

DAO ĐỘNG CƠ HỌC

CON LẮC Lò XO

Phần I.

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Phương trình dao động có dạng : $x = A.\cos(\omega t + \varphi)$ hoặc $x = A.\sin(\omega t + \varphi)$.

Trong đó: + A là biên độ dao động.

+ ω là vận tốc góc, đơn vị (rad/s).

+ φ là pha ban đầu (là pha ở thời điểm $t = 0$), đơn vị (rad).

+ x là li độ dao động ở thời điểm t.

+ $(\omega.t + \varphi)$ là pha dao động (là pha ở thời điểm t).

2. Vận tốc trong dao động điều hoà. $v = x' = -A.\omega.\sin(\omega t + \varphi)$; $v = x' = A.\omega.\cos(\omega t + \varphi)$.

3. Gia tốc trong dao động điều hoà. $a = v' = x'' = -A.\omega^2.\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2.x$

Hoặc $a = v' = x'' = -A.\omega^2.\sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2.x$

4. Các hệ thức liên hệ giữa x , v, a: $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$; $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2.\omega^2} = 1$; $v = \pm\sqrt{A^2 - x^2}$.

5. Chu kỳ dao động: $T = \frac{2.\pi}{\omega} = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{f}$.

6. Tần số dao động : $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\omega}{2.\pi}$.

7. Lực trong dao động điều hoà :

+ Lực đàn hồi : $F_{dh} = k.\Delta l \pm x = k.\Delta l \pm A.\sin(\omega t + \varphi)$.

+ Lực phục hồi : $F_{ph} = -k.x = -m.\omega^2.x = -m.\omega^2.A.\sin(\omega t + \varphi)$.

8. Năng lượng trong dao động điều hoà : $E = E_d + E_t$

Trong đó: + $E_d = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.m.A^2.\omega^2.\sin^2(\omega t + \varphi)$. Là động năng của vật dao động

+ $E_t = \frac{1}{2}.k.x^2 = \frac{1}{2}.k.A^2.\cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}.m.\omega^2.A^2.\cos^2(\omega t + \varphi)$. Là thế năng của vật

dao động (Thế năng đàn hồi).

$\Rightarrow E = E_d + E_t = \frac{1}{2}.m.\omega^2.A^2 = \frac{1}{2}.k.A^2 = const$.

9. Các loại dao động : + Dao động tuần hoàn.

+ Dao động điều hoà.

+ Dao động tự do.

+ Dao động tắt dần.

+ Dao động cưỡng bức.

+ Sự tự dao động.

II. BÀI TẬP

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH CÁC ĐẶC ĐIỂM TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

I. Phương pháp.

+ Nếu đầu bài cho phương trình dao động của một vật dưới dạng cơ bản :

$x = A.\sin(\omega t + \varphi)$, thì ta chỉ cần đưa ra các đại lượng cần tìm như : A, x, ω , φ , \square

+ Nếu đầu bài cho phương trình dao động của một vật dưới dạng không cơ bản thì ta phải áp dụng các phép biến đổi lượng giác hoặc phép đổi biến số (hoặc cả hai) để đưa phương trình đó về dạng cơ bản rồi tiến hành làm như trường hợp trên.

II. Bài Tập.

Bài 1. Cho các phương trình dao động điều hoà như sau :

a) $x = 5.\sin(4.\pi.t + \frac{\pi}{6})$ (cm).

b) $x = -5.\sin(2.\pi.t + \frac{\pi}{4})$ (cm).

c) $x = -5.\sin(\pi.t)$ (cm).

d) $x = 10.\cos(5.\pi.t + \frac{\pi}{3})$ (cm).

Xác định biên độ, tần số góc, pha ban đầu, chu kỳ, tần số, của các dao động điều hoà đó?

Lời Giải

$$a) x = 5 \cdot \sin(4\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm)}. \Rightarrow A = 5 \text{ (cm)}; \omega = 4\pi \text{ (Rad / s)}; \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ (Rad)};$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5 \text{ (s)}; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ (Hz)}$$

$$b) x = -5 \cdot \sin(2\pi t + \frac{\pi}{4}) = 5 \cdot \sin(2\pi t + \frac{\pi}{4} + \pi) = 5 \cdot \sin(2\pi t + \frac{5\pi}{4}) \text{ (cm)}.$$

$$\Rightarrow A = 5 \text{ (cm)}; \omega = 2\pi \text{ (rad / s)}; \varphi = \frac{5\pi}{4} \text{ (Rad)} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ (s)}; f = \frac{1}{T} = 1 \text{ (Hz)}.$$

$$c) x = -5 \cdot \sin(\pi t) \text{ (cm)} = 5 \cdot \sin(\pi t + \pi) \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow A = 5 \text{ (cm)}; \omega = \pi \text{ (Rad / s)}; \varphi = \pi \text{ (Rad)}; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \text{ (s)}; f = 0,5 \text{ (Hz)}.$$

$$d) x = 10 \cdot \cos(5\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ cm} = 10 \cdot \sin(5\pi t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}) \text{ cm} = 10 \cdot \sin(5\pi t + \frac{5\pi}{6}) \text{ cm}.$$

$$\Rightarrow A = 10 \text{ (cm)}; \omega = 5\pi \text{ (Rad / s)}; \varphi = \frac{5\pi}{6} \text{ (Rad)}; T = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4 \text{ (s)}; f = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ (Hz)}.$$

Bài 2. Cho các chuyển động được mô tả bởi các phương trình sau:

$$a) x = 5 \cdot \cos(\pi t) + 1 \text{ (cm)} \quad b) x = 2 \cdot \sin^2(2\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm)} \quad c) x = 3 \cdot \sin(4\pi t) + 3 \cdot \cos(4\pi t) \text{ (cm)}$$

Chứng minh rằng những chuyển động trên đều là những dao động điều hoà. Xác định biên độ, tần số, pha ban đầu, và vị trí cân bằng của các dao động đó.

Lời Giải

$$a) x = 5 \cdot \cos(\pi t) + 1 \Rightarrow x - 1 = 5 \cdot \cos(\pi t) = 5 \cdot \sin(\pi t + \frac{\pi}{2}).$$

$$\text{Đặt } x - 1 = X. \quad \text{ta có} \quad X = 5 \cdot \sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \text{Đó là một dao động điều hoà}$$

$$\text{Với} \quad A = 5 \text{ (cm)}; f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0,5 \text{ (Hz)}; \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ (Rad)}$$

$$\text{VTCB của dao động là: } X = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ (cm)}.$$

$$b) x = 2 \cdot \sin^2(2\pi t + \frac{\pi}{6}) = 1 - \cos(4\pi t + \frac{\pi}{3}) = 1 + \sin(4\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}) = 1 + \sin(4\pi t - \frac{\pi}{6})$$

$$\text{Đặt } X = x - 1 \Rightarrow X = \sin(4\pi t - \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \text{Đó là một dao động điều hoà.}$$

$$\text{Với} \quad A = 1 \text{ (cm)}; f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ (s)}; \varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ (Rad)}$$

$$c) x = 3 \cdot \sin(4\pi t) + 3 \cdot \cos(4\pi t) = 3 \cdot 2 \sin(4\pi t + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(-\frac{\pi}{4}) \Rightarrow x = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(4\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \text{Đó là một dao động điều hoà. Với} \quad A = 3 \cdot \sqrt{2} \text{ (cm)}; f = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ (s)}; \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ (Rad)}$$

Bài 3. Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, có các phương trình dao động là:

$$x_1 = 3 \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)} \quad \text{và} \quad x_2 = 4 \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)}. \text{ Biên độ của dao động tổng hợp hai dao động}$$

trên là:

$$A. 5 \text{ cm}. \quad B. 7 \text{ cm}. \quad C. 1 \text{ cm}. \quad D. 12 \text{ cm}.$$

Bài 4. Hai dao động cùng phương, cùng tần số:

$$x_1 = 2a \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)} \quad \text{và} \quad x_2 = a \cdot \sin(\omega t + \pi) \text{ (cm)}. \text{ Hãy viết phương trình tổng hợp của hai}$$

phương trình thành phần trên?

$$A. x = a \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}. \quad B. x = a \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$$

$$C. x = \frac{3.a}{2} \cdot \sin(\omega.t + \frac{\pi}{4}) \text{ (cm).}$$

$$D. x = \frac{2.a}{4} \cdot \sin(\omega.t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm).}$$

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH LI ĐỘ, VẬN TỐC, GIA TỐC, LỰC PHỤC HỒI Ở MỘT THỜI ĐIỂM HAY ÚNG VỚI PHA ĐÃ CHO

I. Phương pháp.

+ Muốn xác định x, v, a, F_{ph} ở một thời điểm hay ứng với pha đã cho ta chỉ cần thay t hay pha đã cho vào các công thức :

$$x = A \cdot \cos(\omega.t + \varphi) \text{ hoặc } x = A \cdot \sin(\omega.t + \varphi); v = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega.t + \varphi) \text{ hoặc } v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega.t + \varphi)$$

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega.t + \varphi) \text{ hoặc } a = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega.t + \varphi) \text{ và } F_{ph} = -k \cdot x.$$

+ Nếu đã xác định được li độ x , ta có thể xác định gia tốc, lực phục hồi theo biểu thức như sau :
 $a = -\omega^2 \cdot x$ và $F_{ph} = -k \cdot x = -m \cdot \omega^2 \cdot x$

+ Chú ý : - Khi $v \neq 0; a \neq 0; F_{ph} \neq 0$: Vận tốc, gia tốc, lực phục hồi cùng chiều với chiều dương trục toạ độ.

- Khi $v < 0; a < 0; F_{ph} < 0$: Vận tốc, gia tốc, lực phục hồi ngược chiều với chiều dương trục toạ độ.

II. Bài Tập.

Bài 1. Một chất điểm có khối lượng $m = 100g$ dao động điều hoà theo phương trình :

$$x = 5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm)}. \text{ Lấy } \pi^2 \approx 10. \text{ Xác định li độ, vận tốc, gia tốc, lực phục hồi trong các trường}$$

hợp sau :

a) Ở thời điểm $t = 5(s)$.

b) Khi pha dao động là 120° .

Lời Giải

Từ phương trình $x = 5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm)} \Rightarrow A = 5(cm); \omega = 2 \cdot \pi (Rad / s)$

Vậy $k = m \cdot \omega^2 = 0,1 \cdot 4 \cdot \pi^2 \approx 4(N / m).$

Ta có $v = x' = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega.t + \varphi) = 5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6}) = 10 \cdot \pi \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6})$

a) Thay $t = 5(s)$ vào phương trình của x, v ta có :

$$x = 5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 5 + \frac{\pi}{6}) = 5 \cdot \sin(\frac{\pi}{6}) = 2,5(cm).$$

$$v = 10 \cdot \pi \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 5 + \frac{\pi}{6}) = 10 \cdot \pi \cdot \cos(\frac{\pi}{6}) = 10 \cdot \pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5 \cdot \sqrt{30} \text{ (cm/s).}$$

$$a = -\omega^2 \cdot x = -4 \cdot \pi^2 \cdot 2,5 = -100 \cdot (\frac{cm}{s^2}) = -1 \cdot (\frac{m}{s^2}).$$

Dấu “ — “ chứng tỏ gia tốc ngược chiều với chiều dương trục toạ độ.

$$F_{ph} = -k \cdot x = -4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} = -0,1(N).$$

Dấu “ — “ chứng tỏ Lực phục hồi ngược chiều với chiều dương trục toạ độ.

b) Khi pha dao động là 120° thay vào ta có :

- Li độ : $x = 5 \cdot \sin 120^\circ = 2,5 \cdot \sqrt{3} \text{ (cm).}$

- Vận tốc : $v = 10 \cdot \pi \cdot \cos 120^\circ = -5 \cdot \pi \text{ (cm/s).}$

- Gia tốc : $a = -\omega^2 \cdot x = -4 \cdot \pi^2 \cdot 2,5 \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{3} \text{ (cm/s}^2\text{).}$

- Lực phục hồi : $F_{ph} = -k \cdot x = -4 \cdot 2,5 \cdot \sqrt{3} = -0,1 \cdot \sqrt{3} \text{ (N).}$

Bài 2. Toạ độ của một vật biến thiên theo thời gian theo định luật : $x = 4 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot t)$ (cm). Tính tần số dao động, li độ và vận tốc của vật sau khi nó bắt đầu dao động được 5 (s).

Lời Giải

Từ phương trình $x = 4 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot t)$ (cm)

Ta có : $A = 4\text{cm}; \omega = 4.\pi(\text{Rad} / \text{s}) \Rightarrow f = \frac{\omega}{2.\pi} = 2(\text{Hz})$.

- Li độ của vật sau khi dao động được 5(s) là : $x = 4.\cos(4.\pi.5) = 4$ (cm).
- Vận tốc của vật sau khi dao động được 5(s) là : $v = x' = -4.\pi.4.\sin(4.\pi.5) = 0$

Bài 3. Phương trình của một vật dao động điều hoà có dạng : $x = 6.\sin(100.\pi.t + \pi)$.

Các đơn vị được sử dụng là centimet và giây.

- Xác định biên độ, tần số, vận tốc góc, chu kỳ của dao động.
- Tính li độ và vận tốc của dao động khi pha dao động là -30° .

Bài 4. Một vật dao động điều hoà theo phương trình : $x = 4.\sin(10.\pi.t + \frac{\pi}{4})$ (cm).

- Tìm chiều dài của quỹ đạo, chu kỳ, tần số.
- Vào thời điểm $t = 0$, vật đang ở đâu và đang di chuyển theo chiều nào? Vận tốc bằng bao nhiêu?

DẠNG 3.

CẮT GHÉP Lò XO

I. Phương pháp.

Bài toán : Một lò xo có chiều dài tự nhiên l_0 , độ cứng là k_0 , được cắt ra thành hai lò xo có chiều dài và độ cứng tương ứng là : l_1, k_1 và l_2, k_2 . Ghép hai lò xo đó với nhau. Tìm độ cứng của hệ lò xo đã được ghép.

Lời giải :

+ Trường hợp 1 : Ghép nối tiếp hai lò xo (l_1, k_1) và (l_2, k_2).

$$F = F_{dh1} = F_{dh2} \quad \text{Ta có } F = k.\Delta l; F_{dh1} = k_1.\Delta l_1; F_{dh2} = k_2.\Delta l_2.$$

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k}; \Delta l_1 = \frac{F_{dh1}}{k_1}; \Delta l_2 = \frac{F_{dh2}}{k_2}. \text{ Vậy ta được : } \frac{F}{k} = \frac{F_{dh1}}{k_1} + \frac{F_{dh2}}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (1)$$

+ Trường hợp 2 : Ghép song song hai lò xo (l_1, k_1) và (l_2, k_2).

$$F = F_{dh1} + F_{dh2} \quad \Rightarrow k.\Delta l = k_1.\Delta l_1 + k_2.\Delta l_2 \Leftrightarrow k = k_1 + k_2 \quad (2)$$

$$\Delta l = \Delta l_1 = \Delta l_2$$

Chú ý : Độ cứng của vật đàn hồi được xác định theo biểu thức : $k = E.\frac{S}{l} \quad (3)$

Trong đó : + E là suất Yang, đơn vị : Pa, $\frac{N}{m^2}; 1Pa = 1\frac{N}{m^2}$.

+ S là tiết diện ngang của vật đàn hồi, đơn vị : m^2 .

+ l là chiều dài ban đầu của vật đàn hồi, đơn vị : m.

Từ (3) ta có : $k_0.l_0 = k_1.l_1 = k_2.l_2 = \text{Const} = E.S$.

II. Bài Tập.

Bài 1. Một vật khối lượng m treo vào lò xo có độ cứng $k_1 = 30(\text{N/m})$ thì dao động với chu kỳ $T_1 = 0,4(\text{s})$. Nếu mắc vật m trên vào lò xo có độ cứng $k_2 = 60(\text{N/m})$ thì nó dao động với chu kỳ $T_2 = 0,3(\text{s})$. Tìm chu kỳ dao động của m khi mắc m vào hệ lò xo trong hai trường hợp:

- Hai lò xo mắc nối tiếp.
- Hai lò xo mắc song song.

Bài 2. Hai lò xo L_1, L_2 có cùng chiều dài tự nhiên. khi treo một vật có khối lượng $m=200\text{g}$ bằng lò xo L_1 thì nó dao động với chu kỳ $T_1 = 0,3(\text{s})$; khi treo vật m đó bằng lò xo L_2 thì nó dao động với chu kỳ $T_2 = 0,4(\text{s})$.

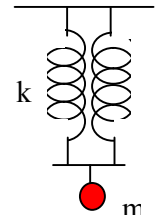
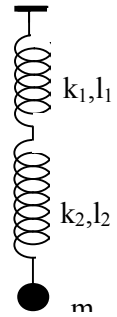
1. Nối hai lò xo trên với nhau thành một lò xo dài gấp đôi rồi treo vật m trên vào thì vật m sẽ dao động với chu kỳ bao nhiêu? Muốn chu kỳ dao động của vật $T' = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ thì phải tăng hay giảm khối lượng m bao nhiêu?

2. Nối hai lò xo với nhau bằng cả hai đầu để được một lò xo có cùng độ dài rồi treo vật m ở trên thì chu kỳ dao động là bằng bao nhiêu? Muốn chu kỳ dao động của vật là $0,3(\text{s})$ thì phải tăng hay giảm khối lượng vật m bao nhiêu?

Bài 3. Một lò xo $OA=l_0=40\text{cm}$, độ cứng $k_0 = 100(\text{N/m})$. M là một điểm treo trên lò xo với $OM = l_0/4$.

1. Treo vào đầu A một vật có khối lượng $m = 1\text{kg}$ làm nó dãn ra, các điểm A và M đến vị trí A' và M'. Tính OA' và OM' . Lấy $g = 10 (\text{m/s}^2)$.

2. Cắt lò xo tại M thành hai lò xo. Tính độ cứng tương ứng của mỗi đoạn lò xo.



3. Cần phải treo vật m ở câu 1 vào điểm nào để nó dao động với chu kỳ $T = \frac{\pi\sqrt{2}}{10}$ s.

Bài 4. Khi gắn quả nặng m_1 vào lò xo, nó dao động với chu kỳ $T_1 = 1,2$ s. Khi gắn quả nặng m_2 vào lò xo, nó dao động với chu kỳ $T_2 = 1,6$ s. Hỏi sau khi gắn đồng thời cả hai vật nặng m_1 và m_2 vào lò xo thì chúng dao động với chu kỳ bằng bao nhiêu?

DẠNG 4. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

I. Phương pháp.

Phương trình dao động có dạng: $x = A.\cos(\omega.t + \varphi)$ hoặc $x = A.\sin(\omega.t + \varphi)$.

1. Tìm biên độ dao động A: Dựa vào một trong các biểu thức sau:

$$+ |v_{max}| = A.\omega; |a_{max}| = A.\omega^2; |F_{max}| = m.\omega^2.A = k.A; E = \frac{1}{2}.k.A^2; A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \quad (1)$$

$$+ \text{Nếu biết chiều dài của quỹ đạo là } l \text{ thì } A = \frac{l}{2}.$$

$$+ \text{Nếu biết quãng đường đi được trong một chu kỳ là } s \text{ thì } A = \frac{s}{4}.$$

Chú ý: $A > 0$.

2. Tìm vận tốc góc ω : Dựa vào một trong các biểu thức sau:

$$+ \omega = 2.\pi.f = \frac{2.\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

+ Từ (1) ta cũng có thể tìm được ω nếu biết các đại lượng còn lại.

Chú ý: -Trong thời gian t vật thực hiện n dao động, chu kỳ của dao động là: $T = \frac{t}{n}$

- $\omega > 0$; đơn vị: Rad/s

3. Tìm pha ban đầu φ : Dựa vào điều kiện ban đầu ($t = 0$).

$$\begin{aligned} \text{Giá trị của pha ban đầu } (\varphi) \text{ phải thoả mãn 2 phương trình: } & x_0 = A.\sin \varphi \\ & v_0 = A.\omega.\cos \varphi \end{aligned}$$

Chú ý: Một số trường hợp đặc biệt:

+ Vật qua VTCB: $x_0 = 0$.

+ Vật ở vị trí biên: $x_0 = +A$ hoặc $x_0 = -A$.

+ Buông tay (thả nhẹ), không vận tốc ban đầu: $v_0 = 0$.

II. Bài Tập.

Bài 1. Một con lắc lò xo dao động với biên độ $A = 5$ cm, chu kỳ $T = 0,5$ s. Viết phương trình dao động của con lắc trong các trường hợp:

a) $t = 0$, vật qua VTCB theo chiều dương.

b) $t = 0$, vật cách VTCB 5cm, theo chiều dương.

c) $t = 0$, vật cách VTCB 2,5cm, đang chuyển động theo chiều dương.

Lời Giải

Phương trình dao động có dạng: $x = A.\sin(\omega.t + \varphi)$.

Phương trình vận tốc có dạng: $v = x' = A.\omega.\cos(\omega.t + \varphi)$.

$$\text{Vận tốc góc: } \omega = \frac{2.\pi}{T} = \frac{2.\pi}{0,5} = 4\pi(\text{Rad/s}).$$

$$\text{a) } t = 0; \begin{cases} x_0 = A.\sin \varphi \\ v_0 = A.\omega.\cos \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 5.\sin \varphi \\ v_0 = 5.4.\pi.\cos \varphi \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0. \text{ Vậy } x = 5.\sin(4.\pi.t) \text{ (cm).}$$

$$\text{b) } t = 0; \begin{cases} x_0 = A.\sin \varphi \\ v_0 = A.\omega.\cos \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 5.\sin \varphi \\ v_0 = 5.4.\pi.\cos \varphi \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}(\text{rad}).$$

$$\text{Vậy } x = 5.\sin(4.\pi.t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm).}$$

$$c) \quad t=0; \quad \begin{cases} x_0 = A \sin \varphi \\ v_0 = A \omega \cos \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2,5 = 5 \sin \varphi \\ v_0 = 5,4 \pi \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ (rad)}.$$

$$\text{Vậy} \quad x = 5 \sin\left(4 \pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}.$$

Bài 2. Một con lắc lò xo dao động với chu kỳ $T = 1$ (s). Lúc $t = 2,5$ (s), vật qua vị trí có li độ $x = -5\sqrt{2}$ (cm) với vận tốc $v = -10\pi\sqrt{2}$ (cm/s). Viết phương trình dao động của con lắc.

Lời Giải

Phương trình dao động có dạng: $x = A \sin(\omega t + \varphi)$.

Phương trình vận tốc có dạng: $v = x' = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$.

$$\text{Vận tốc góc:} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ (Rad/s)}.$$

$$\text{ADCT:} \quad A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{(-5\sqrt{2})^2 + \frac{(-10\pi\sqrt{2})^2}{(2\pi)^2}} = 10 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Điều kiện ban đầu: } t = 2,5 \text{ (s); } \begin{cases} x = A \sin \varphi \\ v = A \omega \cos \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5\sqrt{2} = A \sin \varphi \\ -10\pi\sqrt{2} = A \cdot 2\pi \cos \varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ (rad)}. \quad \text{Vậy} \quad x = 10 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}.$$

Bài 3. Một vật có khối lượng $m = 100$ g được treo vào đầu dưới của một lò xo có độ cứng $k = 100$ (N/m). Đầu trên của lò xo gắn vào một điểm cố định. Ban đầu vật được giữ sao cho lò xo không bị biến dạng. Buông tay không vận tốc ban đầu cho vật dao động. Viết phương trình dao động của vật. Lấy $g = 10$ (m/s²); $\pi^2 \approx 10$.

Lời Giải

$$\text{Phương trình dao động có dạng: } x = A \sin(\omega t + \varphi). \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 10\pi \text{ (Rad/s)}.$$

$$\text{Tại VTCB lò xo dãn ra một đoạn là: } \Delta l = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{100} = 10^{-2} \text{ (m)} = 1 \text{ cm} \Rightarrow A = \Delta l = 1 \text{ cm}.$$

Điều kiện ban đầu $t = 0$, giữ lò xo sao cho nó không biến dạng tức $x_0 = -\Delta l$. Ta có

$$t = 0; \quad \begin{cases} x_0 = -\Delta l = -1 = A \sin \varphi \\ v_0 = A \omega \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ (rad)}. \quad \text{Vậy} \quad x = \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

Bài 4. Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox. Lúc vật qua vị trí có li độ $x = -\sqrt{2}$ (cm) thì có vận tốc $v = -\pi\sqrt{2}$ (cm/s) và gia tốc $a = \sqrt{2}\pi^2$ (cm/s²). Chọn gốc tọa độ ở vị trí trên. Viết phương trình dao động của vật dưới dạng hàm số cosin.

