{5}{2} = 0$.

Tính độ lớn ba góc của tam giác đó.

Câu IV: (2 điểm)

1. Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2 \cos^2 \frac{x}{2} + x \cos x \right) e^{\sin x} dx$.

2. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $2\sqrt{xy} + \sqrt{xz} = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = \frac{3yz}{x} + \frac{4zx}{y} + \frac{5xy}{z}$.

Câu V.A: (2 điểm) (Dành cho THPT không phân ban)

1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ z - 3 = 0 \end{cases} \quad (d_2): \begin{cases} y + z = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases}$$

Lập phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng trên.

2. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số, sao cho trong mỗi số đứng sau lớn hơn chữ số đứng liền trước nó?

Câu V.B: (2 điểm) (Dành cho THPT phân ban)

1. Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. Đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SA = a$. Tính diện tích của thiết diện tạo bởi hình chóp với mặt phẳng qua A vuông góc với cạnh SC.

2. Giải bất phương trình: $\log_{x^2-1} 3 \leq \log_x 2$.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 4-2008:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. Đáp số: $m = \frac{-16}{3}$.

Câu II:

1. Hướng dẫn: $\begin{cases} \cos 3x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}$.
2. Đáp số: $0 \leq k < \frac{1}{2}$.

Câu III:

1. Đáp số: $\frac{x}{4} + 2y = 1$.
2. Đáp số: $A = 30^\circ, B = C = 75^\circ$.

Câu IV:

1. Đáp số: $I = e - 1 + \frac{\pi}{2}e$.
2. Đáp số: $S = 4 \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3}$.

Câu V.A:

1. Đáp số: $\left(x - \frac{3}{3}\right)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 9$.
2. Đáp số: 46 cách.

Câu V.B:

1. Đáp số: $S = \frac{3a^2}{4}$.
2. Đáp số: $x \in (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2009**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 1
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{x-2}{x-1}$ (C).
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị thực của m , đường thẳng $y = -x + m$ (d) luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AB.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình $3^{x^2} \cdot 2^{\frac{x}{2x-1}} = 6$.
2. Giải phương trình $\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \sin 3x = \sin x + \sin 2x$.

Câu III: (1 điểm)

Tính thể tích hình chóp $S.ABC$ biết $SA = a, SB = b, SC = c, ASB = 60^\circ, BSC = 90^\circ, CSA = 120^\circ$.

Câu IV: (1 điểm)

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cdot dx}{(\sin x + \sqrt{3} \cdot \cos x)^3}$.

Câu V: (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{\log_2^2 x + 1} + \sqrt{\log_2^2 y + 1} + \sqrt{\log_2^2 z + 4}$ trong đó là các số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $xyz = 8$.

PHẦN DÀNH RIÊNG CHO CHƯƠNG TRÌNH CHUẨN.

Câu VIa: (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy , cho hai đường thẳng có phương trình $x + y + 1 = 0 (d_1)$; $2x - y - 1 = 0 (d_2)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1; -1)$ cắt (d_1) , (d_2) tương ứng tại A, B sao cho $2\overline{MA} + \overline{MB} = \overline{0}$.
2. Trong không gian với hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; 7; -1)$, $B(4; 2; 0)$. Lập phương trình đường thẳng (d) là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB trên mặt phẳng (P).

Câu VIIa: (1 điểm)

Kí hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm phức của phương trình bậc hai $2x^2 - 2x + 1 = 0$. Tính giá trị các số phức $\frac{1}{x_1^2}, \frac{1}{x_2^2}$.

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* qua các năm

PHẦN DÀNH RIÊNG CHO CHƯƠNG TRÌNH NÂNG CAO.

Câu VIb: (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy , cho hyperbol (H) có phương trình

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1. \text{ Giả sử } (d) \text{ là một tiếp tuyến thay đổi và } F \text{ là một trục hai tiêu điểm của (H), kẻ FM}$$

vuông góc với (d) . Chứng minh rằng M luôn nằm trên một đường tròn cố định, viết phương trình đường tròn đó.

2. Trong không gian với hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Tìm tọa độ trực tâm của tam giác ABC.

Câu VIIb: (1 điểm)

Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý, 7 cuốn sách Hóa (các cuốn sách cùng loại giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được hai cuốn sách khác loại. Trong số 9 học sinh trên có 2 bạn Ngọc và Thảo. Tìm xác suất để hai bạn Ngọc và Thảo có giải thưởng giống nhau.

----- **HẾT** -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1-2009:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. **Đáp số:** $AB_{\min} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow m = 2.$

Câu II:

1. Phương trình có 3 nghiệm: **Đáp số:**
$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8 \log_3 6}}{4} \end{cases}.$$
2. Phương trình có 3 họ nghiệm: **Đáp số:**
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = k \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}.$$

Câu III:

- Đáp số:** Thể tích là $V = \frac{\sqrt{2}}{12} abc.$

Câu IV:

- Đáp số:** $I = \frac{\sqrt{3}}{6}.$

Câu V:

- Đáp số:** $P_{\min} = 5 \Leftrightarrow x = y = \sqrt{z} = \sqrt{2\sqrt{2}}.$

Câu VI.a:

1. **Đáp số:** Đường thẳng: $x=1.$
2. Phương trình đường thẳng: $\frac{x-3}{-4} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}.$

Câu VII.a:

- Đáp số:** Các giá trị: $(-2i; 2i).$

Câu VI.b:

Các bạn tự giải.

Câu VII.b:

Các bạn tự giải.

----- **HẾT** -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2009**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 2
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ (C).

1. Khảo sát sự biến và vẽ đồ thị hàm số (C).
2. Tìm trên đồ thị (C) hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng MN biết M (-3;0) và N (-1;-1).

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $4 \cos^4 x - \cos 2x - \frac{1}{2} \cos 4x + \cos \frac{3x}{4} = \frac{7}{2}$.

2. Giải phương trình: $3^x \cdot 2x = 3^x + 2x + 1$.

Câu III: (1 điểm)

Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} \right) e^x dx$.

Câu IV: (1 điểm)

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ độ dài cạnh bên bằng 1. Các mặt bên hợp với mặt phẳng đáy một góc α . Tính thể tích hình cầu nội tiếp hình chóp $S.ABC$.

Câu V: (1 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$ cho đường thẳng l có phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \\ z = 4 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ và hai điểm } A(1;2;-1), B(7;-2;3).$$

Tìm trên đường thẳng l những điểm sao cho tổng khoảng cách từ đó đến A và B là nhỏ nhất.

PHẦN DÀNH RIÊNG CHO CHƯƠNG TRÌNH CHUẨN.

Câu VIa: (2 điểm)

1. Năm đoạn thẳng có độ dài 1 cm, 3 cm, 5 cm, 7 cm, 9cm. lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Tìm xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x\sqrt{x} - 8\sqrt{y} = \sqrt{x} + y\sqrt{y} \\ x - y = 5 \end{cases}$.

Câu VIIa: (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x (2 \cos x - \sin x)}$, với $0 < x \leq \frac{\pi}{3}$.

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* qua các năm

PHẦN DÀNH RIÊNG CHO CHƯƠNG TRÌNH NÂNG CAO.

Câu VIb: (2 điểm)

1. Tìm các giá trị của x trong khai triển khai nhị thức Newton: $\left(\sqrt{2^{\log(10-3^x)}} + \sqrt[5]{2^{(x-2)\log 3}}\right)^n$ biết rằng số hạng thứ sáu của khai triển bằng 21 và $C_n^1 + C_n^3 = 2C_n^2$.
2. Cho $\alpha = 3\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$. Tìm các số phức β sao cho $\beta^3 = \alpha$.

Câu VIIb: (1 điểm)

Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2. Chứng minh rằng:

$$\frac{52}{27} \leq a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2.$$

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 2-2009:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. Đáp số: $A(0; -4); B(2; 0)$.

Câu II:

1. Đáp số: $x = k8\pi$.
2. Phương trình có 2 nghiệm: **Đáp số:** $x = -1; x = 1$.

Câu III:

Đáp số: $I = e^{\frac{\pi}{2}}$.

Câu IV:

Đáp số: $V = \left[\frac{\sin \alpha \tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 4(1 + \sin \alpha)}} \right]^3$.

Câu V:

Đáp số: $M(2; 0; 4)$.

Câu VI.a:

1. Đáp số: $\frac{3}{C_5^3}$.
2. Đáp số: $(x; y) = (-3; -2); (3; 2)$.

Câu VII.a:

Đáp số: $y_{\min} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \tan \alpha = \sqrt{3} - 1$.

Câu VI.b:

1. Đáp số: $x=2$.

2. Đáp số: $\begin{cases} \beta_1 = \sqrt[3]{3} \left[\cos\left(\frac{-4\pi}{9}\right) + i \sin\left(\frac{-4\pi}{9}\right) \right] \\ \beta_2 = \sqrt[3]{3} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{9}\right) \right] \\ \beta_3 = \sqrt[3]{3} \left[\cos\left(\frac{8\pi}{9}\right) + i \sin\left(\frac{8\pi}{9}\right) \right] \end{cases}$.

Câu VII.b:

Các bạn tự giải.

----- HẾT -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ qua các năm

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
NĂM 2009**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG SỐ 3
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút**

Câu I: (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{(2m-1)x - m^2}{x-1}$ (1).

1. Khảo sát sự biến và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) ứng với $m = -1$.
2. Tìm m để đồ thị của hàm số (1) tiếp xúc với đường thẳng $y = x$.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $\log_2(x(x+9)) + \log_2 \frac{x+9}{x} = 0$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{2xy}{x+y} = 1 \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y \end{cases}$$

Câu III: (1 điểm)

1. Tìm giới hạn: $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{e^{-2x^2} - \sqrt[3]{1+x^2}}$.

2. Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(\sin x + \cos x)^3}$.