Lời Giải

Phương trình có dạng: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$.

Phương trình vận tốc: $v = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$.

Phương trình gia tốc: $a = -A \omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$.

Khi $t = 0$; thay các giá trị x, v, a vào 3 phương trình đó ta có:

$$x = -\sqrt{2} = A \cos \varphi; \quad v = -\pi\sqrt{2} = -A \omega \sin \varphi; \quad a = \pi^2 \sqrt{2} = -\omega^2 A \cos \varphi.$$

Lấy a chia cho x ta được: $\omega = \pi$ (rad/s).

$$\text{Lấy } v \text{ chia cho } a \text{ ta được: } \tan \varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4} \text{ (rad)} \quad (\text{vì } \cos \varphi < 0)$$

$$\Rightarrow A = 2 \text{ cm}. \quad \text{Vậy:} \quad x = 2 \sin\left(\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (cm)}.$$

Bài 5. Một con lắc lò xo lí tưởng đặt nằm ngang, từ VTCB kéo để lò xo dãn 6 cm. Lúc $t = 0$ buông nhẹ, sau $\frac{5}{12}$ s đầu tiên, vật đi được quãng đường 21 cm. Phương trình dao động của vật là:

A. $x = 6.\sin(20.\pi.t + \frac{\pi}{2})$ (cm)

B. $x = 6.\sin(20.\pi.t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

C. $x = 6.\sin(4.\pi.t + \frac{\pi}{2})$ (cm)

D. $x = 6.\sin(40.\pi.t + \frac{\pi}{2})$ (cm)

Bài 6. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm một vật $m = 100\text{g}$, lò xo có độ cứng $k = 100(\text{N/m})$. Kéo vật ra khỏi VTCB một đoạn $x = 2\text{cm}$ và truyền vận tốc $v = 62,8.\sqrt{3}$ (cm/s) theo phương lò xo. Chọn $t = 0$ lúc vật bắt đầu dao động (lấy $\pi^2 \approx 10$; $g = 10\frac{m}{s^2}$) thì phương trình dao động của vật là:

A. $x = 4.\sin(10.\pi.t + \frac{\pi}{3})$ (cm)

B. $x = 4.\sin(10.\pi.t + \frac{\pi}{6})$ (cm)

C. $x = 4.\sin(10.\pi.t + \frac{5.\pi}{6})$ (cm)

D. $x = 4.\sin(10.\pi.t - \frac{\pi}{3})$ (cm)

Bài 7. Một quả cầu khối lượng $m = 100\text{g}$ treo vào lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 20\text{cm}$, độ cứng $k = 25$ (N/m).

- Tính chiều dài của lò xo tạo vị trí cân bằng. Lấy $g = 10$ (m/s²).
- Kéo quả cầu xuống dưới, cách vị trí cân bằng một đoạn 6cm rồi buông nhẹ ra cho nó dao động. Tìm chu kỳ dao động, tần số. Lấy $\pi^2 \approx 10$.
- Viết phương trình dao động của quả cầu chọn gốc thời gian là lúc buông vật; gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống.

Bài 8. Một quả cầu khối lượng $m = 500\text{g}$ được treo vào lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 40\text{cm}$.

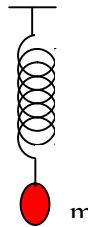
- Tìm chiều dài của lò xo tại vị trí cân bằng, biết rằng lò xo trên khi treo vật $m_0 = 100\text{g}$, lò xo dãn thêm 1cm. Lấy $g = 10$ (m/s²). Tính độ cứng của lò xo.
- Kéo quả cầu xuống dưới cách vị trí cân bằng 8cm rồi buông nhẹ cho dao động. Viết phương trình dao động (Chọn gốc thời gian là lúc thả vật, chiều dương hướng xuống).

Bài 9. Vật có khối lượng m treo vào lò xo có độ cứng $k = 5000(\text{N/m})$. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng

một đoạn 3cm rồi truyền vận tốc 200cm/s theo phương thẳng đứng thì vật dao động với chu kỳ $T = \frac{\pi}{25}\text{s}$.

- Tính khối lượng m của vật.
- Viết phương trình chuyển động của vật. Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí có li độ $x = -2,5\text{cm}$ theo chiều dương.

Bài 10: Cho con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương thẳng đứng vật nặng có khối lượng $m = 400\text{g}$, lò xo có độ cứng k , cơ năng toàn phần $E = 25\text{mJ}$. Tại thời điểm $t = 0$, kéo vật xuống dưới VTCB để lò xo dãn 2,6cm đồng thời truyền cho vật vận tốc 25cm/s hướng lên ngược chiều dương Ox ($g = 10\text{m/s}^2$). Viết phương trình dao động?



DẠNG 5.

CHỨNG MINH MỘT VẬT DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

I. Phương pháp.

1. Phương pháp động lực học.

+ Chọn HQC sao cho việc giải bài toán là đơn giản nhất.(Thường chọn là TTĐ Ox, O trùng với VTCB của vật, chiều dương trùng với chiều chuyển động).

+ Xét vật ở VTCB :
$$\vec{F}_{hl} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

chiều lên HQC để thu được phương trình vô hướng:

$$F_1 \pm F_2 \pm F_3 \pm \dots + F_n = 0 \quad (1)$$

+ Xét vật ở thời điểm t , có li độ là x : áp dụng định luật 2 Newton, ta có:

$$\vec{F}_{hl} = m.a \Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = m.a$$

chiều lên HQC để thu được phương trình vô hướng:

$$F_1 \pm F_2 \pm \dots \pm F_n = m.a \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta có dạng : $x'' + \omega^2 x = 0$. Phương trình này có nghiệm dạng:

$x = A.\cos(\omega.t + \varphi)$ hoặc $x = A.\sin(\omega.t + \varphi) \Rightarrow$ ật dao động điều hoà, với tần số góc là ω .

2. Phương pháp năng lượng.

+ Chọn mặt phẳng làm mốc tính thế năng, sao cho việc giải bài toán là đơn giản nhất.

+ Cơ năng của vật dao động là : $E = E_t + E_t \Leftrightarrow \frac{1}{2}.k.A^2 = \frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.k.x^2$ (3)

+ Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian t, ta được : $0 = \frac{1}{2}.m.2.v.v' + \frac{1}{2}.k.2.x.x' \Leftrightarrow 0 = m.v.v' + k.x.x'$.

Mặt khác ta có : $x' = v$; $v' = a = x''$, thay lên ta được : $0 = m.v.a + k.x.v$

$\Rightarrow 0 = m.x'' + k.x \Leftrightarrow x'' + \frac{k}{m}.x = 0$. Đặt $\omega^2 = \frac{k}{m}$. Vậy ta có : $x'' + \omega^2.x = 0$

Phương trình này có nghiệm dạng: $x = A.cos(\omega.t + \varphi)$ hoặc $x = A.sin(\omega.t + \varphi)$

\Rightarrow Vật dao động điều hoà, với tần số góc là ω . \Rightarrow đpcm.

II. Bài Tập.

Bài 1. Một lò xo có khối lượng nhỏ không đáng kể, được treo vào một điểm cố định O có độ dài tự nhiên là $OA = l_0$. Treo một vật $m_1 = 100g$ vào lò xo thì độ dài lò xo là $OB = l_1 = 31cm$. Treo thêm vật $m_2 = 100g$ vào thì độ dài của nó là

$OC = l_2 = 32cm$.

1. Xác định độ cứng k và độ dài tự nhiên l_0 .

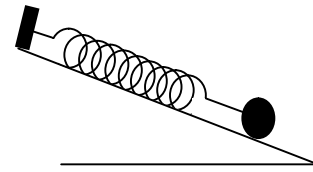
2. Bỏ vật m_2 đi rồi nâng vật m_1 lên sao cho lò xo ở trạng thái tự nhiên l_0 , sau đó thả cho hệ chuyển động tự do. Chứng minh vật m_1 dao động điều hoà. Tính chu kỳ và viết phương trình dao động đó. Bỏ qua sức cản của không khí.

3. Tính vận tốc của m_1 khi nó nằm cách A 1,2 cm. Lấy $g=10(m/s^2)$.

Bài 2. Một vật khối lượng $m = 250g$ treo vào lò xo có độ cứng $k = 25 (N/m)$ và đặt trên mặt phẳng nghiêng một góc $\alpha = 30^0$ so với phương ngang.

a. Tính chiều dài của lò xo tại VTCB. Biết chiều dài tự nhiên của lò xo là 25cm. Lấy $g=10(m/s^2)$.

b. Kéo vật xuống dưới một đoạn là $x_0 = 4cm$ rồi thả ra cho vật dao động. Chứng minh vật dao động điều hoà. Bỏ qua mọi ma sát. Viết phương trình dao động.

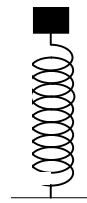


Bài 3. Một lò xo có độ cứng $k = 80(N/m)$ được đặt thẳng đứng, phía trên có vật khối lượng $m = 400g$. Lò xo luôn giữ thẳng đứng.

a) Tính độ biến dạng của lò xo khi vật cân bằng. Lấy $g = 10(m/s^2)$.

b) Từ vị trí cân bằng ấn vật m xuống một đoạn $x_0 = 2cm$ rồi buông nhẹ. Chứng minh vật m dao động điều hoà. Tính chu kỳ dao động. Viết phương trình dao động của vật m.

c) Tính lực tác dụng cực đại và cực tiểu mà lò xo nén lên sàn.



Bài 4. Một vật nặng có khối lượng $m = 200g$ được gắn trên lò xo có độ cứng

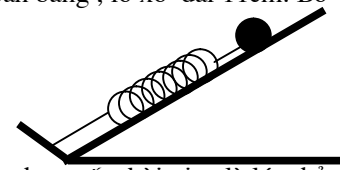
$k = 100(N/m)$, chiều dài tự nhiên $l_0 = 12cm$, theo sơ đồ như hình vẽ. Khi vật cân bằng, lò xo dài 11cm. Bỏ qua mọi ma sát, lấy $g = 10(m/s^2)$.

1. Tính góc α .

2. Chọn trục toạ độ song song với đường dốc và có gốc toạ độ O trùng với VTCB của vật. Kéo vật rời khỏi VTCB đến vị trí có li độ $x = +4,5cm$ rồi thả nhẹ cho vật dao động.

a) Chứng minh vật dao động điều hoà và viết phương trình dao động của vật, chọn gốc thời gian là lúc thả vật.

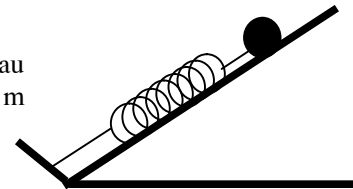
b) Tính chiều dài lớn nhất và nhỏ nhất của lò xo khi vật dao động.



Bài 5. Cho hệ dao động như hình vẽ, chiều dài tự nhiên của lò xo là l_0 , sau khi gắn m vào đầu còn lại thì chiều dài của lò xo là l_1 . Từ vị trí cân bằng ấn m xuống sao cho lò xo có chiều dài l_2 , rồi thả nhẹ. Bỏ qua mọi ma sát.

a) Chứng minh vật m dao động điều hoà. Viết phương trình dao động.

b) áp dụng bằng số: $l_0 = 20cm$; $l_1 = 18cm$; $l_2 = 15cm$; $g = 10m/s^2$; $\alpha = 30^0$.



DẠNG 6. TÌM CHIỀU DÀI CỦA LÒ XO TRONG QUÁ TRÌNH DAO ĐỘNG. NĂNG LƯỢNG TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

I. Phương pháp.

1. Chiều dài:

+ Nếu con lắc lò xo đặt nằm ngang : $l_{max} = l_0 + A$; $l_{min} = l_0 - A$.

+ Nếu con lắc lò xo đặt thẳng đứng : $l_{max} = l_0 + \Delta l + A$; $l_{min} = l_0 + \Delta l - A$.

2. Năng lượng :

+ Động năng của vật trong dao động điều hoà

$$E_d = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.m.A^2.\omega^2.\cos^2(\omega.t + \varphi) \text{ hoặc } E_d = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.m.A^2.\omega^2.\sin^2(\omega.t + \varphi)$$

+ Thế năng của vật trong dao động điều hoà :

$$E_t = \frac{1}{2}.k.x^2 = \frac{1}{2}.m.\omega^2.A^2.\sin^2(\omega.t + \varphi) \text{ hoặc } E_t = \frac{1}{2}.k.x^2 = \frac{1}{2}.m.A^2.\omega^2.\cos^2(\omega.t + \varphi)$$

+ Cơ năng của vật trong dao động điều hoà: $E = E_d + E_t = \frac{1}{2}.k.A^2 = \frac{1}{2}.m.\omega^2.A^2 = Const.$

II. Bài Tập.

Bài 1. Một vật khối lượng $m = 500g$ treo vào lò xo thì dao động với tần số $f = 4(Hz)$.

a) Tìm độ cứng của lò xo, lấy $\pi^2 \approx 10$.

b) Biết lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 20cm$ và dao động với biên độ $4cm$. Tính chiều dài nhỏ nhất và lớn nhất của lò xo trong quá trình dao động. Lấy $g = 10(m/s^2)$.

c) Thay vật m bằng $m' = 750g$ thì hệ dao động với tần số bao nhiêu?

Bài 2. Một quả cầu khối lượng $m = 1 kg$ treo vào một lò xo có độ cứng $k = 400(N/m)$. Quả cầu dao động điều hoà với cơ năng $E = 0,5(J)$ (theo phương thẳng đứng).

a) Tính chu kỳ và biên độ của dao động.

b) Tính chiều dài cực tiểu và cực đại của lò xo trong quá trình dao động. Biết $l_0 = 30cm$.

c. Tính vận tốc của quả cầu ở thời điểm mà chiều dài của lò xo là $35cm$. Lấy $g = 10(m/s^2)$.

Bài 3. Một quả cầu khối lượng $m = 500g$ gắn vào một lò xo dao động điều hoà với biên độ $4cm$. độ cứng của lò xo là $100(N/m)$.

a) Tính cơ năng của quả cầu dao động.

b) Tìm li độ và vận tốc của quả cầu tại một điểm, biết rằng nơi đó, động năng của quả cầu bằng thế năng.

c) Tính vận tốc cực đại của quả cầu.

Bài 4. Một vật có khối lượng $m = 500g$ treo vào một lò xo có độ cứng $k = 50(N/m)$. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn $2(cm)$ rồi truyền cho nó một vận tốc ban đầu $v_0 = 20(cm/s)$ dọc theo phương của lò xo.

a) Tính năng lượng dao động.

b) Tính biên độ dao động.

c) Vận tốc lớn nhất mà vật có được trong quá trình dao động.

Bài 5. Một con lắc lò xo có khối lượng $m = 50g$ dao động điều hoà theo phương trình :

$$x = 10.\sin(10.\pi.t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm) .}$$

a) Tìm biên độ, tần số góc, tần số, pha ban đầu của dao động.

b) Tìm năng lượng và độ cứng của lò xo.

Bài 6. Một con lắc lò xo dao động điều hoà biết vật có khối lượng $m = 200g$, tần số $f = 2Hz$. Lấy $\pi^2 \approx 10$, ở thời điểm t_1 vật có li độ $x_1 = 4cm$, thế năng của con lắc ở thời điểm t_2 sau thời điểm t_1 $1,25s$ là :
A. 256mJ B. 2,56mJ C. 25,6mJ D. 0,256mJ

DẠNG 7.

BÀI TOÁN VỀ LỰC

I. Phương pháp.

Bài toán: Tìm lực tác dụng lớn nhất, nhỏ nhất vào điểm treo hay nén lên sàn...

Hướng dẫn:

+ Bước 1: Xem lực cần tìm là lực gì? Ví dụ hình bên : F_{dh}

+ Bước 2: Xét vật ở thời điểm t , vật có li độ x , áp dụng định luật 2 Newton ở dạng vô hướng, rồi rút ra lực cần tìm.

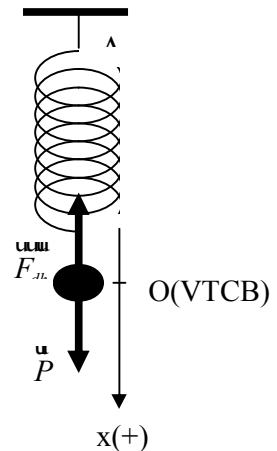
$$m.a = P - F_{dh} \Rightarrow F_{dh} = P - m.a = m.g - m.x'' \quad (1)$$

+ Bước 3: Thay $x'' = -\omega^2.x$ vào (1) rồi biện luận lực cần tìm theo li độ x . Ta có $F_{dh} = m.g + m.\omega^2.x$.

$$* F_{dh}(Max) = m.g + m.\omega^2.A \text{ khi } x = +A \text{ (m)}$$

* Muốn tìm giá trị nhỏ nhất của F_{dh} ta phải so sánh

Δl (độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng) và A (biên độ dao động)



- Nếu $\Delta l < A \Rightarrow F_{dh}(Min) = m.g - m.\omega^2.\Delta l$ khi $x = -\Delta l$.
- Nếu $\Delta l > A \Rightarrow F_{dh}(Min) = m.g - m.\omega^2.A$ khi $x = -A$.

II. Bài Tập.

Bài 1. Treo một vật nặng có khối lượng $m = 100g$ vào đầu một lò xo có độ cứng $k = 20 (N/m)$. Đầu trên của lò xo được giữ cố định. Lấy $g = 10(m/s^2)$.

- Tìm độ giãn của lò xo khi vật ở VTCB.
- Nâng vật đến vị trí lò xo không bị biến dạng rồi thả nhẹ cho vật dao động. Bỏ qua mọi ma sát. Chứng tỏ vật m dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của vật. Chọn gốc thời gian là lúc thả.
- Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của lực phục hồi và lực đàn hồi của lò xo.

Bài 2. Một lò xo được treo thẳng đứng, đầu trên của lò xo được giữ cố định, đầu dưới của lò xo treo một vật $m = 100g$. Lò xo có độ cứng $k = 25(N/m)$. Kéo vật ra khỏi VTCB theo phương thẳng đứng và hướng xuống dưới một đoạn $2cm$ rồi truyền cho nó một vận tốc $v_0 = 10.\pi.\sqrt{3} (cm/s)$ hướng lên. Chọn gốc thời gian là lúc truyền vận tốc cho vật, gốc toạ độ là VTCB, chiều dương hướng xuống. Lấy $g = 10(m/s^2)$.

$$\pi^2 \approx 10.$$

- Viết phương trình dao động.
- Xác định thời điểm mà vật qua vị trí lò xo giãn $2cm$ lần đầu tiên.
- Tìm độ lớn lực phục hồi như ở câu b.

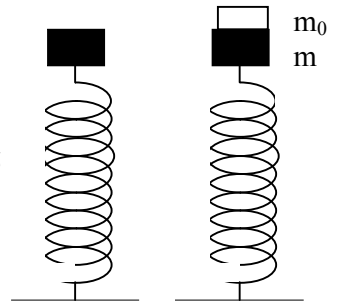
Bài 3. Cho một con lắc lò xo được bố trí như hình vẽ. Lò xo có độ cứng $k=200(N/m)$; vật có khối lượng $m = 500g$.

1) Từ vị trí cân bằng ấn vật m xuống một đoạn $x_0 = 2,5cm$ theo phương thẳng đứng rồi thả nhẹ cho vật dao động.

- Lập phương trình dao động.
- Tính lực tác dụng lớn nhất và nhỏ nhất mà lò xo nén lên mặt giá đỡ.

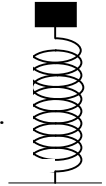
2) Đặt lên m một gia trọng $m_0 = 100g$. Từ VTCB ấn hệ xuống một đoạn x_0 rồi thả nhẹ.

- Tính áp lực của m_0 lên m khi lò xo không biến dạng.
- Để m_0 nằm yên trên m thì biên độ dao động phải thoả mãn điều kiện gì? Suy ra giá trị của x_0 . Lấy $g = 10(m/s^2)$.



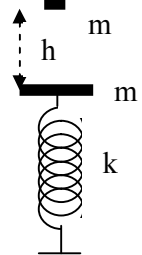
Bài 4. Một lò xo có độ cứng $k = 40(N/m)$ được đặt thẳng đứng, phía trên có vật khối lượng $m = 400g$. Lò xo luôn giữ thẳng đứng.

- Tính độ biến dạng của lò xo khi vật cân bằng. Lấy $g = 10 (m/s^2)$.
- Từ VTCB ấn xuống dưới một đoạn $x_0 = 2cm$ rồi buông nhẹ. Chứng tỏ vật m dao động điều hoà. Tính chu kỳ dao động.
- Tính lực tác dụng lớn nhất và nhỏ nhất mà lò xo nén lên sàn.



Bài 5. Một lò xo $k = 100(N/m)$ phía trên có gắn vật khối lượng $m = 100g$. Một vật khối lượng $m_0 = 400g$ rơi tự do từ độ cao $h = 50cm$ xuống đĩa. Sau va chạm chúng dính vào nhau và dao động điều hoà. Hãy tính :

- Năng lượng dao động.
- Chu kỳ dao động.
- Biên độ dao động.
- Lực nén lớn nhất của lò xo lên sàn. Lấy $g = 10 (m/s^2)$.



DẠNG 8 XÁC ĐỊNH THỜI ĐIỂM CỦA VẬT TRONG QUÁ TRÌNH DAO ĐỘNG

I. Phương pháp.

Bài toán 1: Xác định thời điểm vật đi qua vị trí cho trước trên quỹ đạo.

Hướng dẫn: Giả sử phương trình dao động của vật có dạng:

$x = A.\sin(\omega.t + \varphi)$, trong đó A, ω, φ đã biết. Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ x_0 được xác định như

sau: $x = A.\sin(\omega.t + \varphi) = x_0 \Rightarrow \sin(\omega.t + \varphi) = \frac{x_0}{A}$. Đặt $\frac{x_0}{A} = \sin \beta \Rightarrow \sin(\omega.t + \varphi) = \sin \beta$

Với $\beta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

*) Nếu vật đi qua vị trí có li độ x_0 theo chiều dương thì :

$v = A.\omega.\cos(\omega.t + \varphi) > 0$. Vậy thời điểm vật đi qua vị trí có li độ x_0 được xác định :

$$\omega.t + \varphi = \beta + k.2\pi \Rightarrow t = \frac{\beta - \varphi}{\omega} + \frac{k.2\pi}{\omega} = \frac{\beta - \varphi}{\omega} + k.T$$

(Với điều kiện $t > 0$; k là số nguyên, T là chu kỳ dao động).

*) Nếu vật đi qua vị trí có li độ x_0 theo chiều âm thì : $v = A.\omega.\cos(\omega.t + \varphi) < 0$. Vậy thời điểm vật đi qua vị trí có li độ x_0 được xác định :

$$\omega.t + \varphi = \pi - \beta + k.2\pi \Rightarrow t = \frac{\pi - \beta - \varphi}{\omega} + \frac{k.2\pi}{\omega} = \frac{\pi - \beta - \varphi}{\omega} + k.T$$

(Với điều kiện $t > 0$; k là số nguyên, T là chu kỳ dao động).

Chú ý: Tùy theo điều kiện cụ thể của đầu bài mà lấy k sao cho phù hợp.

Bài toán 2: Xác định khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ x_1 đến vị trí có li độ x_2 .

Hướng dẫn:

+ Cách 1: Khi chọn thời điểm ban đầu $t = 0$ không phải là thời điểm vật ở vị trí có li độ x_1 thì khoảng thời gian t cần tính được xác định từ hệ thức $t = t_2 - t_1$, trong đó t_1, t_2 được xác định từ hệ thức :

$$x_1 = A.\sin(\omega.t_1 + \varphi) \Rightarrow \sin(\omega.t_1 + \varphi) = \frac{x_1}{A} \Rightarrow t_1 = \dots$$

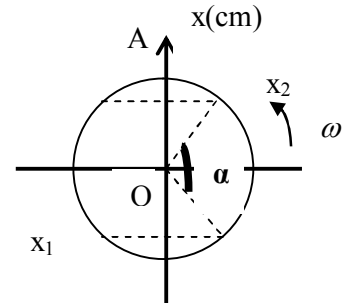
$$x_2 = A.\sin(\omega.t_2 + \varphi) \Rightarrow \sin(\omega.t_2 + \varphi) = \frac{x_2}{A} \Rightarrow t_2 = \dots$$

+ Cách 2: Khi chọn thời điểm ban đầu $t = 0$ là thời điểm vật ở vị trí có li độ x_1 và chuyển động theo chiều từ x_1 đến x_2 thì khoảng thời gian cần xác định được xác định từ phương trình sau :

$$x = A.\sin(\omega.t + \varphi) = x_2 \Rightarrow \sin(\omega.t + \varphi) = \frac{x_2}{A} \Rightarrow t = \dots$$

+ Cách 3: Dựa vào mối liên hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hoà. Khoảng thời gian được xác định theo biểu thức :

$$t = \frac{\alpha}{\omega}$$



Bài toán 3: Xác định thời điểm vật có vận tốc xác định.

Hướng dẫn: Giả sử vật dao động với phương trình $x = A.\sin(\omega.t + \varphi)$, vận tốc của vật có dạng :

$$v = A.\omega.\cos(\omega.t + \varphi) .$$

Thời điểm vận tốc của vật là v_1 được xác định theo phương trình:

$$v = A.\omega.\cos(\omega.t + \varphi) = v_1 \Rightarrow \cos(\omega.t + \varphi) = \frac{v_1}{A.\omega} .$$

*) Nếu vật chuyển động theo chiều dương : $v_1 > 0$.

$$\text{Đặt } \frac{v_1}{A.\omega} = \cos \gamma \Rightarrow \cos(\omega.t + \varphi) = \cos \gamma . \Rightarrow \begin{cases} \omega.t_1 + \varphi = \gamma + k.2\pi \\ \omega.t_2 + \varphi = -\gamma + k.2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{\gamma - \varphi}{\omega} + k.T \\ t_2 = \frac{-\gamma - \varphi}{\omega} + k.T \end{cases}$$

Chú ý: - Với k là số nguyên, $t > 0$, T là chu kỳ

- Hệ thức xác định t_1 ứng $x > 0$, hệ thức xác định t_2 ứng với $x < 0$.

*) Nếu vật chuyển động ngược chiều dương : $v_1 < 0$.

$$\text{Đặt } \frac{|v_1|}{A.\omega} = \cos |\gamma| \Rightarrow \cos(\omega.t + \varphi) = \cos |\gamma| .$$

$$\begin{aligned} \omega t_1 + \varphi &= \pi - |\gamma| + k.2\pi & \Rightarrow & t_1 = \frac{\pi - |\gamma| - \varphi}{\omega} + k.T \\ \omega t_2 + \varphi &= -\pi + |\gamma| + k.2\pi & & t_2 = \frac{-\pi + |\gamma| - \varphi}{\omega} + k.T \end{aligned}$$

Chú ý: - Với k là số nguyên, t > 0, T là chu kỳ

- Hệ thức xác định t₁ ứng x > 0, hệ thức xác định t₂ ứng với x < 0.

- Để xác định lần thứ bao nhiêu vận tốc của vật có độ lớn v₁ khi chuyển động theo chiều dương hay chiều âm, cần căn cứ vào vị trí và chiều chuyển động của vật ở thời điểm ban đầu t = 0.

II. Bài Tập.

Bài 1. Một vật dao động với phương trình : $x = 10.\sin(2.\pi.t + \frac{\pi}{2})$ (cm). Tìm thời điểm vật đi qua vị trí có li độ x = 5(cm) lần thứ hai theo chiều dương.

Lời Giải

các thời điểm vật đi qua vị trí có li độ x = 5cm được xác định bởi phương trình:

$$x = 10.\sin(2.\pi.t + \frac{\pi}{2}) = 5 \Rightarrow \sin(2\pi t + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{aligned} 2.\pi.t + \frac{\pi}{2} &= \frac{\pi}{6} + k.2\pi \\ 2.\pi.t + \frac{\pi}{2} &= \frac{5.\pi}{6} + k.2\pi \end{aligned} \quad (k \in \mathbb{Z}; t > 0)$$

Ta có : $v = x' = 2.\pi.10.\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$. Vì vật đi theo chiều dương nên $v > 0 \Leftrightarrow$

$v = x' = 2.\pi.10.\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2}) > 0$. Để thỏa mãn điều kiện này ta chọn

$$2.\pi.t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k.2\pi \Rightarrow t = \frac{-1}{6} + k \quad \text{với } k = 1, 2, 3, 4, \dots \text{ (vì } t > 0)$$

Vật đi qua vị trí x = 5cm lần hai theo chiều dương $\Rightarrow k = 2$. Vậy ta có

$$t = -\frac{1}{6} + 2 = \frac{11}{6} \text{ (s).}$$

Bài 2. Một vật dao động điều hoà với phương trình : $x = 10.\sin(\pi.t - \frac{\pi}{2})$ (cm). Xác định thời điểm vật đi qua vị trí có li độ x = $-5\sqrt{2}$ (cm) lần thứ ba theo chiều âm.

Lời Giải

Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ x = $-5\sqrt{2}$ (cm) theo chiều âm được xác định theo phương trình sau :

$$x = 10.\sin(\pi.t - \frac{\pi}{2}) = -5\sqrt{2} \Rightarrow \sin(\pi.t - \frac{\pi}{2}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin(-\frac{\pi}{4}). \text{ Suy ra}$$

$$\begin{aligned} \pi.t - \frac{\pi}{2} &= -\frac{\pi}{4} + k.2\pi \\ \pi.t - \frac{\pi}{2} &= \pi + \frac{\pi}{4} + k.2\pi \end{aligned} \quad (k \in \mathbb{Z}). \text{ Ta có vận tốc của vật là : } v = x' = \pi.10.\cos(\pi.t - \frac{\pi}{2})$$

Vì vật đi qua vị trí có li độ x = $-5\sqrt{2}$ (cm) theo chiều âm nên $v < 0$. Vậy ta có:

$$v = x' = \pi.10.\cos(\pi.t - \frac{\pi}{2}) < 0. \text{ Để thỏa mãn điều kiện này ta chọn } \pi.t - \frac{\pi}{2} = \pi + \frac{\pi}{4} + k.2\pi$$

$\Rightarrow t = \frac{7}{4} + 2.k$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots; t > 0$) \Rightarrow Vật đi qua vị trí có li độ x = $-5\sqrt{2}$ (cm) theo chiều âm, lần 3

$$\text{là : } t = \frac{7}{4} + 2.2 = \frac{23}{4} \text{ (s).}$$

Bài 3. Một vật dao động điều hoà với phương trình : $x = 10.\sin(10.\pi.t + \frac{\pi}{2})$ (cm). Xác định thời điểm vật đi qua vị trí có li độ $x = 5\text{cm}$ lần thứ 2008.

Lời Giải

Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ $x = 5\text{cm}$ được xác định từ phương trình:

$$x = 10.\sin(10.\pi.t + \frac{\pi}{2}) = 5 \Rightarrow \sin(10.\pi.t + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 10.\pi.t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k.2\pi \\ 10.\pi.t + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} + k.2\pi \end{cases} \quad \text{vì } t > 0 \text{ nên ta có}$$

$$t = -\frac{1}{30} + \frac{k}{5} \quad \text{với } k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (1)$$

$$\text{Hoặc } t = \frac{1}{30} + \frac{k}{5} \quad \text{với } k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (2)$$

+ (1) ứng với các thời điểm vật đi qua vị trí $x = 5\text{cm}$ theo chiều dương ($v > 0$).

$$v = x' = 100\pi.\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2}) > 0 \quad \text{và } t > 0$$

+ (2) ứng với các thời điểm vật đi qua vị trí $x = 5\text{cm}$ theo chiều âm ($v < 0$).

$$v = x' = 100\pi.\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2}) < 0 \quad \text{và } t > 0$$

+ Khi $t = 0 \Rightarrow x = 10.\sin\frac{\pi}{2} = 10\text{cm}$, vật bắt đầu dao động từ vị trí biên dương. Vật đi qua vị trí $x = 5\text{cm}$

lần thứ nhất theo chiều âm, qua vị trí này lần 2 theo chiều dương. Ta có ngay vật qua vị trí $x = 5\text{cm}$ lần thứ 2008 theo chiều dương, trong số 2008 lần vật qua vị trí $x = 5\text{cm}$ thì có 1004 lần vật qua vị trí đó theo chiều

dương. Vậy thời điểm vật qua vị trí $x = 5\text{cm}$ lần thứ 2008 là : $t = -\frac{1}{30} + \frac{k}{5}$ với $k = 1004$.

$$t = -\frac{1}{30} + \frac{1004}{5} = \frac{6024-1}{30} = \frac{6023}{30} \text{ (s)}.$$

Bài 4. Một vật dao động điều hoà có biên độ bằng 4 (cm) và chu kỳ bằng 0,1 (s).

a) Viết phương trình dao động của vật khi chọn $t = 0$ là lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

b) Tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = 2$ (cm) đến vị trí $x_2 = 4$ (cm).

Lời Giải

a) Phương trình dao động : Phương trình có dạng : $x = A.\sin(\omega.t + \varphi)$

$$\text{Trong đó: } A = 4\text{cm}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,1} = 20\pi \text{ (rad / s)}.$$

Chọn $t = 0$ là lúc vật qua VTCB theo chiều dương, ta có :

$$x_0 = A.\sin\varphi = 0, \quad v_0 = A.\omega.\cos\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ (rad)}. \quad \text{Vậy } x = 4.\sin(20\pi.t) \text{ (cm)}$$

b) Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = 2$ (cm) đến vị trí $x_2 = 4$ (cm).

$$+ \text{ Cách 1: } - x = x_1 \Leftrightarrow 4.\sin(20\pi.t) = 2 \Rightarrow \sin(20\pi.t) = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{120} \text{ (s)} \quad (\text{vì } v > 0)$$

$$- x = x_2 \Leftrightarrow 4.\sin(20\pi.t) = 4 \Rightarrow \sin(20\pi.t) = 1 \Rightarrow t_2 = \frac{1}{40} \text{ (s)} \quad (\text{vì } v > 0)$$

Kết luận : Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = 2$ (cm) đến vị trí $x_2 = 4$ (cm) là :

$$t = t_2 - t_1 = \frac{1}{40} - \frac{1}{120} = \frac{1}{60} \text{ (s)}.$$

+ Cách 2: Chọn $t = 0$ là lúc vật đi qua vị trí có li độ $x_0 = x_1 = 2\text{cm}$ theo chiều dương, ta có :

$$x = 4.\sin(\varphi) = x_0 = x_1 = 2 \Rightarrow \sin\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ (rad)} \quad (\text{vì } v > 0)$$

$$\Rightarrow x = 4 \cdot \sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}.$$

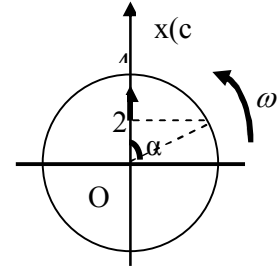
Thời gian để vật đi từ vị trí x_0 đến vị trí $x = 4\text{cm}$ được xác định bởi phương trình:

$$x = 4 \cdot \sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 4 \Rightarrow \sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{60} \text{ (s)} \quad (\text{vì } v > 0)$$

+ Cách 3 : Dựa vào mối liên hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hoà: Dựa vào hình vẽ ta

$$\text{có : } \cos\alpha = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \text{ (rad)}.$$

$$\text{Vậy } t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi}{3 \cdot 20\pi} = \frac{1}{60} \text{ (s)}.$$



Bài 5. Một vật dao động điều hoà theo phương trình : $x = 10 \cdot \sin(10\pi t)$ (cm). Xác định thời điểm vận tốc của vật có độ lớn bằng nửa vận tốc cực đại lần thứ nhất, lần thứ hai.

Lời Giải

+ Từ phương trình $x = 10 \cdot \sin(10\pi t)$ (cm) $\Rightarrow v = x' = 100\pi \cdot \cos(10\pi t)$ (cm/s). Suy ra vận tốc cực đại là: $|v_{max}| = A \cdot \omega = 10\pi \cdot 10 = 100\pi$ (cm/s).

+ Khi $t = 0$, $v > 0$ vật bắt đầu chuyển động từ VTCB, theo chiều dương. Lần thứ nhất vật chuyển động theo chiều dương và có độ lớn vận tốc bằng nửa vận tốc cực đại. Lần thứ hai vật chuyển động ngược chiều dương.

+ Khi vật chuyển động theo chiều dương, ta có : $v = 100\pi \cdot \cos(10\pi t) = \frac{1}{2} \cdot 100\pi$

$$\Rightarrow \cos(10\pi t) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{aligned} 10\pi t &= \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi \\ 10\pi t &= -\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi \end{aligned} \quad (\text{với } k \in \mathbb{Z}; t > 0)$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{30} + \frac{k}{5} \quad \text{với } k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

$$t = -\frac{1}{30} + \frac{k}{5} \quad \text{với } k = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Hệ thức (1) ứng với li độ của vật $x = 10 \cdot \sin(10\pi t) > 0$.

Hệ thức (2) ứng với li độ của vật $x = 10 \cdot \sin(10\pi t) < 0$.

Do vật bắt đầu chuyển động từ VTCB theo chiều dương nên lần đầu tiên vận tốc của vật bằng nửa vận tốc cực đại ở thời điểm, $t = \frac{1}{30}$ (s) ($k = 0$).

+ Khi vật chuyển động ngược chiều dương: $v = 100\pi \cdot \cos(10\pi t) = -\frac{1}{2} \cdot 100\pi$

$$\Rightarrow \cos(10\pi t) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{aligned} 10\pi t &= \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi \\ 10\pi t &= -\frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi \end{aligned} \quad (\text{với } k \in \mathbb{Z}; t > 0)$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{15} + \frac{k}{5} \quad (\text{với } k = 0, 1, 2, 3, \dots; t > 0) \quad (3)$$

$$t = -\frac{1}{15} + \frac{k}{5} \quad (\text{với } k = 1, 2, 3, \dots; t > 0) \quad (4)$$

Hệ thức (3) ứng với li độ của vật $x = 10 \cdot \sin(10\pi t) > 0$.

Hệ thức (4) ứng với li độ của vật $x = 10.\sin(10\pi t) < 0$.

Do vật bắt đầu chuyển động từ VTCB theo chiều dương nên lần thứ hai vận tốc của vật có độ lớn bằng nửa vận tốc cực đại ở thời điểm, $t = \frac{1}{15}(s)$ ($k = 0$).

Bài 6. Một vật dao động điều hoà theo phương trình : $x = 10.\sin(5\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm). Xác định thời điểm vận tốc của vật có độ lớn bằng $25\sqrt{2}.\pi$ (cm/s) lần thứ nhất, lần thứ hai và lần thứ ba.

Lời Giải

- Khi $t = 0 \Rightarrow x = -10\text{cm}$. Vật bắt đầu chuyển động từ vị trí biên âm ($x = -A$). Do đó khi vật chuyển động theo chiều dương thì cả lần 1 và lần thứ 2 vận tốc đều có độ lớn $25\sqrt{2}.\pi$ (cm/s), nhưng lần 1 ứng với $x < 0$, còn lần 2 ứng với $x > 0$. Lần thứ 3 vận tốc của vật bằng $25\sqrt{2}.\pi$ (cm/s) khi vật chuyển động theo chiều âm.
- Vật chuyển động theo chiều dương, thời điểm của vật được xác định như sau:

$$v = 50.\pi.\cos(5\pi t - \frac{\pi}{2}) = 25\sqrt{2}.\pi \Leftrightarrow \cos(5\pi t - \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} 5\pi t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + k.2\pi \\ 5\pi t - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4} + k.2\pi \end{cases} \quad (k \in Z)$$

$$\Rightarrow t = \frac{3}{20} + 0,4.k \quad (\text{với } k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots); \text{ ứng với } x > 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{20} + 0,4.k \quad (\text{với } k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots); \text{ ứng với } x < 0 \quad (2)$$

Vật bắt đầu chuyển động từ vị trí biên âm nên lần thứ 1 và lần thứ 2 vận tốc của vật bằng $25\sqrt{2}.\pi$ (cm/s) ở các thời điểm tương ứng là :

$$t_1 = \frac{1}{20}(s) = 0,05(s) \quad (\text{theo hệ thức (2), ứng } k = 0).$$

$$t_2 = \frac{3}{20}(s) = 0,15(s) \quad (\text{theo hệ thức (1), ứng } k = 0).$$

- Vật chuyển động theo chiều âm, thời điểm của vật được xác định như sau :

$$v = 50.\pi.\cos(5\pi t - \frac{\pi}{2}) = -25\sqrt{2}.\pi \Leftrightarrow \cos(5\pi t - \frac{\pi}{2}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} 5\pi t - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4} + k.2\pi \\ 5\pi t - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{4} + k.2\pi \end{cases} \quad (k \in Z)$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{4} + 0,4.k \quad (\text{với } k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots; t > 0); \text{ ứng với } x > 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{20} + 0,4.k \quad (\text{với } k = 1, 2, 3, 4, \dots; t > 0); \text{ ứng với } x < 0 \quad (4)$$

Vậy vật bắt đầu chuyển động từ vị trí biên âm nên lần thứ 3 vận tốc của vật bằng $25\sqrt{2}.\pi$ (cm/s) ở thời điểm tương ứng là :

$$t_3 = \frac{1}{4}(s) = 0,25(s) \quad (\text{theo hệ thức (3), ứng } k = 0).$$

DẠNG 9 XÁC ĐỊNH VẬN TỐC, GIA TỐC TẠI MỘT ĐIỂM TRÊN QUỹ ĐẠO

I. Phương pháp

1. Để xác định vận tốc tại một điểm trên quỹ đạo, ta làm như sau :

- Tại vị trí vật có li độ là x , vận tốc là v , ta có :

$$x = A.\sin(\omega t + \varphi) \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{\omega} = A.\cos(\omega t + \varphi) \quad \text{Bình phương hai vế, cộng vế với vế, ta được:}$$

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}.$$

- Chú ý: + $v > 0$: vận tốc cùng chiều dương trục tọa độ.
- + $v < 0$: vận tốc ngược chiều dương trục tọa độ.

2. Để xác định gia tốc tại một điểm trên quỹ đạo, ta áp dụng công thức:

$$a = -\omega^2 .x$$

- Chú ý: + $a > 0$: gia tốc cùng chiều dương trục tọa độ.
- + $a < 0$: gia tốc ngược chiều dương trục tọa độ.

II. Bài Tập

Bài 1. Một vật dao động điều hoà với chu kỳ $T = \frac{\pi}{10}$ (s) và đi được quãng đường 40cm trong một chu kỳ. Xác định vận tốc và gia tốc của vật khi đi qua vị trí có li độ $x = 8$ cm theo chiều hướng về VTCB.

Lời Giải

- ADCT: $A = \frac{s}{4} = \frac{40}{4} = 10\text{cm}$; $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{10}} = 20(\text{rad} / \text{s})$

- Ta có : $x = A.\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \frac{v}{\omega} = A.\cos(\omega t + \varphi)$ Bình phương hai vế, cộng vế với vế, ta được:

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}.$$

- Theo đầu bài ta có: $v = -\omega \sqrt{A^2 - x^2} = -20.\sqrt{10^2 - 8^2} = -120(\text{cm} / \text{s})$ (vì $v < 0$)

- Ta có : $a = -\omega^2 .x = -20^2 .8 = -3200(\text{cm} / \text{s}^2) = -32(\text{m} / \text{s}^2)$. Dấu “ — “ chứng tỏ gia tốc ngược chiều với chiều dương trục tọa độ, tức là nó hướng về VTCB.

Bài 2. Một vật dao động điều hoà trên đoạn thẳng dài 10cm và thực hiện 50 dao động trong 78,5s. Tìm vận tốc và gia tốc của vật khi nó đi qua vị trí có tọa độ $x = -3$ cm theo chiều hướng về VTCB.

Lời Giải

- Biên độ: $A = \frac{l}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$; Chu kỳ: $T = \frac{t}{n} = \frac{78,5}{50} = 1,57\text{s}$; Tần số góc: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 4(\text{rad} / \text{s})$.

Vận tốc: $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 4\sqrt{5^2 - 3^2} = 16\text{cm} / \text{s} = 0,16(\text{m} / \text{s})$

- Gia tốc: $a = -\omega^2 .x = -4^2 .(-3) = 48(\text{cm} / \text{s}^2) = 0,48(\text{m} / \text{s}^2)$

DẠNG 10 XÁC ĐỊNH QUÃNG ĐƯỜNG ĐI ĐƯỢC SAU KHOẢNG THỜI GIAN ĐÃ CHO

I. Phương pháp

+ Khi pha ban đầu bằng : $0, \pm \frac{\pi}{2}$:

- Nếu trong khoảng thời gian t , số chu kỳ dao động mà vật thực hiện được là:

$n, n + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{4}, n + \frac{3}{4}$, (n là số nguyên) thì quãng đường mà vật đi được tương ứng là $n.4A$,

$(n + \frac{1}{2}).4A, (n + \frac{1}{4}).4A, (n + \frac{3}{4}).4A$, (A là biên độ dao động).

- Nếu trong khoảng thời gian t , số chu kỳ dao động n mà vật thực hiện khác với các số nói trên thì quãng đường mà vật đi được tính theo công thức : $s = s_1 + s_2$.

Trong đó s_1 là quãng đường đi được trong n_1 chu kỳ dao động và được tính theo một số trường hợp ở trên, với n_1 nhỏ hơn hoặc gần n nhất. Còn s_2 là quãng đường mà vật đi được trong phần chu kỳ còn lại n_2 , với $n_2 = n - n_1$.

Để tính s_2 cần xác định li độ tại thời điểm cuối cùng của khoảng thời gian đã cho và chú ý đến vị trí, chiều chuyển động của vật sau khi thực hiện n_1 chu kỳ dao động. Cụ thể:

- Nếu sau khi thực hiện n_1 chu kỳ dao động, vật ở VTCB và ở cuối khoảng thời gian t, vật có li độ là x thì : $s_2 = |x|$.
- Nếu sau khi thực hiện n_1 chu kỳ dao động, vật ở vị trí biên và ở cuối khoảng thời gian t, có li độ x thì : $s_2 = A - |x|$.

+ **Khi** pha ban đầu khác $0, \pm \frac{\pi}{2}$:

- Nếu trong khoảng thời gian t, số chu kỳ dao động mà vật thực hiện được là:

n hoặc $n + \frac{1}{2}$, (n nguyên) thì quãng đường đi được tương ứng là: $n.4A, (n + \frac{1}{2}).4A$

- Nếu trong khoảng thời gian t, số chu kỳ dao động n mà vật thực hiện khác với các số nói trên thì quãng đường mà vật đi được tính theo công thức : $s = s_1 + s_2$.

Trong đó s_1 là quãng đường đi được trong n_1 chu kỳ dao động và được tính theo một số trường hợp ở trên, với n_1 nhỏ hơn hoặc gần n nhất. Còn s_2 là quãng đường mà vật đi được trong phần chu kỳ còn lại n_2 , với $n_2 = n - n_1$.

Để tính s_2 cần xác định li độ x và chiều chuyển động của vật ở thời điểm cuối của khoảng thời gian đã cho và chú ý khi vật đi từ vị trí x_1 (sau khi thực hiện n_1 dao động) đến vị trí có li độ x thì chiều chuyển động có thay đổi hay không?

Chú ý: Tìm n ta dựa vào biểu thức sau : $n = \frac{t}{T}$.

II. Bài Tập.

Bài 1. Một chất điểm dao động điều hoà với phương trình: $x = 5.\sin(2\pi t)$ (cm).

Xác định quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian t(s) kể từ khi vật bắt đầu dao động trong các trường hợp sau :

- a) $t = t_1 = 5(s)$. b) $t = t_2 = 7,5(s)$. c) $t = t_3 = 11,25(s)$.

Lời Giải

- Từ phương trình : $x = 5.\sin(2\pi t) \Rightarrow \omega = 2\pi(rad / s) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2\pi} = 1(s)$.

a) Trong khoảng thời gian $t_1 = 5s$, số dao động mà vật thực hiện được là :

$n = \frac{t_1}{T} = \frac{5}{1} = 5$ (chu kỳ). Vậy quãng đường mà vật đi được sau khoảng thời gian $t_1 = 5$

là : $s = n.4A = 5.4.5 = 100cm = 1m$.

b) Trong khoảng thời gian $t_2 = 7,5s$, số dao động mà vật thực hiện được là :

$n = \frac{t_2}{T} = \frac{7,5}{1} = 7,5$ (chu kỳ). Vậy quãng đường mà vật đi được sau khoảng thời gian

$t_2 = 7,5s$ là : $s = 7,5.4A = 7,5 \cdot 4 \cdot 5 = 150cm = 1,5m$.

c) Trong khoảng thời gian $t_3 = 11,25s$, số dao động mà vật thực hiện được là :

$n = \frac{t_3}{T} = \frac{11,25}{1} = 11,25$ (chu kỳ). Vậy quãng đường mà vật đi được sau khoảng thời gian $t_3 = 11,25s$ là :

$s = 11,25.4A = 11,25 \cdot 4 \cdot 5 = 225cm = 2,25m$.