Câu IV: (1 điểm)

Cho hình chóp cắt tam giác đều ngoại tiếp một hình cầu bán kính r cho trước. Tính thể tích hình chóp cắt, biết rằng cạnh đáy lớn gấp đôi cạnh đáy nhỏ.

Câu V: (1 điểm)

Cho phương trình: $\frac{3x^2 - 1}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2x-1} + mx$ (với m là tham số).

Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

PHẦN DÀNH RIÊNG CHO CHƯƠNG TRÌNH CHUẨN.

Câu VIa: (2 điểm)

1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng P có phương trình: $x+y+z+3=0$; đường thẳng d có phương trình: $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}$ và các điểm $A(3;1;1)$; $B(7;3;9)$; $C(2;2;2)$.

a. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và song song với mặt phẳng (P).

b. Tìm tọa độ của điểm M thuộc (P) sao cho $|\overline{MA} + 2\overline{MB} + 3\overline{MC}|$ nhỏ nhất.

2. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(0;2)$ và cắt (C) theo một dây cung có độ dài là 4.

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* qua các năm

Câu VIIa: (1 điểm)

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n (với $n > 2$), ta có: $n^n (n - 2)^{n-2} > (n - 1)^{2(n-1)}$.

PHẦN DÀNH RIÊNG CHO CHƯƠNG TRÌNH NÂNG CAO.

Câu VIb: (2 điểm)

1. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình: $3x + 2y - z + 4 = 0$ và hai điểm $A(4;0;0)$ và $B(0;4;0)$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (α) và xác định tọa độ điểm K sao cho KI vuông góc với mặt phẳng (α) , đồng thời K cách đều gốc tọa độ O và 2 mặt phẳng (α) .

2. Cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$. Tìm các điểm M thuộc (E) nhìn hai tiêu điểm của elip (E) dưới một góc 120° .

Câu VIIb: (1 điểm)

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n (với $n > 2$), ta có: $\ln^2 n > \ln(n - 1)\ln(n + 1)$.

----- HẾT -----

ĐÁP SỐ HOẶC HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 3-2009:

Câu I:

1. Các bạn tự giải.
2. **Đáp số:** $m \in R \setminus \{1\}$.

Câu II:

1. **Đáp số:** $x = -10$.
2. Hệ phương trình có 2 nghiệm: **Đáp số:** $(x; y) = (1; 0); (-2; 3)$.

Câu III:

1. **Đáp số:** $L = \frac{-3}{7}$.
2. **Đáp số:** $I = \frac{1}{2}$.

Câu IV:

Các bạn tự giải.

Câu V:

Đáp số: $m \in R$.

Câu VI.a:

1.
 - a. **Đáp số:** $x + y + z - 1 = 0$.
 - b. **Đáp số:** $M\left(\frac{-5}{9}; \frac{-20}{9}; \frac{-2}{9}\right)$.
2. **Đáp số:** $y = \frac{1}{2}x + 2; y = -2x + 2$.

Câu VII.a:

Các bạn tự giải.

Câu VI.b:

1. **Đáp số:** Giao điểm: $(-12; 16; 0)$; $K\left(\frac{-1}{4}; \frac{-1}{2}; \frac{3}{4}\right)$.
2. **Đáp số:** $M_1\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{150}}{3}\right)$; $M_2\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{150}}{3}\right)$; $M_3\left(\frac{-10\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{150}}{3}\right)$ và $M_4\left(\frac{-10\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{150}}{3}\right)$.

Câu VII.b:

Các bạn tự giải.

----- **HẾT** -----

Tuyển tập các đề thi thử Đại học, cao đẳng trên tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* qua các năm

Thực hiện:

Tập thể Lớp 12T
Trường THPT Thị xã Cao Lãnh
Niên khóa: 2006 -2009

Giáo viên chủ nhiệm:

Thầy Nguyễn Đình Huy

1. Tuyển tập các đề năm 2003:

Tập thể tổ 4. Chịu trách nhiệm chính: Lê Ngọc Đức

2. Tuyển tập các đề năm 2004:

Tập thể tổ 5. Chịu trách nhiệm chính: Phạm Ngọc Trường

3. Tuyển tập các đề năm 2005:

Tập thể tổ 6. Chịu trách nhiệm chính: Lê Thanh Sang

4. Tuyển tập các đề năm 2006:

Tập thể tổ 3. Chịu trách nhiệm chính: Trịnh Hoàng Anh

5. Tuyển tập các đề năm 2007:

Tập thể tổ 2. Chịu trách nhiệm chính: Nguyễn Hoàng Việt Khánh

6. Tuyển tập các đề năm 2008:

Tập thể tổ 1. Chịu trách nhiệm chính: Nguyễn Hồng Hoàng

7. Tuyển tập các đề năm 2009:

Tập thể tổ 3. Chịu trách nhiệm chính: Nguyễn Đức Tuấn

© Nguyễn Đức Tuấn

Tháng 03 – 2009.