Bài 2. Một chất điểm dao động điều hoà với phương trình: $x = 10.\sin(5\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm).

Xác định quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian t(s) kể từ khi vật bắt đầu dao động trong các trường hợp sau :

- a) $t = t_1 = 1(s)$. b) $t = t_2 = 2(s)$. c) $t = t_3 = 2,5(s)$.

Lời Giải

Từ phương trình : $x = 10.\sin(5\pi t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \omega = 5\pi(rad / s) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4s$

a) Trong khoảng thời gian $t_1 = 1s$, số dao động mà vật thực hiện được là :

$$n = \frac{t_1}{T} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ (chu kỳ)}. \text{ Vậy quãng đường mà vật đi được sau khoảng thời gian}$$

$$t_1 = 1(s) \text{ là : } s = n.4A = 2,5 \cdot 4 \cdot 10 = 100\text{cm} = 1\text{m}.$$

b) Trong khoảng thời gian $t_2 = 2s$, số dao động mà vật thực hiện được là :

$$n = \frac{t_2}{T} = \frac{2}{0,4} = 5 \text{ (chu kỳ)}. \text{ Vậy quãng đường mà vật đi được sau khoảng thời gian}$$

$$t_2 = 2s \text{ là : } s = 5.4A = 5 \cdot 4 \cdot 10 = 200\text{cm} = 2\text{m}.$$

c) Trong khoảng thời gian $t_3 = 2,5$, số dao động mà vật thực hiện được là :

$$n = \frac{t_3}{T} = \frac{2,5}{0,4} = 6,25 \text{ (chu kỳ)}. \text{ Vậy quãng đường mà vật đi được sau khoảng thời gian } t_3 = 2,5s \text{ là : } s$$

$$= 11,25.4A = 6,25 \cdot 4 \cdot 5 = 250\text{cm} = 2,5\text{m}.$$

Bài 3. Một chất điểm dao động điều hoà với phương trình: $x = 10 \cdot \sin(5\pi t + \frac{\pi}{6})$ (cm). Xác định quãng

đường vật đi được sau khoảng thời gian t (s) kể từ khi vật bắt đầu dao động trong các trường hợp sau :

a) $t = t_1 = 2(s)$.

b) $t = t_2 = 2,2(s)$.

c) $t = t_3 = 2,5(s)$.

Lời Giải

$$\text{Từ phương trình : } x = 10 \cdot \sin(5\pi t + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \omega = 5\pi(\text{rad/s}) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4s$$

a) Trong khoảng thời gian $t_1 = 2s$, số dao động mà vật thực hiện được là :

$$n = \frac{t_1}{T} = \frac{2}{0,4} = 5 \text{ (chu kỳ)}. \text{ Vậy quãng đường mà vật đi được sau khoảng thời gian}$$

$$t_1 = 2(s) \text{ là : } s = n.4A = 5 \cdot 4 \cdot 10 = 200\text{cm} = 2\text{m}.$$

b) Trong khoảng thời gian $t_2 = 2,2s$, số dao động mà vật thực hiện được là :

$$n = \frac{t_2}{T} = \frac{2,2}{0,4} = 5,5 \text{ (chu kỳ)}. \text{ Vậy quãng đường mà vật đi được sau khoảng thời gian}$$

$$t_2 = 2s \text{ là : } s = 5,5 \cdot 4A = 5,5 \cdot 4 \cdot 10 = 220\text{cm} = 2,2\text{m}.$$

c) Trong khoảng thời gian $t_3 = 2,5$, số dao động mà vật thực hiện được là :

$$n = \frac{t_3}{T} = \frac{2,5}{0,4} = 6,25 \text{ (chu kỳ)}.$$

$$\text{- ở thời điểm } t_3 = 2,5(s), \text{ li độ của vật là: } x = 10 \cdot \sin(5\pi \cdot 2,5 + \frac{\pi}{6}) = 10 \cdot \sin \frac{2\pi}{3} = 5\sqrt{3}(cm)$$

Như vậy sau 6 chu kỳ dao động vật trở về vị trí có li độ $x_0 = \frac{A}{2}$ theo chiều dương và trong 0,25 chu kỳ

tiếp theo đó, vật đi từ vị trí này đến vị trí biên $x = A$, rồi sau đó đổi chiều chuyển động và đi đến vị trí có li độ $x = 5\sqrt{3}(cm)$. Quãng đường mà vật đi được sau 6,25 chu kỳ là: $s = s_1 + s_2 = 6 \cdot 4 \cdot 10 + (A - x_0) + (A - x) = 246,34(cm)$.

Bài 4 Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox, xung quanh VTCB $x = 0$. Tần số dao động

$\omega = 4(\text{rad/s})$. Tại một thời điểm nào đó, li độ của vật là $x_0 = 25\text{cm}$ và vận tốc của vật đó là

$$v_0 = 100\text{cm/s}. \text{ Tìm li độ } x \text{ và vận tốc của vật sau thời gian } t = \frac{3\pi}{4} \approx 2,4(s).$$

$$\text{ĐS : } x = -25\text{cm}, v = -100\text{cm/s}.$$

Bài 5. Một vật dao động điều hoà theo phương trình : $x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$. Xác định tần số góc, biên độ A của dao động. Cho biết, trong khoảng thời gian $1/60$ (s) đầu tiên, vật đi từ vị trí $x_0 = 0$ đến vị trí

$$x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ theo chiều dương và tại điểm cách VTCB } 2(\text{cm}) \text{ vật có vận tốc } 40\pi\sqrt{3} \text{ (cm/s)}.$$

$$\text{ĐS : } \omega = 20\pi(\frac{\text{rad}}{s}), A = 4(\text{cm}).$$

Bài 6. Một vật dao động điều hoà đi qua VTCB theo chiều dương ở thời điểm ban đầu. Khi vật có li độ là 3(cm) thì vận tốc của vật là 8π (cm/s), khi vật có li độ là 4(cm) thì vật có vận tốc là 6π (cm/s). Viết phương trình dao động của vật nói trên.

$$\text{ĐS: } x = 5.\sin(2\pi t)\text{cm}.$$

DẠNG 11 HỆ MỘT Lò XO (MỘT VẬT HOẶC HAI VẬT) CÓ LIÊN KẾT RÒNG RỌC

I. Phương pháp

- áp dụng định luật bảo toàn về công: “ Các máy cơ học không cho ta được lợi về công”, tức là “ Được lợi bao nhiêu lần về lực thì thiệt bấy nhiêu lần về đường đi”
- Ví dụ : Ròng rọc, đòn bẩy, mặt phẳng nghiêng,...

II. Bài tập

Bài 1. Cho hai cơ hệ đượ bố trí như hình vẽ. Lò xo có độ cứng $k = 20(\text{N/m})$, vật nặng có khối lượng $m = 100\text{g}$. Bỏ qua lực ma sát, khối lượng của ròng rọc, khối lượng dây treo (dây không dẫn) và các lò xo là không đáng kể.

1. Tính độ giãn của mỗi lò xo khi vật ở VTCB. Lấy $g = 10(\text{m/s}^2)$.

2. Nâng vật lên vị trí sao cho lò xo không biến dạng, rồi thả nhẹ cho vật dao động. Chứng minh vật m dao động điều hoà. Tìm biên độ, chu kỳ của vật.

Lời Giải

a) Hình a: Chọn HQC là trục toạ độ Ox, O trùng với VTCB của m, chiều dương hướng xuống.

- Khi hệ ở VTCB, ta có:

$$+ \text{Vật m: } \vec{P} + \vec{T}_1 = 0.$$

$$+ \text{Điểm I: } \vec{T}_2 + \vec{F}_{dh} = 0. \text{ Chiếu lên HQC, ta có}$$

$$P - T_1 = 0 \quad (1).$$

$$F_{dh} - T_2 = 0 \quad (2). \text{ Vì lò xo không dẫn nên}$$

$$T_1 = T_2. \text{ Từ (1) và (2), ta có: } P = F_{dh} \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow m.g = k.\Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{m.g}{k} = \frac{0,1.10}{20} = 0,05\text{m} = 5\text{cm}.$$

- Khi hệ ở thời điểm t, có li độ x, ta có:

$$+ \text{Vật m: } \vec{P} + \vec{T}_1 = m.\vec{a}$$

$$+ \text{Điểm I: } \vec{T}_2 + \vec{F}_{dh} = m_1.\vec{a}. \text{ Vì } m_1 = 0 \text{ nên ta có:}$$

$$P - T_1 = m.a \quad (3).$$

$$F_{dh} - T_2 = 0 \quad (4). \Rightarrow P - F_{dh} = m.a \Leftrightarrow m.g - k(x + \Delta l) = m.a \quad (**)$$

Thay (*) vào (**) ta được: $-k.x = m.x'' \Rightarrow x'' + \frac{k}{m}.x = 0$. Đặt $\frac{k}{m} = \omega^2 \Rightarrow x'' + \omega^2.x = 0$. Có nghiệm

dạng $x = A.\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow$ Hệ vật dao động điều hoà, với tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

- Khi nâng vật lên vị trí sao cho lò xo không biến dạng, ta suy ra $A = 5\text{cm}$. Chu kỳ dao động

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{20}} = 0,314\sqrt{2} \text{ (s)}.$$

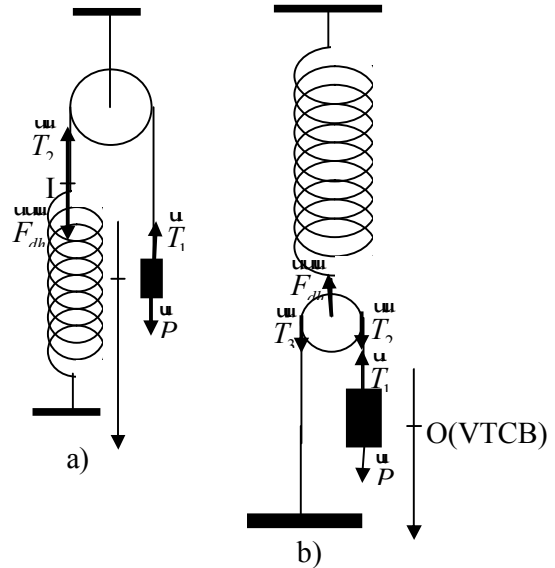
b) Hình b:

- Khi hệ ở VTCB, ta có:

$$+ \text{Vật m: } \vec{P} + \vec{T}_1 = 0.$$

$$+ \text{Ròng rọc: } \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{F}_{dh} = 0. \text{ Chiếu lên HQC, ta có: } P - T_1 = 0 \quad (5).$$

$$-F_{dh} + T_3 + T_2 = 0 \quad (6). \text{ Vì lò xo không dẫn nên } T_0 = T_3 = T_1 = T_2. \text{ Từ (6) ta suy ra}$$



$F_{dh} = 2.T_0 \Rightarrow T_0 = \frac{F_{dh}}{2}$. Thay vào phương trình số (5) ta có :

$$P - \frac{F_{dh}}{2} = 0 \Rightarrow P = \frac{F_{dh}}{2} \Leftrightarrow 2.m.g = k.\Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{2.m.g}{k} = 0,1m = 10cm. \quad (***)$$

- Khi hệ ở thời điểm t, có li độ x, ta có:

$$+ \text{Vật m} : \vec{P} + \vec{T}_1 = m.\vec{a}$$

$$+ \text{Ròng rọc} : \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{F}_{dh} = m_{rr}.\vec{a}. \text{ Chiếu lên HQC, ta có : } P - T_1 = m.a \quad (7)$$

Vì $m_{rr} = 0$ nên ta có: $-F_{dh} + T_3 + T_2 = 0$ (8). Vì lò xo không dẫn nên $T_0 = T_3 = T_1 = T_2$. Từ (8) ta suy ra

$$F_{dh} = 2.T_0 \text{ thay vào (7) ta được: } \Rightarrow P - \frac{F_{dh}}{2} = m.a \Leftrightarrow m.g - \frac{1}{2}.k.(\Delta l + \frac{x}{2}) = m.x'' \quad (\text{Vì theo định luật bảo}$$

toàn công ta có, khi vật m đi xuống một đoạn là x thì lò xo dẫn thêm một đoạn x/2). Thay (***) vào ta

$$\text{được: } -\frac{k.x}{4} = m.x'' \Leftrightarrow x'' + \frac{k}{4.m}.x = 0. \text{ Đặt } \frac{k}{4.m} = \omega^2 \Rightarrow x'' + \omega^2.x = 0. \text{ Vậy vật m dao động điều hoà.}$$

Biên độ dao động $A=20\text{cm}$;

$$\text{chu kỳ dao động } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{4m}}} = 2\pi.\sqrt{\frac{4m}{k}} = 2\pi.\sqrt{\frac{4.0,1}{20}} = 0,628\sqrt{2} \text{ (s).}$$

Bài 2. Quả cầu khối lượng $m_1 = 600\text{g}$ gắn vào lò xo có độ cứng $k = 200\text{(N/m)}$. Vật nặng $m_2 = 1\text{kg}$ nối với m_1 bằng sợi dây mảnh, không dẫn vắt qua ròng rọc. Bỏ qua mọi ma sát của m_1 và sàn, khối lượng ròng rọc và lò xo là không đáng kể.

a) Tìm độ giãn của lò xo khi vật cân bằng. Lấy $g = 10\text{(m/s}^2\text{)}$.

b) Kéo m_2 xuống theo phương thẳng đứng một đoạn $x_0 = 2\text{cm}$ rồi buông nhẹ không vận tốc đầu. Chứng minh m_2 dao động điều hoà.

Viết phương trình dao động.

Bài 3. Cho một hệ vật dao động như hình vẽ. Lò xo và ròng rọc khối lượng không đáng kể. Độ cứng của lò xo $k = 200\text{ N/m}$, $M = 4\text{ kg}$, $m_0 = 1\text{kg}$. Vật M có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$.

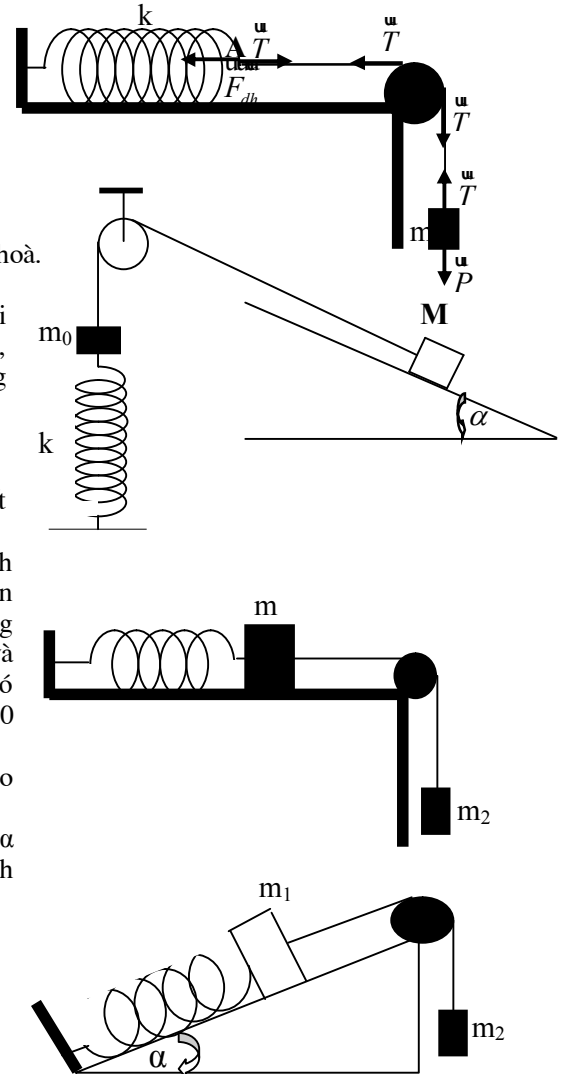
a) Xác định độ biến dạng của lò xo khi hệ cân bằng.

b) Từ VTCB, kéo M dọc theo mặt phẳng nghiêng xuống dưới một đoạn $x_0 = 2,5\text{cm}$ rồi thả nhẹ. CM hệ dao động điều hoà. Viết phương trình dao động. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$, $\pi^2 = 10$.

Bài 4: Một lò xo có độ cứng $k = 80\text{ N/m}$, $l_0 = 20\text{cm}$, một đầu cố định đầu kia móc vào một vật C khối lượng $m_1 = 600\text{g}$ có thể trượt trên một mặt phẳng nằm ngang. Vật C được nối với vật D có khối lượng $m_2 = 200\text{g}$ bằng một sợi dây không dẫn qua một ròng rọc sợi dây và ròng rọc có khối lượng không đáng kể. Giữ vật D sao cho lò xo có độ dài $l_1 = 21\text{cm}$ rồi thả ra nhẹ nhàng. Bỏ qua mọi ma sát, lấy $g = 10\text{ m/s}^2$, $\pi^2 = 10$.

a) Chứng minh hệ dao động điều hoà và viết phương trình dao động.

b) Đặt hệ thống lò xo, vật C đã cho trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$. Chứng minh hệ dao động điều hoà và viết phương trình dao động.



DẠNG 12 ĐIỀU KIỆN HAI VẬT CHỒNG LÊN NHAU DAO ĐỘNG CÙNG GIA TỐC

I. Phương pháp

- Trường hợp 1. Khi m_0 đặt lên m và kích thích cho hệ dao động theo phương song song với bề mặt tiếp xúc giữa hai vật. Để m_0 không bị trượt trên m thì lực nghỉ ma sát cực đại mà m tác dụng m_0 trong quá trình dao động phải nhỏ hơn hoặc bằng lực ma sát trượt giữa hai vật.

$$f_{msn}(\text{Max}) < f_{mst} \Leftrightarrow m_0 \cdot |a| \leq \mu \cdot m_0 \cdot g \Leftrightarrow m_0 \cdot |x| \cdot \omega^2 \leq \mu \cdot m_0 \cdot g \Leftrightarrow m_0 \cdot \omega^2 \cdot A \leq \mu \cdot m_0 \cdot g$$

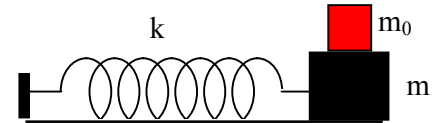
Trong đó : μ là hệ số ma sát trượt.

- Trường hợp 2. Khi m_0 đặt lên m và kích thích cho hệ dao động theo phương thẳng đứng. Để m_0 không rời khỏi m trong quá trình dao động thì:

$$a_{\text{max}} \leq g \Leftrightarrow \omega^2 \cdot A \leq g$$

II. Bài Tập

Bài 1. Cho cơ hệ dao động như hình vẽ, khối lượng của các vật tương ứng là $m = 1\text{kg}$, $m_0 = 250\text{g}$, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng $k = 50(\text{N/m})$. Ma sát giữa m và mặt phẳng nằm ngang không đáng kể. Hệ số ma sát giữa m và m_0 là $\mu = 0,2$. Tìm biên độ dao động lớn nhất của vật m để m_0 không trượt trên bề mặt ngang của vật m . Cho $g = 10(\text{m/s}^2)$, $\pi^2 \approx 10$.



Lời Giải

- Khi m_0 không trượt trên bề mặt của m thì hệ hai vật dao động như là một vật ($m+m_0$). Lực truyền gia tốc cho m_0 là lực ma sát nghỉ xuất hiện giữa hai vật.

$$f_{msn} = m_0 \cdot |a| = m_0 \cdot \omega^2 \cdot |x|$$

Giá trị lớn nhất của lực ma sát nghỉ là : $f_{msn}(\text{Max}) = m_0 \cdot \omega^2 \cdot A$ (1)

- Nếu m_0 trượt trên bề mặt của m thì lực ma sát trượt xuất hiện giữa hai vật là lực ma sát trượt :

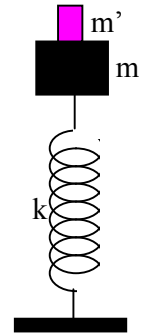
$$f_{mst} = \mu \cdot m_0 \cdot g \quad (2)$$

- Để m_0 không bị trượt trên m thì phải có : $f_{msn}(\text{Max}) \leq f_{mst} \Leftrightarrow m_0 \cdot \omega^2 \cdot A \leq m_0 \cdot g \cdot \mu$

$$\Rightarrow A \leq \frac{\mu \cdot g}{\omega^2}; \text{ mà } \omega^2 = \frac{k}{m+m_0} \text{ nên ta có : } A \leq \frac{m+m_0}{k} \cdot \mu \cdot g \Leftrightarrow A \leq 0,05m \Leftrightarrow A \leq 5\text{cm}.$$

Vậy biên độ lớn nhất của m để m_0 không trượt trên m là $A_{\text{max}} = 5\text{cm}$.

Bài 2. Một vật có khối lượng $m = 400\text{g}$ được gắn trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 50(\text{N/m})$. Đặt vật m' có khối lượng 50g lên trên m như hình vẽ. Kích thích cho m dao động theo phương thẳng đứng với biên độ nhỏ. Bỏ qua sức cản của không khí. Tìm biên độ dao động lớn nhất của m để m' không rời khỏi m trong quá trình dao động. Lấy $g = 10(\text{m/s}^2)$.



Lời Giải

Để m' không rời khỏi m trong quá trình dao động thì hệ ($m+m'$) dao động với cùng gia tốc. Ta phải có:

$$a_{\text{max}} \leq g \Leftrightarrow \omega^2 \cdot A \leq g \Rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2} \Leftrightarrow A \leq \frac{(m+m') \cdot g}{k} \Leftrightarrow A \leq 0,09m \Rightarrow A \leq 9\text{cm} \Rightarrow A_{\text{max}} = 9\text{cm}.$$

DẠNG 13

BÀI TOÁN VỀ VA CHẠM

I. Phương pháp

- Định luật bảo toàn động lượng : $p = \text{const} \Leftrightarrow p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = \text{Const}.$

(Điều kiện áp dụng là hệ kín)

- Định luật bảo toàn cơ năng : $E = \text{const} \Leftrightarrow E_d + E_t = \text{const}.$

(Điều kiện áp dụng là hệ kín, không ma sát)

- Định lý biến thiên động năng : $\Delta E_d = A_{\text{ngoai luc}} \Leftrightarrow E_{d2} - E_{d1} = A_{\text{ngoai luc}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = A_{\text{ngoai luc}}.$

- Chú ý : Đối với va chạm đàn hồi ta có : $\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2'^2 + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1'^2$

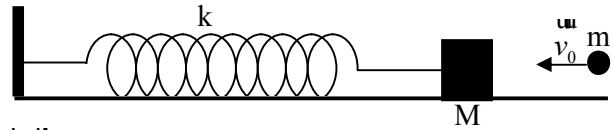
II. Bài Tập

Bài 1. Cơ hệ dao động như hình vẽ gồm một vật $M = 200\text{g}$ gắn vào lò xo có độ cứng k , khối lượng không đáng kể. Vật M có thể trượt không ma sát trên mặt ngang. Hệ ở trạng thái cân bằng người ta bắn một vật $m = 50\text{g}$ theo phương ngang với vận tốc $v_0 = 2(\text{m/s})$ đến va chạm với M .

Sau va chạm, vật M dao động điều hoà, chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo là 28cm và 20cm .

a) Tính chu kỳ dao động của M .

b) Tính độ cứng k của lò xo.



Lời Giải

a) Tìm chu kỳ dao động:

- áp dụng ĐLBTDL: $m.v_0 = m.v + M.V$; trong đó $v; V$ là vận tốc của m và M ngay sau va chạm.

$$\text{Phương trình vô hướng: } m.v_0 = m.v + M.V \Leftrightarrow m.(v_0 - v) = M.V \Rightarrow v_0 - v = \frac{M}{m}.V \quad (1)$$

- áp dụng ĐLBTCN:

$$\frac{1}{2}.m.v_0^2 = \frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.M.V^2 \Leftrightarrow m.(v_0^2 - v^2) = M.V^2 \Rightarrow (v_0^2 - v^2) = \frac{M}{m}.V^2 \quad (2)$$

Lấy (2) chia cho (1) ta có: $v_0 + v = V$ (3)

Lấy (1) cộng (3), ta có: $2.v_0 = \frac{M+m}{m}.V \Rightarrow V = \frac{2.m.v_0}{M+m} = 0,8(\text{m/s})$.

Mặt khác ta có: $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 4\text{cm}$.

Vận tốc của M ngay sau va chạm là vận tốc cực đại trong dao động của vật M , ta có

$$V = \omega.A = \frac{2\pi}{T}.A \Rightarrow T = \frac{2\pi.A}{V} = \frac{2\pi.4}{80} \approx 0,314(\text{s}).$$

b) Tìm độ cứng k của lò xo: $\omega^2 = \frac{k}{M} \Rightarrow k = M.\omega^2 = M.\frac{4.\pi^2}{T^2} = 80(\text{N/m})$.

Bài 2. Một cái đĩa khối lượng $M = 900\text{g}$ đặt trên lò xo có độ cứng $k = 25(\text{N/m})$.

Một vật nhỏ $m = 100\text{g}$ rơi không vận tốc ban đầu từ độ cao $h = 20(\text{cm})$ (so với đĩa) xuống đĩa và dính vào đĩa. Sau va chạm hệ hai vật dao động điều hoà.

1. Viết phương trình dao động của hệ hai vật, chọn gốc toạ độ là VTCB của hệ vật, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống, gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm. Lấy $g = 10(\text{m/s}^2)$.

2. Tính các thời điểm mà động năng của hai vật bằng ba lần thế năng của lò xo. Lấy gốc tính thế năng của lò xo là VTCB của hai vật.

Lời Giải

1. Chọn mặt phẳng đi qua đĩa làm mốc tính thế năng, ta có:

Gọi v_0 là vận tốc của m ngay trước va chạm, áp dụng ĐLBTCN, ta được

$$m.g.h = \frac{m.v_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2.g.h} = 2(\text{m/s})$$

Do va chạm là va chạm mềm nên ngay sau khi va chạm cả hệ chuyển động với vận tốc v ;

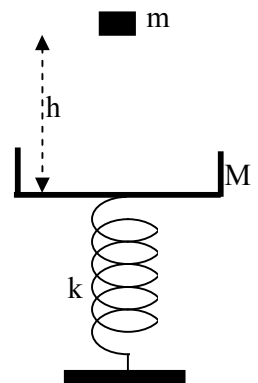
áp dụng ĐLBTDL, ta có: $m.v_0 = (M+m).v \Rightarrow v = \frac{m.v_0}{M+m} = 20(\text{cm/s})$.

Khi hệ ở VTCB, hệ nén thêm một đoạn là: $m.g = k.\Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{m.g}{k} = 4(\text{cm})$

Phương trình có dạng: $x = A.\sin(\omega t + \varphi)$; với $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 5(\text{rad/s})$

ở thời điểm ban đầu, $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A.\sin \varphi = -4\text{cm} \\ v_0 = A.\omega.\cos \varphi = 20\text{cm/s} \end{cases} \Leftrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}\text{rad}; A = 4\sqrt{2}\text{cm}.$

$$\Rightarrow x = 4\sqrt{2}.\sin(5t - \frac{\pi}{4})\text{cm}$$



Nếu viết phương trình theo hàm cosin ta có: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$\begin{aligned} \text{ở thời điểm ban đầu, } t = 0 &\Rightarrow \begin{cases} x_0 = A\cos\varphi = -4\text{cm} \\ v_0 = A\omega\sin\varphi = 20\text{cm/s} \end{cases} \Leftrightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4}\text{rad}; A = 4\sqrt{2}\text{cm} \\ &\Rightarrow x = 4\sqrt{2}\cos\left(5t + \frac{3\pi}{4}\right)\text{cm} \end{aligned}$$

2. Tìm các thời điểm mà $E_d = 3E_t$: Ta có $E = E_d + E_t = \frac{1}{2}k.A^2$ mà $E_d = 3E_t$ nên thay vào ta có: $4E_t = E$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2}k.x^2 = \frac{1}{2}k.A^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{2}\cos\left(5t + \frac{3\pi}{4}\right) = \pm \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(5t + \frac{3\pi}{4}\right) = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Khi } \cos\left(5t + \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 5t + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + n.2\pi & t = \frac{-5\pi}{60} + \frac{2}{5}n.\pi \\ 5t + \frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} + n.2\pi & t = \frac{-13\pi}{60} + \frac{2}{5}n.\pi \end{cases} \text{ với } \begin{matrix} n = 1, 2, 3, 4, \dots \\ n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \end{matrix}$$

$$\text{Khi } \cos\left(5t + \frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 5t + \frac{3\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + n.2\pi & t = \frac{-\pi}{60} + \frac{2}{5}n.\pi \\ 5t + \frac{3\pi}{4} = -\frac{2\pi}{3} + n.2\pi & t = \frac{-17\pi}{60} + \frac{2}{5}n.\pi \end{cases} \text{ với } \begin{matrix} n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \\ n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \end{matrix}$$

Bài 3. Một cái đĩa nằm ngang, có khối lượng $M = 200\text{g}$, được gắn vào đầu trên của một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 20(\text{N/m})$. Đầu dưới của lò xo được giữ cố định. Đĩa có thể chuyển động theo phương thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản của không khí.

1. Ban đầu đĩa ở VTCB. ấn đĩa xuống một đoạn $A = 4\text{cm}$ rồi thả cho đĩa dao động tự do. Hãy viết phương trình dao động (Lấy trục toạ độ hướng lên trên, gốc toạ độ là VTCB của đĩa, gốc thời gian là lúc thả).

2. Đĩa đang nằm ở VTCB, người ta thả một vật có khối lượng $m = 100\text{g}$, từ độ cao $h = 7,5\text{cm}$ so với mặt đĩa. Va chạm giữa vật và đĩa là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm đầu tiên vật nảy lên và được giữ không cho rơi xuống đĩa nữa.

Lấy $g = 10(\text{m/s}^2)$

- Tính tần số góc dao động của đĩa.
- Tính biên độ A dao động của đĩa.
- Viết phương trình dao động của đĩa.

Lời Giải

1. Phương trình dao động có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Trong đó: $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10(\text{rad/s})$;

$$\text{theo điều kiện ban đầu ta có: } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A\cos\varphi = -4\text{cm} \\ v_0 = A\omega\sin\varphi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \frac{-4}{A} \\ \sin\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \pi; A = 4\text{cm}.$$

Vậy ta được $x = 4\cos(10t + \pi) = -4\cos(10t)\text{cm}$.

2. Gọi v là vận tốc của m trước va chạm; v_1 , V là vận tốc của m và M sau va chạm.

Coi hệ là kín, áp dụng ĐLBTDL ta có: $p_t = p_s \Leftrightarrow m.v = m.v_1 + M.V$. chiếu lên ta được:

$$-m.v = m.v_1 - M.V \Leftrightarrow m.(v + v_1) = M.V \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác ta có: áp dụng ĐLBTCN: } m.g.h = m.\frac{v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2.g.h \quad (2)$$

$$\text{Do va chạm là tuyệt đối đàn hồi nên: } \frac{m.v^2}{2} = \frac{m.v_1^2}{2} + \frac{M.V^2}{2} \quad (3)$$

Giải hệ (1), (2), (3), ta có: $v \approx 1,2(\text{m/s})$ và $V = 0,8(\text{m/s})$

áp dụng ĐLBTCN trong dao động điều hoà: $E = E_d + E_t$ ($E_t = 0$) nên $E = E_d$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}k.A'^2 = \frac{1}{2}M.V^2 \Rightarrow A' = 0.082m = 8,2cm.$$

3. Phương trình dao động của đĩa có dạng : $x = A'.\cos(\omega t + \varphi)$
 trong đó $\omega = 10(rad/s)$; $A' = 8,2cm$.

$$\text{Tại thời điểm ban đầu } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 = A'.\cos\varphi \\ v_0 = -V = -A'\omega.\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} rad \\ A' = 8,2cm \end{cases}.$$

Vậy phương trình của đĩa là : $x = 8,2.\cos(10t + \frac{\pi}{2})cm$.

DẠNG 14 BÀI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG CỦA VẬT SAU KHI RỜI KHỎI GIÁ ĐỠ

I. Phương pháp

- Quãng đường S mà giá đỡ đi được kể từ khi bắt đầu chuyển động đến khi vật rời khỏi giá đỡ bằng phần tăng độ biến dạng của lò xo trong khoảng thời gian đó. Khoảng thời gian từ lúc giá đỡ bắt đầu chuyển

động đến khi vật rời khỏi giá đỡ được xác định theo công thức : $S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$ (a là gia tốc của giá đỡ) (1)

- Vận tốc của vật khi rời khỏi giá đỡ là : $v = \sqrt{2a.S}$ (2)

- Gọi Δl_0 là độ biến dạng của lò xo khi vật ở VTCB (không còn giá đỡ), Δl là độ biến dạng của lò xo khi vật rời giá đỡ. Li độ x của vật ở thời điểm rời khỏi giá đỡ là

$$|x| = \Delta l_0 - \Delta l$$

- Ta có $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$

II. Bài Tập.

Bài 1. Con lắc lò xo gồm một vật nặng có khối lượng $m = 1kg$ và một lò xo có độ cứng $k = 100N/m$, được treo thẳng đứng như hình vẽ. Lúc đầu giữ giá đỡ D sao cho lò xo không biến dạng. Sau đó cho D chuyển động thẳng đứng xuống dưới nhanh dần đều với gia tốc $a = 2m/s^2$.

1. Tìm thời gian kể từ khi D bắt đầu chuyển động cho tới khi m bắt đầu rời khỏi D.
 2. CMR sau khi rời khỏi D vật m dao động điều hoà. Viết phương trình dao động, chiều dương xuống dưới, gốc thời gian là lúc vật m bắt đầu rời khỏi D.
- Lấy $g = 10m/s^2$. Bỏ qua mọi ma sát và khối lượng của lò xo.

Lời Giải

1. Vì giữ D sao cho lò xo không biến dạng nên khi D chuyển động xuống dưới thì vật m cũng chuyển động xuống dưới với cùng vận tốc và gia tốc của D. Giả sử D đi được quãng đường là S thì m rời khỏi D. Lúc đó lò xo cũng giãn một đoạn S.

áp dụng ĐL II Niu Tơn ta có :

$$\vec{P} + \vec{F}_{dh} = m.a \Rightarrow mg - kS = ma \Leftrightarrow S = \frac{m(g-a)}{k} = 0,08m = 8cm$$

Mặt khác ta có : $S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = 0,28s$

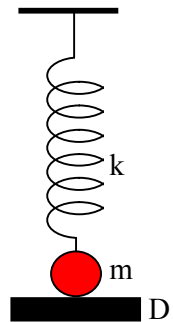
2. Chứng minh M dao động điều hoà:

- xét m ở VTCB (không còn giá đỡ)

$$\vec{P} + \vec{F}_{0dh} = 0 \Rightarrow mg - k\Delta l_0 = 0 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,1m = 10cm. \quad (1)$$

- xét vật m ở thời điểm t, có li độ là x:

$$\vec{P} + \vec{F}_{dh} = m.a \Rightarrow mg - k(\Delta l_0 + x) = ma \Leftrightarrow mg - k\Delta l_0 - kx = ma \quad (2)$$



Thay (1) vào (2) ta có: $x'' + \frac{k}{m}x = 0 \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0$ với $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

$\Rightarrow x = A \cos(\omega t + \varphi)$ Vậy m dao động điều hoà. Ta có $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ (rad/s)}$.

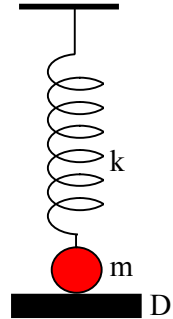
Khi rời khỏi giá đỡ vật m có vận tốc là $v_0 = \sqrt{2aS} = 0,4\sqrt{2} \text{ (m/s)} = 40\sqrt{2} \text{ (cm/s)}$
ở thời điểm rời giá đỡ vật m có li độ x_0 so với gốc toạ độ. $x_0 = -(\Delta l_0 - S) = -2 \text{ cm}$

Biên độ dao động của vật là: $A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} \Leftrightarrow A = 6 \text{ cm}$.

Khi $t = 0$ $\begin{cases} x_0 = -2 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A \omega \sin \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \varphi = -\frac{2}{A} \\ \sin \varphi = -\frac{40\sqrt{2}}{10A} \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = 2\sqrt{2}$.

Bài 2. Con lắc lò xo gồm vật có khối lượng $m = 1 \text{ kg}$ và lò xo có độ cứng $k = 50 \text{ N/m}$ được treo như hình vẽ. Khi giá đỡ D đứng yên thì lò xo dãn một đoạn 1 cm . Cho D chuyển động thẳng đứng xuống dưới nhanh dần đều với gia tốc $a = 1 \text{ m/s}^2$, và vận tốc ban đầu bằng không. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- xác định quãng đường mà giá đỡ đi được kể từ khi bắt đầu chuyển động đến thời điểm vật rời khỏi giá đỡ.
- Sau khi rời khỏi giá đỡ, vật m dao động điều hoà. Tính biên độ dao động của vật.



Lời giải

1. Khi rời khỏi giá đỡ, lò xo có độ biến dạng là Δl . ở thời điểm vật rời khỏi giá đỡ, ta có:

$$P + F_{dh} = m \cdot a \Rightarrow mg - k \cdot \Delta l = ma \Rightarrow \Delta l = \frac{m \cdot (g - a)}{k} = 0,09 \text{ m} = 9 \text{ cm}$$

Khi giá đỡ bắt đầu chuyển động thì lò xo đã dãn một đoạn $\Delta l_0 = 1 \text{ cm}$, do đó quãng đường đi được của giá đỡ kể từ khi bắt đầu chuyển động cho tới khi vật rời giá đỡ là:
 $S = \Delta l - \Delta l_0 = 9 - 1 = 8 \text{ cm}$.

2. Sau khi rời khỏi giá đỡ, vật m dao động điều hoà. Tại VTCB lò xo dãn một đoạn là:

$$\Delta l' = \frac{mg}{k} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

ở thời điểm vật rời khỏi giá đỡ, vật có li độ là: $x_0 = -(\Delta l' - \Delta l) = -1 \text{ cm}$

Khi rời khỏi giá đỡ, vật có vận tốc là: $v_0 = \sqrt{2aS} = 40 \text{ cm/s}$

Tần số góc của dao động là: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\sqrt{2} \text{ (rad/s)}$

Vậy biên độ dao động là: $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{33} \text{ cm}$

DẠNG 15 TỔNG HỢP HAI DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ CÙNG PHƯƠNG, CÙNG TẦN SỐ

I. Phương pháp

- Cho hai dao động cùng phương, cùng tần số:

$$x_1 = A_1 \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ và } x_2 = A_2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_2)$$

- Dao động tổng hợp có dạng: $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

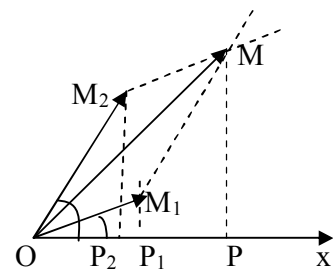
Trong đó A, φ được xác định theo công thức sau:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2); \quad \tan \varphi = \frac{A_1 \cdot \sin \varphi_1 + A_2 \cdot \sin \varphi_2}{A_1 \cdot \cos \varphi_1 + A_2 \cdot \cos \varphi_2}$$

- Chú ý: + Có thể tìm phương trình dao động tổng hợp bằng phương pháp lượng giác

+ Nếu hai dao động cùng pha: $A = A_1 + A_2$

+ Nếu hai dao động ngược pha: $A = |A_1 - A_2|$.



II. Bài Tập

Bài 1. Hai dao động có cùng phương, cùng tần số $f = 50\text{Hz}$, có biên độ $A_1 = 2a$, $A_2 = a$. Các pha ban đầu

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{3}(\text{rad}); \varphi_2 = \pi(\text{rad}).$$

1. Viết phương trình của hai dao động đó.

2. Tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp. Vẽ trên cùng một giản đồ véc tơ các véc tơ $\vec{A}_1; \vec{A}_2; \vec{A}$.

Lời Giải

1. Phương trình dao động là: $x_1 = 2a.\cos(\pi 100t + \frac{\pi}{3})\text{cm}$; $x_2 = a.\cos(100\pi t + \pi)\text{cm}$.

2. Ta có: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1.A_2.\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 4a^2 + a^2 + 4a^2.\cos(\frac{2\pi}{3}) \Leftrightarrow$

$$A^2 = 5a^2 - 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow A = a\sqrt{3}\text{cm}.$$

Pha ban đầu của dao động tổng hợp là: $\tan \varphi = \frac{A_1.\sin \varphi_1 + A_2.\sin \varphi_2}{A_1.\cos \varphi_1 + A_2.\cos \varphi_2} \Leftrightarrow$

$$\tan \varphi = \frac{2a.\sin \frac{\pi}{3} + a.\sin \pi}{2a.\cos \frac{\pi}{3} + a.\cos \pi} = \frac{a\sqrt{3}}{0} \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}(\text{rad}).$$

Bài 2. Cho hai dao động có phương trình: $x_1 = 3\sin(\pi t + \varphi_1)$; $x_2 = 5\sin(\pi t + \varphi_2)$

Hãy xác định phương trình và vẽ giản đồ véc tơ của dao động tổng hợp trong các trường hợp sau:

1. Hai dao động cùng pha.

2. Hai dao động ngược pha.

3. Hai dao động lệch pha một góc $\frac{\pi}{2}$ (xác định pha ban đầu của dao động tổng hợp phụ thuộc vào $\varphi_1; \varphi_2$).

Bài 3 Cho hai dao động cùng phương, cùng tần số, có các phương trình dao động là :

$$x_1 = 3\sin(\omega t - \frac{\pi}{4})(\text{cm}); x_2 = 4\sin(\omega t + \frac{\pi}{4})(\text{cm}). \text{ Tìm biên độ của dao động tổng hợp trên?}$$

Bài 4. Hai dao động cơ điều hoà, cùng phương, cùng tần số góc $\omega = 50\text{rad/s}$, có biên độ lần lượt là 6cm và 8cm, dao động thứ hai trễ pha hơn dao động thứ nhất là $\frac{\pi}{2}\text{rad}$. Xác định biên độ của dao động tổng hợp. Từ đó suy ra dao động tổng hợp.

DẠNG 16

HIỆN TƯỢNG CỘNG HƯỞNG CƠ HỌC

I. Phương pháp

Hệ dao động có tần số dao động riêng là f_0 , nếu hệ chịu tác dụng của lực cưỡng bức biến thiên tuần hoàn với tần số f thì biên độ dao động của hệ lớn nhất khi: $f_0 = f$

II. Bài Tập

Bài 1. Một chiếc xe gắn máy chạy trên một con đường lát gạch, cứ cách khoảng 9m trên đường lại có một rãnh nhỏ. Chu kì dao động riêng của khung xe máy trên lò xo giảm xóc là 1,5s. Hỏi với vận tốc bằng bao nhiêu thì xe bị xóc mạnh nhất.

Lời Giải

Xe máy bị xóc mạnh nhất khi $f_0 = f \Leftrightarrow T = T_0$ mà $T = s/v$ suy ra $v = s/T = 9/1,5 = 6(\text{m/s}) = 21,6(\text{km/h})$.

Bài 2. Một người xách một xô nước đi trên đường, mỗi bước đi được 50cm. Chu kì dao động của nước trong xô là 1s. Người đó đi với vận tốc nào thì nước trong xô bị sánh nhiều nhất.

$$\text{Đ/s : } v = 1,8\text{km/h}$$

Bài 3. Một hành khách dùng một sợi dây cao su treo một túi xách lên trần toa tàu ở ngay vị trí phía trên một trục bánh xe của tàu hoả. Khối lượng túi xách là 16kg, hệ số cứng của dây cao su 900N/m, chiều dài

của mỗi thanh ray là 12,5m, ở chỗ nối hai thanh ray có khe nhỏ. Tàu chạy với vận tốc bằng bao nhiêu thì túi xách dao động mạnh nhất?

$$\text{Đ/s: } v = 15\text{m/s} = 54\text{km/h}$$

Bài 4. Một con lắc đơn có độ dài $l = 30\text{cm}$ được treo trong toa tàu ngay ở vị trí phía trên trục của bánh xe. Chiều dài của mỗi thanh ray là 12,5m. Vận tốc tàu bằng bao nhiêu con lắc dao động mạnh nhất?

$$\text{Đ/s: } v = 41\text{km/h}$$

DẠNG 17 DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC Lò XO TRONG TRƯỜNG LỰC LẠ

I. Phương pháp

* Lực lạ là lực đẩy Acimet. $\vec{F}_A = -DV \vec{g}$

$$- \text{Vật ở VTCB: } \vec{P} + \vec{F}_{dh} + \vec{F}_A = 0 \Rightarrow P - F_{dh} - F_A = 0$$

$$\Leftrightarrow mg - k.\Delta l - S.h_0.Dg = 0 \tag{1}$$

$$- \text{Xét vật ở thời điểm } t, \text{ có li độ } x: \vec{P} + \vec{F}_{dh} + \vec{F}_A = m\vec{a} \Rightarrow P - F_{dh} - F_A = ma$$

$$\Leftrightarrow mg - k(\Delta l + x) - S(h_0 + x).D.g = mx'' \Rightarrow mg - k\Delta l - S.h_0.Dg - x(k + SDg) = mx''$$

Thay (1) vào ta được: $x'' + \frac{k + SDg}{m}.x = 0 \Rightarrow$ Có nghiệm dạng

$x = A.\cos(\omega t + \varphi)$. Vậy vật m dao động điều hoà với tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{k + SDg}{m}}$$

* Lực lạ là lực quán tính. $\vec{F}_{qt} = -m.\vec{a}$

trong hệ quy chiếu không quán tính ngoài lực đàn hồi của lò xo, trọng lực tác dụng vào vật, vật còn chịu tác dụng của lực quán tính. Dấu “-“ cho ta biết lực quán tính luôn hướng ngược với gia tốc của chuyển động.

* Lực ma sát. $F_{mst} = \mu.N$

II. Bài Tập

Bài 1. Một vật nặng có dạng hình trụ có khối lượng $m = 0,4\text{kg}$, chiều cao $h = 10\text{cm}$, tiết diện $S = 50\text{cm}^2$, được treo vào một lò xo có độ cứng $k = 150\text{N/m}$. Khi cân bằng, một nửa vật bị nhúng chìm trong chất lỏng có khối lượng riêng $D = 10^3\text{kg/m}^3$. Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới một đoạn là 4cm rồi thả nhẹ cho vật dao động. Bỏ qua sức cản. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

1. Xác định độ biến dạng của lò xo tại VTCB.
2. Chứng minh vật dao động điều hoà. Tính chu kỳ dao động của vật.
3. Tính cơ năng của vật.

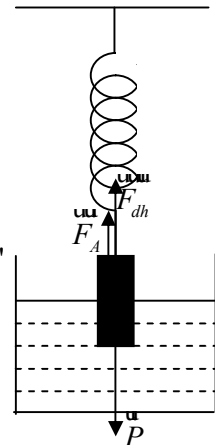
Bài 2. Treo con lắc lò xo gồm một vật nặng có khối lượng $m = 200\text{g}$ vào lò xo có độ cứng $k = 80\text{N/m}$ và chiều dài tự nhiên $l_0 = 24\text{cm}$ trong thang máy. Cho thang máy chuyển động lên trên nhanh dần đều với gia tốc $a = 2\text{m/s}^2$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

1. Tính độ biến dạng của lò xo tại VTCB.
2. Kích thích cho vật dao động với biên độ nhỏ theo phương thẳng đứng. Chứng minh m dao động điều hoà. Tính chu kỳ của dao động. Có nhận xét gì về kết quả?

Bài 3. Một con lắc lò xo gồm một vật nặng có khối lượng $m = 250\text{g}$ gắn vào lò xo có độ cứng $k = 100\text{N/m}$ và chiều dài tự nhiên $l_0 = 30\text{cm}$. Một đầu lò xo treo vào thang máy. Cho thang máy chuyển động nhanh dần đều lên trên với vận tốc ban đầu bằng không và gia tốc a thì thấy rằng lò xo có chiều dài là $l_1 = 33\text{cm}$.

1. Tính gia tốc a của thang máy. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.
2. Kéo vật nặng xuống dưới đến vị trí sao cho lò xo có chiều dài $l_2 = 36\text{cm}$ rồi thả nhẹ nhàng cho dao động điều hoà. Tính chu kỳ và biên độ của con lắc.

Bài 4 Một vật có khối lượng m được gắn vào một lò xo có độ cứng k và khối lượng lò xo không đáng kể. Kéo vật rời VTCB dọc theo trục của lò xo một đoạn a rồi thả nhẹ nhàng cho dao động. Hệ số ma sát giữa vật m và mặt phẳng nằm ngang là μ không đổi. Gia tốc trọng trường



là g. Bỏ qua lực cản của không khí. Tính thời gian thực hiện dao động đầu tiên của vật.

Bài 5. Gắn một vật có khối lượng $m = 200\text{g}$ vào lò xo có độ cứng $k = 80\text{N/m}$. Một đầu lò xo được giữ cố định. Kéo m khỏi VTCB một đoạn 10cm dọc theo trục của lò xo rồi thả nhẹ nhàng cho vật dao động. Biết hệ số ma sát giữa m và mặt nằm ngang là $\mu = 0,1$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

1. Tìm chiều dài quãng đường mà vật đi được cho đến khi dừng lại.
2. Chứng minh rằng độ giảm biên độ dao động sau mỗi một chu kì là một số không đổi.
3. Tìm thời gian dao động của vật.

Lời giải

1. khi có ma sát vật dao động tắt dần cho đến khi dừng lại. Cơ năng bị triệt tiêu bởi công của lực ma sát. Ta có:

$$\frac{1}{2}kA^2 = F_{ms} \cdot s = \mu \cdot mg \cdot s \Rightarrow s = \frac{k \cdot A^2}{2\mu \cdot mg} = \frac{80 \cdot 0,1^2}{2 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 10} = 2\text{m}$$

2. Giả sử tại thời điểm vật đang ở vị trí có biên độ A_1 . Sau nửa chu kì, vật đến vị trí có biên độ A_2 . Sự giảm biên độ là do công của lực ma sát trên đoạn đường

$$(A_1 + A_2) \text{ đã làm giảm cơ năng của vật. Ta có: } \frac{1}{2}kA_1^2 - \frac{1}{2}kA_2^2 = \mu \cdot mg(A_1 + A_2)$$

$$\Rightarrow A_1 - A_2 = \frac{2\mu \cdot mg}{k}. \text{ Lập luận tương tự, khi vật đi từ vị trí biên độ } A_2 \text{ đến vị trí có biên độ } A_3, \text{ tức là}$$

$$\text{nửa chu kì tiếp theo thì: } \Rightarrow A_2 - A_3 = \frac{2\mu \cdot mg}{k}. \text{ Độ giảm biên độ sau mỗi một chu kì là:}$$

$$\Delta A = (A_1 - A_2) + (A_2 - A_3) = \frac{4\mu \cdot mg}{k} = \text{Const.} \Rightarrow \text{Đpcm}$$

3. Độ giảm biên độ sau mỗi một chu kì là: $\Delta A = 0,01\text{m} = 1\text{cm}$

$$\text{Số chu kì thực hiện là } n = \frac{A}{\Delta A} = 10 \text{ chu kì. Vậy thời gian dao động là:}$$

$$t = n \cdot T = 3,14\text{s}$$



DẠNG 18 DAO ĐỘNG CỦA MỘT VẬT (HOẶC HAI VẬT) GẮN VỚI HỆ HAI LÒ XO

I. Phương pháp

A. Hệ hai lò xo chưa có liên kết.

Đặt vấn đề: Hai lò xo có chiều dài tự nhiên L_{01} và L_{02} . Hai đầu của lò xo gắn vào 2 điểm cố định A và B. Hai đầu còn lại gắn vào 1 vật có khối lượng m. Chứng minh m dao động điều hoà, viết phương trình dao động,...

* **Trường hợp 1.** $AB = L_{01} + L_{02}$.
(Tại VTCB hai lò xo không biến dạng)

Xét vật m ở thời điểm t có li độ là x:

$$m \cdot a = F_{dh1} + F_{dh2}. \text{ Chiếu lên trục Ox, ta có:}$$

$$ma = -k_1 \cdot x - k_2 \cdot x = -x(k_1 + k_2) \Leftrightarrow ma + x(k_1 + k_2) = 0 \Rightarrow x'' + \frac{k_1 + k_2}{m} \cdot x = 0. \text{ Đặt } \omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}.$$

Vậy ta có: $x'' + \omega^2 \cdot x = 0 \Rightarrow$ Có nghiệm là $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. Vậy vật m dao động điều hoà với tần số

$$\text{góc là } \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

* **Trường hợp 2.** $AB > L_{01} + L_{02}$ (Trong quá trình dao động hai lò xo luôn luôn bị dãn).

- Cách 1: Gọi Δl_1 và Δl_2 lần lượt là độ dãn của hai lò xo tại VTCB

$$+ \text{ Xét vật m ở VTCB: } 0 = F_{0dh1} + F_{0dh2}.$$

$$\text{Chiếu lên trục Ox, ta được } k_2 \cdot \Delta l_2 - k_1 \cdot \Delta l_1 = 0 \quad (1)$$

$$+ \text{ Xét vật m ở thời điểm t, có li độ x: } m \cdot a = F_{dh1} + F_{dh2}$$

Chiếu lên trục Ox: $ma = F_{dh2} - F_{dh1} \Leftrightarrow mx'' = k_2(\Delta l_2 - x) - k_1(\Delta l_1 + x)$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được: $ma = -k_1.x - k_2.x = -x(k_1 + k_2)$

$\Leftrightarrow ma + x(k_1 + k_2) = 0 \Rightarrow x'' + \frac{k_1 + k_2}{m}.x = 0$. Đặt $\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}$. Vậy ta có: $x'' + \omega^2.x = 0 \Rightarrow$ Có

nghiệm là $x = A.\cos(\omega t + \varphi)$. Vậy vật m dao động điều hoà với tần số góc là $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$

- Cách 2: Gọi x_0 là khoảng cách từ vị trí (sao cho một trong hai lò xo không bị biến dạng) đến VTCB của vật m. Giả sử L_{02} có chiều dài tự nhiên. Ta có

+ Vật m ở VTCB: $0 = F_{0dh1} + F_{0dh2}$. Chiếu lên trục Ox, ta được:

$k_2 \cdot |x_0| - k_1 \cdot (d - |x_0|) = 0$ (3). Trong đó $d = AB = (L_{01} + L_{02})$; x_0 là khoảng cách từ vị trí mà L_{02} không bị biến dạng đến VTCB.

+ Xét vật m ở thời điểm t, có li độ x: $m.a = F_{dh1} + F_{dh2}$

Chiếu lên trục Ox: $k_2 \cdot (|x_0| - x) - k_1 \cdot (d - |x_0| + x) = mx''$ (4). Thay (3) vào (4) ta được

$mx'' = -k_1.x - k_2.x = -x(k_1 + k_2) \Leftrightarrow mx'' + x(k_1 + k_2) = 0 \Rightarrow x'' + \frac{k_1 + k_2}{m}.x = 0$. Đặt $\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}$.

Vậy ta có: $x'' + \omega^2.x = 0 \Rightarrow$ Có nghiệm là $x = A.\cos(\omega t + \varphi)$. Vậy vật m dao động điều hoà với tần số

góc là $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$.

* **Trường hợp 3.** $AB < L_{01} + L_{02}$ (trong quá trình dao động hai lò xo luôn luôn bị nén).

- Cách 1: Gọi Δl_1 và Δl_2 lần lượt là độ nén của hai lò xo tại VTCB

+ Xét vật m ở VTCB: $0 = F_{0dh1} + F_{0dh2}$.

Chiếu lên trục Ox, ta được $-k_2 \cdot \Delta l_2 + k_1 \cdot \Delta l_1 = 0$ (1)

+ Xét vật m ở thời điểm t, có li độ x: $m.a = F_{dh1} + F_{dh2}$

Chiếu lên trục Ox: $ma = -F_{dh2} + F_{dh1} \Leftrightarrow mx'' = -k_2(\Delta l_2 + x) + k_1(\Delta l_1 - x)$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được: $ma = -k_1.x - k_2.x = -x(k_1 + k_2)$

$\Leftrightarrow ma + x(k_1 + k_2) = 0 \Rightarrow x'' + \frac{k_1 + k_2}{m}.x = 0$. Đặt $\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}$. Vậy ta có: $x'' + \omega^2.x = 0 \Rightarrow$ Có

nghiệm là $x = A.\cos(\omega t + \varphi)$. Vậy vật m dao động điều hoà với tần số góc là $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$

- Cách 2: Gọi x_0 là khoảng cách từ vị trí (sao cho một trong hai lò xo không bị biến dạng) đến VTCB của vật m. Giả sử L_{02} có chiều dài tự nhiên. Ta có

+ Vật m ở VTCB: $0 = F_{0dh1} + F_{0dh2}$. Chiếu lên trục Ox, ta được:

$-k_2 \cdot |x_0| + k_1 \cdot (d - |x_0|) = 0$ (3).

Trong đó $d = AB = (L_{01} + L_{02})$; x_0 là khoảng cách từ vị trí mà L_{02} không bị biến dạng đến VTCB.

+ Xét vật m ở thời điểm t, có li độ x: $m.a = F_{dh1} + F_{dh2}$

Chiếu lên trục Ox: $-k_2 \cdot (|x_0| + x) + k_1 \cdot (d - |x_0| - x) = mx''$ (4). Thay (3) vào (4) ta được

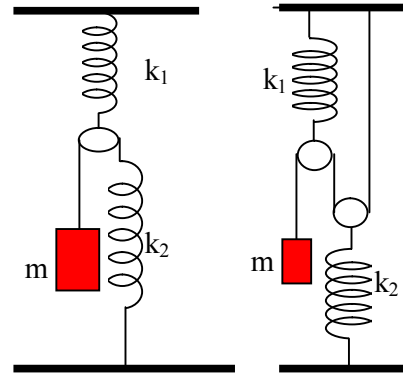
$mx'' = -k_1.x - k_2.x = -x(k_1 + k_2) \Leftrightarrow mx'' + x(k_1 + k_2) = 0 \Rightarrow x'' + \frac{k_1 + k_2}{m}.x = 0$. Đặt $\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}$.

Vậy ta có: $x'' + \omega^2.x = 0 \Rightarrow$ Có nghiệm là $x = A.\cos(\omega t + \varphi)$. Vậy vật m dao động điều hoà với tần số

góc là $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$.

B. Hệ hai lò xo có liên kết ròng rọc.

áp dụng định luật bảo toàn công.” Các máy cơ học không cho ta lợi về công, được lợi bao nhiêu lần về lực thì thiệt bấy nhiêu lần về đường đi “.



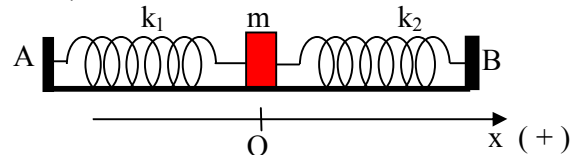
II. Bài Tập

Bài 1. (Bài 56/206 Bài toán dao động và sóng cơ) Cho hệ dao động như hình vẽ. Chiều dài tự nhiên và độ cứng của các lò xo lần lượt là $l_{01} = 20\text{cm}$, $l_{02} = 25\text{cm}$, $k_1 = 40\text{N/m}$, $k_2 = 50\text{N/m}$. Vật nặng có khối lượng $m = 100\text{g}$, kích thích không đáng kể. Khoảng cách $AB = 50\text{cm}$. Bỏ qua mọi ma sát.

1. Tính độ biến dạng của mỗi lò xo tại vị trí cân bằng.
2. Từ VTCB kéo về phía B một đoạn 3cm rồi thả nhẹ.
 - a. Chứng tỏ m dao động điều hoà và viết phương trình dao động.
 - b. Tìm độ cứng của hệ lò xo và lực đàn hồi lớn nhất xuất hiện trên các lò xo.

Bài 2. (Bài 57/206 Bài toán dao động và sóng cơ)

Một vật có khối lượng $m = 300\text{g}$ được gắn vào hai lò xo có độ cứng k_1, k_2 như hình vẽ. Hai lò xo có cùng chiều dài tự nhiên $l_0 = 50\text{cm}$ và $k_1 = 2k_2$.



Khoảng cách $AB = 100\text{cm}$. Kéo vật theo phương AB tới vị trí cách A một đoạn 45cm rồi thả nhẹ cho vật dao động. Bỏ qua mọi ma sát, khối lượng của lò xo và kích thước của vật m .

1. Chứng minh m dao động điều hoà.
2. Sau thời gian $t = \frac{\pi}{15} \text{s}$ kể từ lúc thả ra, vật đi được quãng đường dài $7,5\text{cm}$. Tính k_1, k_2 .

Bài 3. (Bài 58/206 Bài toán dao động và sóng cơ).

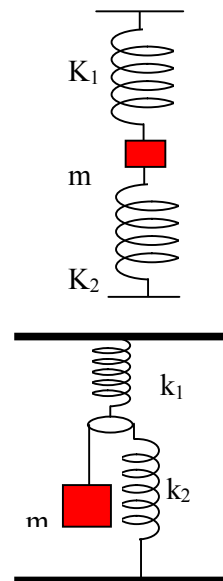
Một vật có khối lượng $m = 100\text{g}$, chiều dài không đáng kể, có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Vật được nối với hai lò xo L_1, L_2 có độ cứng lần lượt là $k_1 = 60\text{N/m}$, $k_2 = 40\text{N/m}$. Người ta kéo vật đến vị trí sao cho L_1 giãn một đoạn $\Delta l = 20\text{cm}$ thì thấy L_2 không bị biến dạng. Bỏ qua mọi ma sát và khối lượng của lò xo.

1. Chứng minh vật m dao động điều hoà.
2. Viết phương trình dao động. Tính chu kì dao động và năng lượng của dao động cho $\pi^2 = 10$.
3. Vẽ và tính cường độ các lực do các lò xo tác dụng lên các điểm cố định A và B tại thời điểm $t = T/2$.

Bài 4. (Bài 60/206 Bài toán dao động và sóng cơ)

Hai lò xo có khối lượng không đáng kể, cùng chiều dài tự nhiên l_0 , cùng độ cứng $k = 1000\text{N/m}$ và vật có khối lượng $m = 2\text{kg}$, kích thước không đáng kể. Các lò xo luôn thẳng đứng. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$; $\pi^2 = 10$.

1. Tính độ biến dạng của mỗi lò xo khi vật cân bằng.
2. Đưa m đến vị trí để các lò xo có chiều dài tự nhiên rồi buông ra không vận tốc ban đầu. Chứng minh m dao động điều hoà. Viết phương trình dao động (Gốc toạ độ là VTCB, chiều dương hướng xuống, gốc thời gian là lúc thả).
3. Xác định độ lớn và phương chiều của các lực đàn hồi do từng lò xo tác dụng vào m khi m xuống vị trí thấp nhất.



Bài 5. (Bài 97/206 Bài toán dao động và sóng cơ)

Cho một lò xo có cấu tạo đồng đều, khối lượng không đáng kể, có chiều dài tự nhiên $l_0 = 45\text{cm}$, hệ số đàn hồi $k_0 = 200\text{N/m}$. Cắt lò xo thành hai lò xo L_1, L_2 có chiều dài và hệ số đàn hồi là l_1, k_1 và l_2, k_2 ; $l_2 = 2.l_1$.

1. Chứng minh rằng $k_1/k_2 = l_2/l_1$. Tính k_1, k_2 .
2. Bố trí cơ hệ như hình vẽ. Các dây nối không dẫn, khối lượng không đáng kể, khối lượng ròng rọc bỏ qua, kích thước của m không đáng kể. Kéo m xuống dưới theo phương thẳng đứng khỏi VTCB một đoạn $x_0 = 2\text{cm}$ rồi buông ra không vận tốc ban đầu.

- Chứng minh m dao động điều hoà.
- Viết phương trình dao động, biết chu kỳ dao động là $T = 1s$, lấy $\pi^2 = 10$.
- Tính lực tác dụng cực đại lên điểm A, lực tác dụng cực tiểu lên điểm B. Lấy $g = 10m/s^2$

DẠNG 19 MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ HỆ HAI VẬT GẮN VỚI Lò XO

Bài 1. Một vật nhỏ khối lượng $m = 200g$ treo vào sợi dây AB không dẫn và treo vào lò xo có độ cứng $k = 20N/m$ như hình vẽ. Kéo lò xo xuống dưới VTCB một đoạn 2cm rồi thả ra không vận tốc ban đầu. Chọn gốc tọa độ là VTCB của m, chiều dương hướng xuống, gốc thời gian là lúc thả. Cho $g = 10m/s^2$.

- Chứng minh m dao động điều hoà. Viết phương trình dao động (Bỏ qua khối lượng của lò xo và dây treo AB. Bỏ qua lực cản của không khí).
- Tìm biểu thức phụ thuộc vào thời gian của lực căng dây. Vẽ đồ thị sự phụ thuộc này.
- Biên độ dao động của m phải thoả mãn điều kiện nào để dây AB luôn căng mà không đứt. Biết rằng dây chỉ chịu được lực căng tối đa là $T_{max} = 3N$.

Bài 2. Một lò xo có độ cứng $k = 80N/m$. Đầu trên được gắn cố định đầu dưới treo một vật nhỏ A có khối lượng m_1 . Vật A được nối với vật B có khối lượng m_2 bằng một sợi dây không dẫn. Bỏ qua khối lượng của lò xo và dây nối. Cho $g = 10m/s^2$, $m_1 = m_2 = 200g$.

- Hệ đứng yên, vẽ hình chỉ rõ các lực tác dụng lên vật A và B. Tính lực căng của dây và độ giãn của lò xo.
- Giả sử tại thời điểm $t = 0$, dây nối AB bị đứt. Vật A dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của vật A. (Chọn gốc tọa độ là VTCB của A, chiều dương hướng xuống).

Bài 3. Cho hệ vật dao động như hình vẽ. Hai vật có khối lượng là M_1 và M_2 . Lò xo có độ cứng k , khối lượng không đáng kể và luôn có phương thẳng đứng. ấn vật M_1 thẳng đứng xuống dưới một đoạn $x_0 = a$ rồi thả nhẹ cho dao động.

- Tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của lực mà lò xo ép xuống giá đỡ.
- Để M_2 không bị nâng lên khỏi mặt giá đỡ thì x_0 phải thoả mãn điều kiện gì?

Lời giải

1. Chọn HQC như hình vẽ. Các lực tác dụng vào M_1 gồm: $\vec{P}_1; \vec{F}_{dh}$

- Khi M_1 ở VTCB ta có: $\vec{P}_1 + \vec{F}_{dh} = 0$. Chiếu lên Ox ta được:

$$P_1 - F_{dh} = 0 \Leftrightarrow M_1 g - k \cdot \Delta l = 0 \Rightarrow \Delta l = \frac{M_1 g}{k} \quad (1)$$

- Xét M_1 ở vị trí có li độ x , ta có: $\vec{P}_1 + \vec{F}_{dh} = m \vec{a}$. Chiếu lên Ox ta được:

$$P_1 - F_{dh} = ma \Leftrightarrow M_1 g - k \cdot (\Delta l + x) = ma \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta có: $mx'' = -kx \Rightarrow x'' + \frac{k}{m} x = 0$. Đặt $\omega^2 = \frac{k}{m}$, vậy ta có

$x'' + \omega^2 x = 0$ Có nghiệm dạng $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Vậy M_1 dao động điều hoà.

- Khi $t = 0$ ta có: $x = x_0 = a = A \cos \varphi$; $v = v_0 = -A \cdot \omega \cdot \sin \varphi = 0$. Suy ra

$$\varphi = 0; A = a; \omega = \sqrt{\frac{k}{M_1}}. \text{ Vậy phương trình là: } x = a \cdot \cos(\omega t).$$

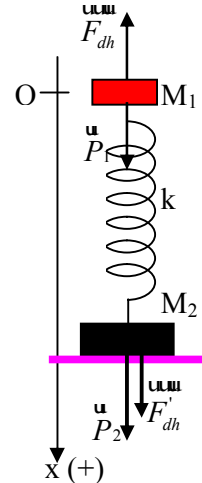
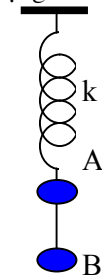
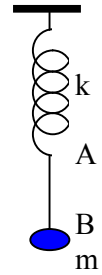
- Dựa vào hình vẽ ta có lực ép xuống giá đỡ là: $\vec{P} + \vec{F}'_{dh} = \vec{F}$. Chiếu lên Ox ta có:

$$F = M_2 g + k \cdot (\Delta l + x) \text{ Lực đàn hồi Max khi } x = +A = +a \Rightarrow F_{Max} = M_2 g + k \cdot (\Delta l + a)$$

$$\text{Lực đàn hồi Min khi } x = -A = -a \Rightarrow F_{Min} = M_2 g + k \cdot (\Delta l - a).$$

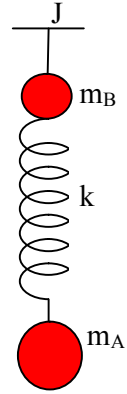
2. Điều kiện để M_2 không bị nâng lên khỏi giá đỡ là $F_{min} \geq 0$

$$F_{min} = M_2 g + k \cdot (\Delta l - a) \geq 0 \Rightarrow a \leq \frac{M_2 \cdot g + k \cdot \Delta l}{k}.$$



Bài 4. Cho hệ dao động như hình vẽ.: $k = 100\text{N/m}$; $m_A = 100\text{g}$; $m_B = 200\text{g}$. Thời điểm ban đầu kéo m_A xuống dưới một đoạn 1cm và truyền cho nó vận tốc $\sqrt{0,3}\text{ m/s}$. Biết đoạn dây JB không dãn, khối lượng dây không đáng kể. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$, $\pi^2 \approx 10$.

1. Tính độ biến dạng của lò xo tại VTCB.
2. Biết rằng với điều kiện trên chỉ có m_A dao động. Viết phương trình dao động của m_A .
3. Tìm điều kiện của biên độ dao động của m_A để m_B luôn đứng yên.



Phần II. CON LẮC ĐƠN □ CON LẮC VẬT LÝ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Mô tả con lắc đơn: Gồm một sợi dây không dãn, một đầu được treo vào một điểm cố định, đầu con lại gắn vào một vật khối lượng m , kích thước của m không đáng kể, rất nhỏ so với chiều dài của dây, khối lượng của dây coi không đáng kể. Bỏ qua sức cản của không khí. Khi góc lệch của con lắc đơn $\alpha < 10^\circ$ thì dao động của con lắc đơn được coi là dao động điều hoà.

2. Phương trình dao động của con lắc đơn. Phương trình $s = S_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

hoặc theo li độ góc là: $\alpha = \alpha_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ với $\alpha_0 = \frac{S_0}{l}$.

+ Tần số góc của dao động: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

+ Chu kì và tần số của dao động: $T = \frac{1}{f} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{2\pi}{\omega}$

3. Vận tốc, động năng, thế năng, cơ năng.

- Vận tốc: $v = s' = -\omega \cdot S_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

- Động năng của con lắc: $W_d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot S_0^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$.

- Thế năng của con lắc: $W_t = m \cdot g \cdot h = mgl(1 - \cos\alpha) \approx \frac{1}{2} mgl\alpha^2 = \frac{1}{2} mgl\alpha_0^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot l^2 \cdot \alpha_0^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot S_0^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi)$

- Cơ năng: $W = W_d + W_t = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot S_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot l \cdot \alpha_0^2 = \text{Const.}$

- Chú ý: Khi góc lệch α lớn thì dao động không phải là dao động điều hoà mà chỉ là dao động tuần hoàn.

4. Công thức gần đúng.

- $(1 \pm \varepsilon)^n \approx 1 \pm n \cdot \varepsilon$ Với $\varepsilon = 1$

- $1 - \varepsilon^2 = (1 - \varepsilon)(1 + \varepsilon) \approx 1$ Với $\varepsilon = 1$

- $\frac{(1 \pm a_1)^m \cdot (1 \pm a_2)^n}{(1 \pm a_3)^p} \approx 1 \pm m a_1 \pm n a_2 \mp p a_3$ Với $\varepsilon = 1$

5. Con lắc đơn không phải là một dao động tự do vì chu kì của nó phụ thuộc vào các yếu tố bên ngoài như: nhiệt độ, vĩ độ, độ cao,...

- Công thức về sự nở dài: $l = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)$ Trong đó l và l_0 tương ứng là chiều dài của con lắc ở $t^\circ\text{C}$ và 0°C , còn α là hệ số nở dài.

- Công thức gia tốc trọng trường phụ thuộc vào: độ cao, vĩ độ, lực lạ,...

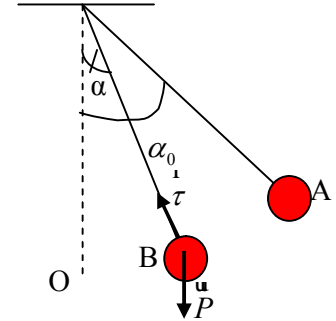
$$g_h = g_0 \cdot \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \quad \text{hay} \quad g_h = G \cdot \frac{M}{(R+h)^2}$$

6. Vận tốc tại một vị trí α :

- $W_A = mgl(1 - \cos\alpha_0)$

- $W_B = \frac{1}{2} m.v^2 + mgl(1 - \cos\alpha)$

- áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có: $W_A = W_B$
 $\Rightarrow v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$.



7. Lực căng của dây treo.

Xét con lắc tại vị trí lệch so với phương thẳng đứng một góc α . Vận dụng ĐLII NiuTơn, ta có: $P + \tau = m.a$. Chiều lên trục toạ độ, có phương dọc dây treo, gốc tại VTCB của vật, chiều dương hướng từ dưới lên.

$ma = \tau - P.\cos\alpha \Rightarrow \tau = ma + mg.\cos\alpha$ mà $a = \frac{v^2}{l}$ thay v xuống ta có:

$a = \frac{2gl.(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}{l} = 2g.(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$. Vậy ta có: $\tau = 3mg.\cos\alpha - 2mg.\cos\alpha_0$

8. Con lắc vật lí.

a. Mô tả con lắc vật lí: Là một vật rắn được quay quanh một trục nằm ngang cố định.

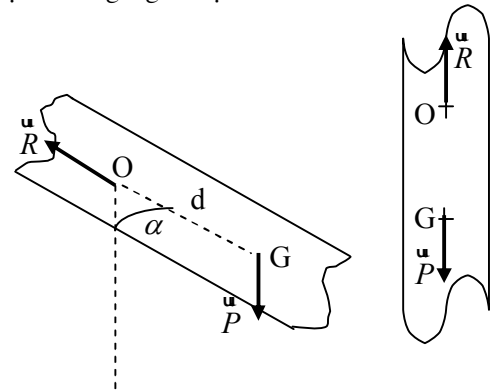
b. Phương trình dao động của con lắc: $\alpha = \alpha_0.\cos(\omega.t + \varphi)$;

- Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{mg.d}{I}}$ Trong đó m là khối

lượng vật rắn, d là khoảng cách từ trọng tâm vật rắn đến trục quay ($d = OG$), I là mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay (đơn vị $kg.m^2$).

- Chu kì dao động: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg.d}} = \frac{1}{f}$

- ứng dụng của con lắc vật lí là dùng đo gia tốc trọng trường g



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

DẠNG 1 PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG VÀ TÍNH CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG TỪ PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG

1. Phương pháp

- Phương trình dao động có dạng: $s = S_0.\cos(\omega.t + \varphi)$

Chú ý: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$; $T = \frac{1}{f} = 2\pi.\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{2\pi}{\omega}$; $\alpha_0 = \frac{S_0}{l} \Rightarrow S_0 = \alpha_0.l$

- Việc tìm các đại lượng như: s, v, W_d , W_t , W ,... hay xác định các thời điểm con lắc có li độ, vận tốc, khoảng thời gian con lắc đi từ s_1 đến s_2 cũng thực hiện tương tự như con lắc lò xo.

2. Bài Tập.

Bài 1. (Bài 108/206 Bài toán dao động và sóng cơ)

Một con lắc đơn dao động điều hoà với chu kì $T = 4s$ và biên độ $S_0 = 6cm$.

- Viết phương trình dao động của con lắc. Chọn gốc thời gian là lúc con lắc qua VTCB theo chiều dương.
- Tính độ dời và vận tốc của vật nặng tại các thời điểm $t_1 = 0,5s$ và $t_2 = 1s$. Từ kết quả tính được suy ra trạng thái dao động của con lắc ở các thời điểm đó.
- Tính thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ:
 - VTCB đến vị trí $s = 3cm$.
 - Vị trí $s = 3cm$ đến vị trí $S_0 = 6cm$. Nhận xét về kết quả tìm được.

Lời Giải

1. Phương trình dao động có dạng: $s = S_0.\cos(\omega.t + \varphi)$ Trong đó: $S_0 = 6cm$; $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} (rad/s)$

Theo đề bài, $t = 0$ thì $s = 0$ và $v = s' = -\omega \cdot S_0 \cdot \sin \varphi > 0$, ta có: $\begin{matrix} \cos \varphi = 0 \\ \sin \varphi < 0 \end{matrix} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} (\text{rad}).$

Vậy phương trình là: $s = 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}).$

2. Phương trình vận tốc có dạng: $v = s' = -\omega \cdot S_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) = -\frac{\pi}{2} \cdot 6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm/s})$

Hay $v = -3\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm/s}).$

+ Khi $t = t_1 = 0,5\text{s}$:

$$\Rightarrow s = 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}) = 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 0,5 - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}) = 6 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) (\text{cm}) = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm}) = 3\sqrt{2} (\text{cm}).$$

$$\Rightarrow v = -3\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) = -3\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 0,5 - \frac{\pi}{2}\right) = -3\pi \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -3\pi \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1,5\pi\sqrt{2} (\text{cm/s}).$$

+ Khi $t = t_2 = 1\text{s}$:

$$\Rightarrow s = 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}) = 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 1 - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}) = 6 \cdot \cos(0) (\text{cm}) = 6 (\text{cm}).$$

$$\Rightarrow v = -3\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) = -3\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 1 - \frac{\pi}{2}\right) = -3\pi \cdot \sin(0) = 0.$$

3.+ Các thời điểm vật đi từ VTCB đến vị trí có $s = 3\text{cm}$.

$$s = 3 = 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{matrix} \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi \\ \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi \end{matrix} \quad (\text{với } k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} \frac{\pi}{2}t = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi & t = \frac{5}{3} + 4k; (1) \\ \frac{\pi}{2}t = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi & t = \frac{1}{3} + 4k; (2) \end{matrix} \quad \text{với } k \in \mathbb{Z}$$

Hệ thức (1) ứng với trường hợp con lắc qua vị trí $s = 3\text{cm}$ theo chiều ngược với chiều dương; hệ thức (2) ứng với con lắc đi theo chiều dương trục tọa độ. Vậy thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ VTCB đến vị trí $s = 3\text{cm}$ là $t_1 = 1/3$ (s) với $k = 0$.

+ Thời gian vật đi từ VTCB đến vị trí biên là: $\frac{T}{4} \Rightarrow$ Thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ vị trí $s = 3\text{cm}$

đến vị trí biên $s = 6\text{cm}$ là: $t_2 = \frac{T}{4} - t_1 = 2/3$ (s).

* Nhận xét: Tuy hai quãng đường là như nhau nhưng thời gian để đi các quãng đường đó là khác nhau vì chuyển động có vận tốc thay đổi theo thời gian t .

Bài 2. (Bài 109/206 Bài toán dao động và sóng cơ)

Một con lắc có chiều dài $l = 1\text{m}$, vật nặng có khối lượng $m = 100\text{g}$. Kéo con lắc ra khỏi VTCB một góc $\alpha_0 = 6^\circ$ rồi thả không vận tốc ban đầu.

1. Lập biểu thức vận tốc ứng với li độ góc α . Suy ra biểu thức vận tốc cực đại.

2. Lập biểu thức lực căng ứng với li độ góc α . Suy ra biểu thức lực căng cực đại, cực tiểu. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$, $\pi^2 \approx 10$.

$$\text{Đ/s: } 1. v_{\max} = 33\text{cm/s}; \quad 2. \tau_{\max} = 1,01\text{N}; \tau_{\min} = 0,99\text{N}.$$

Bài 3. (Bài 110/206 Bài toán dao động và sóng cơ)

Một con lắc đơn gồm một sợi dây có chiều dài $l = 1\text{m}$, khối lượng vật nặng $m = 100\text{g}$. Khi con lắc đang ở vị trí cân bằng, dùng búa gõ nhẹ vào quả nặng làm cho nó có vận tốc $v_0 = 20\text{cm/s}$ theo phương thẳng nằm ngang cho con lắc dao động. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$ và $\pi^2 \approx 10$.

1. Tính góc lệch cực đại của con lắc khỏi VTCB.

2. Viết phương trình dao động của con lắc, chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu dao động và chiều dương là chiều của vectơ v_0 .
3. Xác định thời điểm đầu tiên vận tốc có độ lớn bằng nửa vận tốc v_0 .

$$\text{Đ/s: } 1. \alpha_0 = 0,0632(\text{rad}); 2. s = 6,32 \cdot \cos(\pi t - \frac{\pi}{2})\text{cm}; 3. t = 1/3 (\text{s}).$$

Bài 4. (Bài 111/206 Bài toán dao động và sóng cơ)

Một con lắc đơn gồm một sợi dây có chiều dài $l = 1\text{m}$, treo vật nặng có khối lượng $m = 100\text{g}$. Khi con lắc đang ở VTCB, người ta truyền cho vật nặng vận tốc ban đầu v_0 theo phương ngang cho con lắc dao động. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản.

Coi dao động của con lắc là dao động nhỏ. Lập biểu thức vận tốc của vật nặng và lực căng của dây treo theo li độ góc α . Xét trường hợp vận tốc và lực căng cực đại, cực tiểu.

$$\text{Đ/s: a) } v_{\max} = v_0 \text{ khi } \alpha = 0, v_{\min} = 0 \text{ khi } \alpha = \alpha_0.$$

$$\text{b) } \tau_{\max} = 1,1N \text{ khi } \alpha = 0, \tau_{\min} = 0,95N \text{ khi } \alpha = \alpha_0.$$

Bài 5. Một con lắc đơn có chiều dài $l = 1\text{m}$ treo vật nặng có khối lượng 50g .

a. Cho con lắc đơn dao động với li giác góc cực đại $\alpha_0 = 0,1(\text{rad})$. Tìm chu kỳ và viết phương trình dao động con lắc. Chọn gốc thời gian là lúc vật ở vị trí biên $\alpha = \alpha_0$.

b. Cho con lắc đơn dao động với li giác góc cực đại $\alpha_0 = 60^\circ$. Tìm vận tốc dài của con lắc. Tính lực căng khi $\alpha = 0^\circ, \alpha = 30^\circ$.

c. Trường hợp con lắc dao động với $\alpha_0 = 60^\circ$, người ta đốt dây treo con lắc khi qua VTCB.

+ Tìm vận tốc, động năng của hòn bi khi chạm đất. Biết VTCB cách mặt đất là 4m .

+ Tìm khoảng cách từ điểm hòn bi chạm đất đến đường thẳng đứng đi qua điểm treo. Lấy $g = 10\text{m/s}^2, \pi^2 \approx 10$. Bỏ qua mọi ma sát.

$$\text{Đ/s: a) } s = 10 \cdot \cos(\pi t)\text{cm}; \text{ b) } \alpha = 0^\circ \text{ thì } v = \pi(m/s); \tau = 1(N);$$

$$\alpha = 30^\circ \text{ thì } v = \pi \cdot \sqrt{\sqrt{3}-1}(m/s); \tau = \frac{3\sqrt{3}-2}{4}(N)$$

$$\text{+) } v = 3\pi(m/s); W_d = 2,25(J).$$

$$\text{c) } \text{+) } x_{\max} = 2\sqrt{2}(m)$$

DẠNG 2 QUAN HỆ GIỮA CHU KÌ, TẦN SỐ VÀ CHIỀU DÀI CỦA CON LẮC

1. Phương pháp

$$\text{- Chu kỳ của con lắc: } T = \frac{1}{f} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2}.$$

- Hai con lắc đơn có chiều dài là l_1, l_2 dao động với chu kỳ tương ứng là T_1, T_2 .

+ Con lắc có chiều dài: $l = l_1 + l_2$, có chu kỳ dao động T được xác định theo biểu thức:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}.$$

+ Con lắc có chiều dài: $l' = l_1 - l_2$, có chu kỳ dao động T' được xác định theo biểu thức:

$$T' = \sqrt{T_1^2 - T_2^2}.$$

- Trong cùng một khoảng thời gian, con lắc có chu kỳ T_1 thực hiện N_1 dao động, con lắc có chu kỳ T_2 thực hiện N_2 dao động thì ta có:

$$N_1 \cdot T_1 = N_2 \cdot T_2 \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}.$$

2. Bài Tập.

Bài 1. Một con lắc có độ dài bằng l_1 dao động với chu kỳ $T_1 = 1,5\text{s}$. Một con lắc khác có độ dài l_2 dao động với chu kỳ $T_2 = 2\text{s}$. Tìm chu kỳ của con lắc có độ dài bằng $l_1 + l_2; l_2 - l_1$.

$$\text{Đ/s: } T = 2,5(\text{s}); T' = \sqrt{4-2,25} = \sqrt{1,75} (\text{s}).$$

Bài 2. Hai con lắc đơn có chiều dài l_1, l_2 ($l_1 > l_2$) và có chu kỳ dao động tương ứng là T_1 và T_2 tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8\text{m/s}^2$. Biết rằng tại nơi đó, con lắc có chiều dài $l_1 + l_2$ có chu kỳ dao động là $1,8\text{s}$ và con lắc có chiều dài $l_1 - l_2$ dao động với chu kỳ $0,9\text{s}$. Tìm T_1, T_2 và l_1, l_2 .

$$\text{Đ/s: } T_1 = 1,42\text{s}, T_2 = 1,1\text{s}; l_1 = 50,1\text{cm}, l_2 = 30,1\text{cm}.$$

Bài 3. Một học sinh buộc hòn đá vào đầu một sợi dây nhẹ và cho nó dao động. Trong 10 phút nó thực hiện được 299 dao động. Vì không xác định được chính xác độ dài của con lắc này, học sinh đó đã cắt ngắn sợi dây bớt 40cm, rồi cho nó dao động lại. Trong 10 phút nó thực hiện được 386 dao động. Hãy dùng kết quả đó để xác định gia tốc trọng trường ở nơi làm thí nghiệm.

Đ/s: $g = 9,80\text{m/s}^2$.

Bài 4. Trong cùng một khoảng thời gian, con lắc thứ nhất thực hiện được 10 chu kỳ dao động, con lắc thứ hai thực hiện 6 chu kỳ dao động. Biết hiệu số chiều dài dây treo của chúng là 48cm.

1. Tìm chiều dài dây treo mỗi con lắc.
2. Xác định chu kỳ dao động tương ứng. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

Đ/s: 1) $l_1 = 27\text{cm}$, $l_2 = 75\text{cm}$; 2) $T_1 = 1,03\text{s}$, $T_2 = 1,73\text{s}$.

Bài 5. Một vật rắn có khối lượng $m = 1,5\text{kg}$ có thể quay quanh một trục nằm ngang. Dưới tác dụng của trọng lực, vật dao động nhỏ với chu kỳ $T = 0,5\text{s}$. Khoảng cách từ trục quay đến trọng tâm của vật rắn là $d = 10\text{cm}$. Tính mômen quán tính của vật đối với trục quay. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

Đ/s: $I = 0,0095\text{kg.m}^2$.

Bài 6. Một con lắc đơn có chiều dài là l dao động với chu kỳ $T_0 = 2\text{s}$.

1. Tính chu kỳ của con lắc khi chiều dài của dây treo tăng lên 1% chiều dài ban đầu.
2. Nếu tại thời điểm ban đầu hai con lắc trên cùng qua VTGB và chuyển động cùng chiều. Tìm thời gian mà chúng lặp lại trạng thái trên. Khi đó mỗi con lắc thực hiện bao nhiêu dao động?

Đ/s: 1) $T = 2,0099\text{s}$; 2) $T_0 - 201$, $T - 200$ dao động.

DẠNG 3 TÌM SỰ BIẾN THIÊN CHU KÌ CỦA CON LẮC ĐƠN KHI THAY ĐỔI NHIỆT ĐỘ, ĐỘ CAO, VỊ TRÍ TRÊN TRÁI ĐẤT

1. Phương pháp

- Viết biểu thức tính chu kỳ của con lắc khi chưa có sự thay đổi: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

- Viết biểu thức tính chu kỳ của con lắc khi có sự thay đổi: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g'}}$.

- Lập tỉ số: $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l' \cdot g}{l \cdot g'}}$. áp dụng công thức gần đúng, ta có: $\frac{T'}{T} \approx m \Rightarrow T' \approx m.T$.

- Tính ΔT : $\Delta T = T' - T = T.(m - 1)$ + $\Delta T > 0 \Leftrightarrow T' > T \Leftrightarrow m > 1 \Rightarrow$ Chu kỳ tăng.
+ $\Delta T < 0 \Leftrightarrow T' < T \Leftrightarrow m < 1 \Rightarrow$ Chu kỳ giảm.

2. Bài Tập

Bài 1. (Bài 113/206 Bài toán dao động và sóng cơ)

người ta đưa một con lắc từ mặt đất lên độ cao $h = 10\text{km}$. Phải giảm độ dài của nó đi bao nhiêu để chu kỳ dao động của nó không thay đổi. Cho bán kính trái đất

$R = 6400\text{km}$ và bỏ qua sự ảnh hưởng của nhiệt độ.

Đ/s: Giảm 0,3% chiều dài ban đầu của con lắc.

Bài 2. (Bài 115/206 Bài toán dao động và sóng cơ)

Một con lắc Phu cô treo ở thánh Ixac (XanhPêtecbuga) là một conlắc đơn có chiều dài 98m. Gia tốc rơi tự do ở XanhPêtecbuga là $9,819\text{m/s}^2$.

1. Tính chu kỳ dao động của con lắc đó.
2. Nếu treo con lắc đó ở Hà Nội, chu kỳ của nó sẽ là bao nhiêu? Biết gia tốc rơi tự do tại Hà Nội là $9,793\text{m/s}^2$ và bỏ qua ảnh hưởng của nhiệt độ.
3. Nếu muốn con lắc đó khi treo ở Hà Nội mà vẫn dao động với chu kỳ như ở XanhPêtecbuga thì phải thay đổi độ dài của nó như thế nào?

Đ/s: 1) $T_1 = 19,84\text{s}$; 2) $T_2 = 19,87\text{s}$; 3) Giảm một lượng $\Delta l = l - l' = 0,26\text{m} = 26\text{cm}$.

Bài 3. Con lắc toán ở mặt đất, nhiệt độ 30°C , có chu kỳ $T = 2\text{s}$. Đưa lên độ cao

$h = 0,64\text{km}$, nhiệt độ 5°C , chu kỳ tăng hay giảm bao nhiêu? Cho hệ số nở dài $\lambda = 2.10^{-5} K^{-1}$.

Đ/s: Chu kỳ giảm 3.10^{-4}s .

Bài 4. Con lắc đơn dao động bé ở mặt đất có nhiệt độ 30°C . Đưa lên độ cao

$h = 0,64\text{km}$ chu kỳ dao động bé vẫn không thay đổi. Biết hệ số nở dài của dây treo là $\lambda = 2.10^{-5} K^{-1}$. Hãy tính nhiệt độ ở độ cao này. Cho bán kính trái đất $R = 6400\text{km}$.

Đ/s: 20°C .

Bài 5. Con lắc toán học dài 1m ở 20°C dao động nhỏ ở nơi $g = \pi^2$ (SI).

1. Tính chu kỳ dao động.

2. Tăng nhiệt độ lên 40°C , chu kì của con lắc tăng hay giảm bao nhiêu? Biết hệ số nở dài của dây treo con lắc là $\lambda = 2.10^{-5} K^{-1}$.

Đ/s: 1) 2s; 2) Tăng 4.10^{-4}s .

Bài 6. Một con lắc đồng hồ có chu kì dao động $T_1 = 1\text{s}$ tại nơi có gia tốc trọng trường $g = \pi^2 (\text{m/s}^2)$, nhiệt độ $t_1 = 20^{\circ}\text{C}$.

1. Tìm chiều dài dây treo con lắc ở 20°C .

2. Tính chu kì dao động của con lắc tại nơi đó ở nhiệt độ 30°C . Cho hệ số nở dài của dây treo con lắc là $\lambda = 4.10^{-5} K^{-1}$.

Đ/s: 1) $l_1 = 0,25\text{m} = 25\text{cm}$; 2) $T_2 = 1,0002\text{s}$.

DẠNG 4 TÌM SỰ BIẾN THIÊN CHU KÌ CỦA CON LẮC ĐƠN KHI THAY ĐỔI TRƯỜNG TRỌNG LỰC

1. Phương pháp

- Chu kì của con lắc khi gia tốc trọng trường là g_1 : $T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g_1}}$.

- Chu kì của con lắc khi gia tốc trọng trường là g_2 : $T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g_2}}$.

- Lập tỉ số: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$. Trong đó $g = G \cdot \frac{M}{R^2}$.

- Trong cùng một khoảng thời gian, đồng hồ có chu kì con lắc là T_1 có số chỉ t_1 thì đồng hồ có chu kì con lắc là T_2 có số chỉ t_2 , ta có: $t_2 \cdot T_2 = t_1 \cdot T_1 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{T_1}{T_2}$.

2. Bài Tập

Bài 1. Mặt Trăng có khối lượng bằng $\frac{1}{81}$ khối lượng Trái Đất và có bán kính bằng $\frac{1}{3,7}$ bán kính Trái Đất. Coi nhiệt độ ở Mặt Trăng được giữ như trên Trái Đất.

a. Chu kì dao động của một con lắc đơn thay đổi như thế nào khi đưa con lắc từ Trái Đất lên Mặt Trăng?

b. Để chu kì của con lắc trên Mặt Trăng vẫn như khi ở Trái Đất thì cần phải thay đổi chiều dài con lắc như thế nào?

Đ/s: a) $T_{MT} = 2,43$. T_{TD} ; b) $\frac{\Delta l}{l} = 83,1\%$.

Bài 2. Người ta đưa một đồng hồ quả lắc từ Trái Đất lên Mặt Trăng mà không điều chỉnh lại. Theo đồng hồ này trên Mặt Trăng thì thời gian Trái Đất tự quay được một vòng là bao nhiêu? Biết gia tốc rơi tự do trên Mặt Trăng bằng $\frac{1}{6}$ gia tốc rơi tự do trên Trái Đất và bỏ qua sự ảnh hưởng của nhiệt độ.

Đ/s: $t_2 = 9^h 48^{\text{ph}}$.

DẠNG 5 TÌM SỰ BIẾN THIÊN CHU KÌ CỦA CON LẮC ĐƠN KHI CÓ THÊM LỰC LẠ

1. Phương pháp

- Viết biểu thức tính chu kì của con lắc khi chưa có lực lạ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

- Viết biểu thức tính chu kì của con lắc khi chưa có lực lạ: $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$.

Trong đó g' là gia tốc trọng trường biểu kiến được xác định theo biểu thức sau đây:

$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}_n \Leftrightarrow m \cdot \vec{g}' = m \cdot \vec{g} + \vec{F}_n$. Khi cân bằng, dây treo con lắc có phương của \vec{P}' .

Ngoại lực \vec{F}_n có thể là:

+ Lực điện trường: $\vec{F}_d = |q| \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{F}_d \uparrow \uparrow \vec{E}$ nếu $q > 0$; $\vec{F}_d \uparrow \downarrow \vec{E}$ nếu $q < 0$.

Chú ý: Độ lớn: $F_d = |q|.E$ và $E = \frac{U}{d}$.

+ Lực đẩy Acsimét: $\vec{F}_A = -V.D.\vec{g}$, có độ lớn $F_A = V.D.g$.

+ Lực quán tính: $\vec{F}_{qt} = -m.\vec{a}$, có độ lớn $F_{qt} = m.a$.

+ Lực từ: $F_t = B.I.l.\sin\alpha$ hoặc $F_t = |q|.v.B.\sin\alpha$.

2. Bài Tập

Bài 1. Một con lắc đơn gồm một sợi dây có chiều dài $l = 1\text{m}$ và quả cầu nhỏ có khối lượng $m = 100\text{g}$, được treo tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8\text{m/s}^2$.

1. Tính chu kỳ dao động nhỏ của quả cầu.

2. Cho quả cầu mang điện $q = 2,5.10^{-4}\text{C}$ và tạo ra điện trường đều có cường độ điện trường $E = 1000\text{V/m}$. Hãy xác định phương của dây treo con lắc khi cân bằng và chu kỳ của con lắc trong các trường hợp:

a. Véc tơ \vec{E} hướng thẳng đứng xuống dưới.

b. Véc tơ \vec{E} có phương nằm ngang.

Đ/s: 1) $T_0 = 2\text{s}$; 2a) $T_1 = 1,8\text{s}$; 2b) $T_2 = 1,97\text{s}$.

Bài 2. Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ, khối lượng 10g được treo bằng một sợi dây dài 1m tại nơi mà $g = 10\text{m/s}^2$. Cho $\pi^2 = 10$.

1. Tính chu kỳ dao động T_0 của con lắc.

2. Tích điện cho quả cầu một điện tích $q = 10^{-5}\text{C}$ rồi cho nó dao động trong một điện trường đều có phương thẳng đứng thì thấy chu kỳ dao động của nó là $T = \frac{2}{3}.T_0$.

Xác định chiều và độ lớn của cường độ điện trường?

Đ/s: \vec{E} có phương thẳng đứng, có chiều hướng xuống, độ lớn $1,25.10^4\text{V/m}$.

Bài 3. Một con lắc đơn dao động với chu kỳ T_0 trong chân không và chu kỳ T trong một chất khí. Biết T khác T_0 chỉ do lực đẩy Acsimét.

1a. Chứng minh rằng $T = T_0.(1 + \frac{1}{2}\epsilon)$. Trong đó $\epsilon = \frac{D_0}{D}$; D_0 là khối lượng riêng của chất khí, D là khối lượng riêng của quả nặng làm con lắc.

1b. Tính chu kỳ T trong không khí. Biết $T_0 = 2\text{s}$, $D_0 = 1,300\text{kg/m}^3$, $D = 8450\text{kg/m}^3$.

2. Để $T = T_0$ thì phải tăng hay giảm nhiệt độ của không khí bao nhiêu? Biết hệ số nở dài của con lắc là $\lambda = 1,7.10^{-5}(K^{-1})$.

Đ/s: 1) $T = 2,00015\text{s}$; 2) $\Delta t \approx 9^0\text{C}$.

Bài 4. Một con lắc dao động với biên độ nhỏ có chu kỳ T_0 tại nơi có $g = 10\text{m/s}^2$. Treo con lắc ở trần một chiếc xe rồi cho xe chuyển động nhanh dần đều trên một mặt đường nằm ngang thì dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc nhỏ $\alpha_0 = 9^0$.

a. Hãy giải thích hiện tượng và tìm gia tốc a của xe.

b. Cho con lắc dao động với biên độ nhỏ, tính chu kỳ T của con lắc theo T_0 .

Đ/s: a) $a = 1,57\text{m/s}^2$; b) $T = T_0.\sqrt{\cos\alpha}$.

Bài 5. Một con lắc đơn có chu kỳ dao động nhỏ là $T = 1,5\text{s}$ tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,80\text{m/s}^2$. Treo con lắc trong một thang máy. Hãy tính chu kỳ của con lắc trong các trường hợp sau:

a. Thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc $a = 1\text{m/s}^2$.

b. Thang máy đi lên chậm dần đều với gia tốc $a = 1\text{m/s}^2$.

c. Thang máy chuyển động thẳng đều.

Đ/s: a) $1,43\text{s}$; b) $1,58\text{s}$; c) $1,5\text{s}$.

Bài 6. Một con lắc toán học có chiều dài $17,32\text{cm}$ thực hiện dao động điều hoà trên một ôtô chuyển động trên một mặt phẳng nghiêng một góc $\beta = 30^0$. Xác định VTCB tương đối của con lắc. Tìm chu kỳ dao động của con lắc trong hai trường hợp:

a) Ôtô chuyển động xuống dốc với gia tốc $a = 5\text{m/s}^2$.

b) Ôtô chuyển động lên dốc với gia tốc $a = 2\text{m/s}^2$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$, $\pi^2 = 10$.

DẠNG 6

TÌM THỜI GIAN NHANH HAY CHẬM CỦA CON LẮC ĐỒNG HỒ TRONG THỜI GIAN t

1. Phương pháp

- Viết biểu thức tính chu kỳ của con lắc đồng hồ khi nó chạy đúng: T_1 .

- Viết biểu thức tính chu kỳ của con lắc đồng hồ khi nó chạy sai: T_2 .

- Lập tỉ số: $\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow$ áp dụng công thức gần đúng: $\frac{T_2}{T_1} \approx m \Rightarrow T_2 = m.T_1$.

- Tính $\Delta T = T_2 - T_1$: + Nếu $\Delta T > 0 \Leftrightarrow T_2 > T_1 \Rightarrow$ Đồng hồ chạy chậm.

+ Nếu $\Delta T < 0 \Leftrightarrow T_2 < T_1 \Rightarrow$ Đồng hồ chạy nhanh.

\Rightarrow Mỗi chu kỳ đồng hồ chạy nhanh hay chậm một lượng $|\Delta T|$.

Trong thời gian t đồng hồ chạy đúng thực hiện số dao động: $n = \frac{t}{T_1}$.

Vậy thời gian nhanh hay chậm của đồng hồ là: $\theta = n \cdot |\Delta T| = |\Delta T| \cdot \frac{t}{T_1}$.

2. Bài Tập

Bài 1. (Bài 78/540 Bài tập Vật lí) Một con lắc đồng hồ, dây treo có hệ số nở dài là $\lambda = 2.10^{-5}(K^{-1})$. Bán kính của Trái đất là 6400km.

a) Khi đưa xuống giếng mỏ, đồng hồ chạy nhanh hay chậm? Tại sao ?

b) Biết giếng sâu 800m và thật ra đồng hồ vẫn chạy đúng. Giải thích và tính sự chênh lệch nhiệt độ giữa giếng và mặt đất.

Đ/s: a) chạy chậm do chu kỳ tăng; b) $\Delta t = -6,25^{\circ}C$.

Bài 2. (Bài 76/540 Bài tập Vật lí) Một con lắc đồng hồ gồm một quả cầu bằng sắt và một sợi dây kim loại mảnh có hệ số nở dài $\lambda = 2.10^{-5}(K^{-1})$. Đồng hồ chạy đúng ở $20^{\circ}C$ với chu kỳ $T = 2s$.

a) Khi giảm nhiệt độ xuống đến $0^{\circ}C$ đồng hồ chạy nhanh hay chậm sau một ngày đêm?

b) Vẫn giữ nhiệt độ ở $0^{\circ}C$, người ta dùng nam châm để tạo lực hút thẳng đứng. Phải đặt nam châm như thế nào, độ lớn bao nhiêu để đồng hồ chạy đúng trở lại. Cho khối lượng quả cầu là $m = 50g$, lấy $g = 10m/s^2$.

Đ/s: a) $T = 8,64s$; b) 10^4N .

Bài 3. (Bài 77/540 Bài tập Vật lí) Một con lắc đồng hồ có hệ số nở dài của dây treo $\lambda = 2.10^{-5}(K^{-1})$.

Vật nặng có khối lượng riêng $D = 8400kg/m^3$. Đồng hồ chạy đúng ở $20^{\circ}C$ khi dao động trong không khí.

a) Tại nơi đó, vẫn ở 20° nếu đặt trong chân không thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm mỗi ngày bao nhiêu giây?

b) Phải tăng hay giảm nhiệt độ? Đến giá trị nào? Để trong chân không đồng hồ vẫn chạy đúng trở lại. Cho khối lượng riêng của không khí $D_0 = 1,3kg/m^3$ và chỉ tính đến đây Ac-si-mét.

Đ/s: a) $T = 6,68s$; b) $t = 27,73^{\circ}C$.

Bài 4. (Bài 67/540 Bài tập Vật lí) Một con lắc đồng hồ chạy đúng ở $20^{\circ}C$ tại nơi có gia tốc trọng trường bằng $10m/s^2$. Biết dây treo có hệ số nở dài $\lambda = 4.10^{-5}(K^{-1})$, vật nặng tích điện $q = 10^{-6}C$.

a) Nếu con lắc đặt trong điện trường đều có cường độ $E = 50V/m$ thẳng đứng hướng xuống dưới thì sau 1 ngày đêm đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu? Biết vật có khối lượng $m = 100g$.

b) Để đồng hồ chạy đúng trở lại cần phải tăng hay giảm nhiệt độ là bao nhiêu?

Đ/s: a) $4,32s$; b) $21,25^{\circ}C$.

Bài 5. Tại một nơi ngang bằng với mực nước biển, ở nhiệt độ $10^{\circ}C$, một đồng hồ quả lắc trong một ngày đêm chạy nhanh 6,48s. Coi con lắc đồng hồ như con lắc đơn. Thanh treo con lắc có hệ số nở dài

$\lambda = 4.10^{-5}(K^{-1})$.

a) Tại vị trí nói trên, ở nhiệt độ nào thì đồng hồ chạy đúng giờ?

b) Đưa đồng hồ lên đỉnh núi, tại đó nhiệt độ là $6^{\circ}C$, ta thấy đồng hồ chạy đúng giờ. Giải thích hiện tượng và tính độ cao của đỉnh núi so với mực nước biển. Coi Trái đất là hình cầu, có bán kính $R = 6400km$.

Phần III. ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Phương trình động học của vật rắn.

- Tốc độ góc: + Tốc độ góc trung bình: $\omega_{tb} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$.

+ Tốc độ góc tức thời: $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \Leftrightarrow \omega = \varphi'(t)$.

- Gia tốc góc: + Gia tốc góc trung bình: $\gamma_{tb} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$.

+ Gia tốc góc tức thời: $\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \Leftrightarrow \gamma = \omega'(t) = \varphi''(t)$.

- Phương trình động học của chuyển động quay:

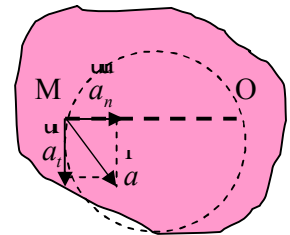
$$\varphi = \varphi_0 + \omega t; \omega = \omega_0 + \gamma t; \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2; \omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma(\varphi - \varphi_0)$$

- Vận tốc và gia tốc của các điểm trên quỹ đạo: + $v = \omega.r$

$$+ a_{ht} = \frac{v^2}{r} = \omega^2.r = a_n.$$

Chú ý: Nếu vật rắn quay không đều thì $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$ trong đó $\vec{a}_n \perp \vec{v}$ đặc trưng sự thay đổi về hướng của \vec{v} ; \vec{a}_t đặc trưng sự thay đổi về độ lớn của \vec{v} .

$$a_t = \frac{dv}{dt} = v' = (\omega.r)' = r.\gamma; a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}; \tan \alpha = \frac{a_t}{a_n} = \frac{\gamma}{\omega^2}.$$



2. Phương trình động lực học của vật rắn.

Mối liên hệ giữa gia tốc góc và mômen lực:

$$+ M = (m.r^2).\gamma.$$

+ Mômen của lực đối với một trục quay: $M = F.d$ (d là khoảng cách từ trục quay đến giá của lực, gọi là cánh tay đòn).

- Tổng quát: $M = \sum_i M_i = (\sum_i m_i.r_i^2).\gamma$

- Mômen quán tính:

$$+ \text{Tổng quát } I = \sum_i m_i.r_i^2$$

+ Các trường hợp đặc biệt:

*) Thanh có tiết diện nhỏ so với chiều dài: $I = \frac{1}{12}.m.l^2$. (Hình a)

*) Vòng tròn có bán kính R: $I = m.R^2$. (Hình b)

*) Đĩa tròn mỏng bán kính R: $I = \frac{1}{2}.m.R^2$. (Hình c)

*) Khối cầu đặc: $I = \frac{2}{5}.m.R^2$. (Hình d)

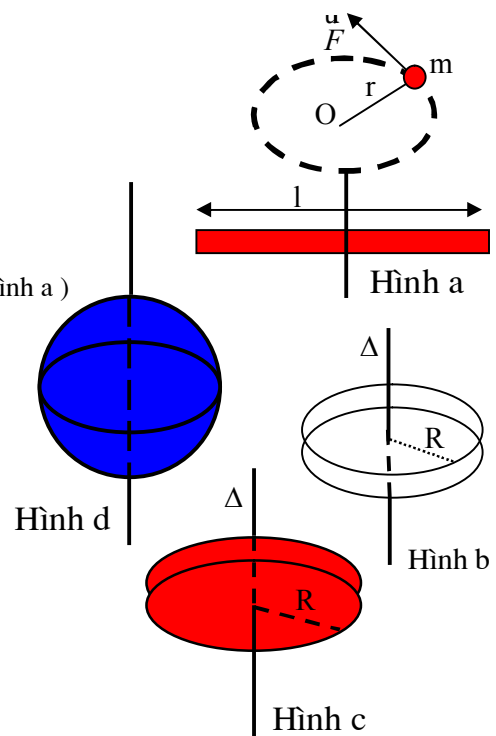
- Phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định: $M = I.\gamma$.

4. Mômen động lượng.

Định luật bảo toàn mômen động lượng.

*) Mômen động lượng:

- Dạng khác của phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định.



Ta có: $M = I \cdot \gamma \Leftrightarrow M = I \cdot \frac{d\omega}{dt}$; $I = \text{Const}$, ta có: $M = \frac{d(I \cdot \omega)}{dt}$.

Đặt $L = I \cdot \omega \Rightarrow M = \frac{dL}{dt}$ (1). Phương trình đúng cho cả trường hợp mômen quán tính của vật hay hệ vật thay đổi.

- **Mômen động lượng:** Đại lượng $L = I \cdot \omega$ gọi là mômen động lượng của vật rắn quay quanh một trục cố định. Đơn vị: $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

*) Định luật bảo toàn mômen động lượng:

$$M = \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = \text{Const}$$

- Nếu $I = \text{Const}$ thì vật không quay hoặc quay đều quanh trục đang xét.

- Nếu I thay đổi thì $I \cdot \omega = \text{Const} \Leftrightarrow L_1 = L_2 \Leftrightarrow I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$

5. Động năng của vật rắn quay quanh một trục cố định.

- Biểu thức động năng của vật rắn quay quanh một trục cố định: $W_d = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$

- Định lý biến thiên động năng: $\Delta W_d = W_{d2} - W_{d1} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_2^2 - \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_1^2 = A_{F_{\text{ext}}}$

II. BÀI TẬP.

Đang 1. TÌM CÁC ĐẠI LƯỢNG TRONG CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

1. Phương pháp.

- Tốc độ góc: + Tốc độ góc trung bình: $\omega_{tb} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$.

+ Tốc độ góc tức thời: $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \Leftrightarrow \omega = \varphi'(t)$.

- Gia tốc góc: + Gia tốc góc trung bình: $\gamma_{tb} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$.

+ Gia tốc góc tức thời: $\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \Leftrightarrow \gamma = \omega'(t) = \varphi''(t)$.

- Phương trình động học của chuyển động quay:

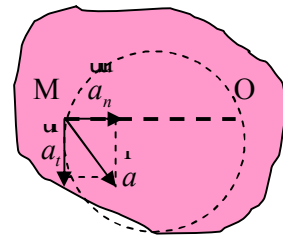
$$\varphi = \varphi_0 + \omega t; \omega = \omega_0 + \gamma t; \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2; \omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma(\varphi - \varphi_0)$$

- Vận tốc và gia tốc của các điểm trên quỹ đạo: $v = \omega r$

$$+ a_{ht} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r = a_n$$

Chú ý: Nếu vật rắn quay không đều thì $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$ trong đó $\vec{a}_n \perp \vec{v}$ đặc trưng sự thay đổi về hướng của \vec{v} ; \vec{a}_t đặc trưng sự thay đổi về độ lớn của \vec{v} .

$$a_t = \frac{dv}{dt} = v' = (\omega r)' = r \cdot \gamma; a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}; \tan \alpha = \frac{a_t}{a_n} = \frac{\gamma}{\omega^2}$$



II. Bài Tập.

Bài 1. Một cánh quạt dài 30cm, quay với tốc độ góc không đổi là $\omega = 95 \text{ rad/s}$. Tốc độ dài tại một điểm ở vành cánh quạt bằng:

- A. 2850 m/s. B. 28,5 m/s. C. 316,7 m/s. D. 31,67 m/s.

Bài 2. Một điểm ở trên vật rắn cách trục quay một khoảng R. khi vật rắn quay đều quanh trục, điểm đó có tốc độ dài v. Tốc độ của vật rắn là:

A. $\omega = \frac{v}{R}$. B. $\omega = \frac{v^2}{R}$. C. $\omega = v.R$. D. $\omega = \frac{R}{v}$.

Bài 3. Bánh đà của một động cơ từ lúc khởi động đến lúc đạt tốc độ góc 140 rad/s phải mất 2s. Biết động cơ quay nhanh dần đều. Góc quay của bánh đà trong thời gian trên là:

A. 140 rad. B. 70 rad. C. 35 rad. D. 35π rad.

Bài 4. Một bánh xe quay nhanh dần đều quanh trục. Lúc $t = 0$ bánh xe có tốc độ góc 5 rad/s. Sau 5 s tốc độ góc của nó tăng lên đến 7 rad/s. Gia tốc góc của bánh xe là:

A. 0,2 rad/s². B. 0,4 rad/s². C. 2,4 rad/s². D. 0,8 rad/s².

Bài 5. Rôto của một động cơ quay đều, cứ mỗi phút quay được 3000 vòng. Trong 20s, rôto quay được một góc bằng bao nhiêu? Đ/s: 6280 rad.

Bài 6. Một cánh quạt của máy phát điện chạy bằng sức gió có đường kính 8 m, quay đều với tốc độ 45 vòng/phút. Tính tốc độ dài tại một điểm nằm ở vành của cánh quạt.

Đ/s: 188,4 m/s.

Bài 7. Tại thời điểm $t = 0$, một bánh xe đạp bắt đầu quay quanh một trục với gia tốc góc không đổi. Sau 5 s nó quay được một góc bằng 25 rad. Tính tốc độ góc và gia tốc góc của bánh xe tại thời điểm $t = 5$ s.

Đ/s: 10 rad/s; 2 rad/s².

ĐANG 2. **PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC CỦA VẬT RẮN QUAY QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH**

1. Phương pháp.

- Mômen của lực đối với một trục quay: $M = F.d$ (d là khoảng cách từ trục quay đến giá của lực, gọi là cánh tay đòn).

- Mối liên hệ giữa gia tốc góc và mômen lực:

+ $M = (m.r^2).\gamma$.

+ Tổng quát: $M = \sum_i M_i = (\sum_i m_i.r_i^2).\gamma$

- Mômen quán tính:

+ Tổng quát $I = \sum_i m_i.r_i^2$

+ Các trường hợp đặc biệt:

*) Thanh có tiết diện nhỏ so với chiều dài: $I = \frac{1}{12}.m.l^2$. (Hình a)

*) Vành tròn có bán kính R: $I = m.R^2$. (Hình b)

*) Đĩa tròn mỏng bán kính R: $I = \frac{1}{2}.m.R^2$. (Hình c)

*) Khối cầu đặc: $I = \frac{2}{5}.m.R^2$. (Hình d)

- Phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định: $M = I.\gamma$.

2. Bài Tập.

Bài 1. Một cậu bé đẩy một chiếc đu quay có đường kính 4 m với một lực 60 N đặt tại vành của chiếc đu theo phương tiếp tuyến. Mômen lực tác dụng vào đu quay có giá trị:

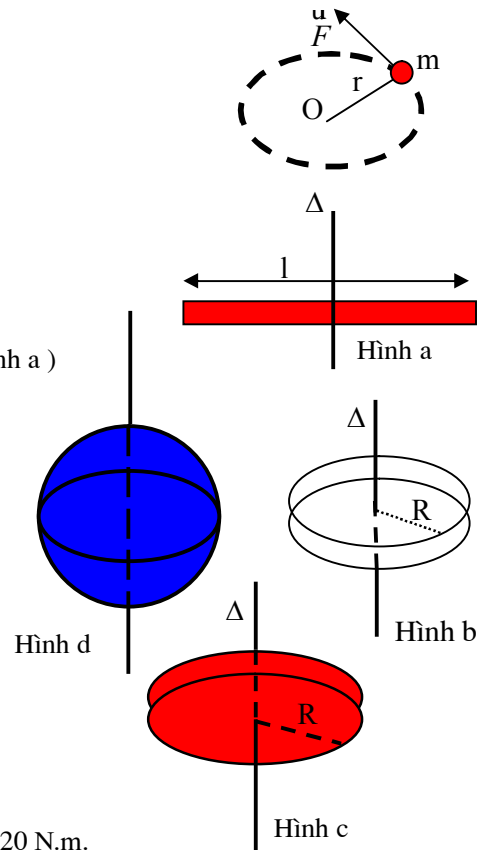
A. 30 N.m. B. 15 N.m. C. 240 N.m. D. 120 N.m.

Bài 2. Hai chất điểm có khối lượng 1kg và 2kg được gắn ở hai đầu của một thanh nhẹ có chiều dài 1m. Mômen quán tính của hệ đối với trục quay đi qua trung điểm của thanh và vuông góc với thanh có giá trị:

A. 1,5 kg.m² B. 0,75 kg.m² C. 0,5 kg.m² D. 1.75 kg.m².

Bài 3. Một đĩa tròn đồng chất có bán kính R = 50cm, khối lượng m = 1kg. Tính mômen quán tính của đĩa đối với trục vuông góc với mặt đĩa tại tâm O của đĩa.

Đ/s: 0,125 kg.m².



Bài 4. Một ròng rọc có bán kính 20 cm, có mômen quán tính $0,04 \text{ kg.m}^2$ đối với trục của nó. Ròng rọc chịu tác dụng bởi một lực không đổi $1,2 \text{ N}$ tiếp tuyến với vành. Lúc đầu ròng rọc đứng yên. Tính tốc độ góc của ròng rọc sau khi quay được 5 s. Bỏ qua mọi lực cản.

Đ/s: 30 rad/s.

Bài 5. Một bánh xe có mômen quán tính đối với trục quay cố định là 6 kg.m^2 , đang đứng yên thì chịu tác dụng của một mômen lực 30 N.m đối với trục quay. Bỏ qua mọi lực cản. Sau bao lâu, kể từ khi bắt đầu quay, bánh xe đạt tới tốc độ góc 100 rad/s ?

Đ/s: 20 s.

ĐAMQ 3.

MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG

1. Phương pháp.

*) Mômen động lượng:

- *Dạng khác của phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định.*

$$\text{Ta có: } M = I \cdot \gamma \Leftrightarrow M = I \cdot \frac{d\omega}{dt}; I = \text{Const, ta có: } M = \frac{d(I \cdot \omega)}{dt}.$$

Đặt $L = I \cdot \omega \Rightarrow M = \frac{dL}{dt}$ (1). Phương trình đúng cho cả trường hợp mômen quán tính của vật hay hệ vật thay đổi.

- *Mômen động lượng:* Đại lượng $L = I \cdot \omega$ gọi là mômen động lượng của vật rắn quay quanh một trục cố định. Đơn vị: $\text{kg.m}^2/\text{s}$.

*) Định luật bảo toàn mômen động lượng:

$$M = \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = \text{Const}$$

- Nếu $I = \text{Const}$ thì vật không quay hoặc quay đều quanh trục đang xét.

- Nếu I thay đổi thì $I \cdot \omega = \text{Const} \Leftrightarrow L_1 = L_2 \Leftrightarrow I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$

2. Bài Tập.

Bài 1. Một vật có mômen quán tính $0,72 \text{ kg.m}^2$ quay đều 10 vòng trong 1,8 s. Mômen động lượng của vật có độ lớn bằng:

A. $4 \text{ kg.m}^2/\text{s}$.

B. $8 \text{ kg.m}^2/\text{s}$.

C. $13 \text{ kg.m}^2/\text{s}$.

D. $25 \text{ kg.m}^2/\text{s}$.

Bài 2. Hai đĩa tròn có mômen quán tính lần lượt I_1 và I_2 đang quay đồng trục và cùng chiều với tốc độ góc ω_1 và ω_2 . Ma sát ở trục quay nhỏ không đáng kể. Sau đó cho hai đĩa dính vào nhau, hệ hai đĩa quay với tốc độ góc ω có độ lớn được xác định bằng công thức:

A. $\omega = \frac{I_1 + I_2}{I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \cdot \omega_2}$.

B. $\omega = \frac{I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \cdot \omega_2}{I_1 + I_2}$.

C. $\omega = \frac{I_1 \cdot \omega_2 + I_2 \cdot \omega_1}{I_1 + I_2}$.

D. $\omega = \frac{I_1 \cdot \omega_1 - I_2 \cdot \omega_2}{I_1 + I_2}$.

Bài 3. Một người đứng trên một chiếc ghế đang quay, hai tay cầm hai quả tạ. Khi người ấy dang tay theo phương ngang, ghế và người quay với tốc độ góc ω . Ma sát ở trục quay nhỏ không đáng kể. Sau đó, người ấy co tay lại kéo hai quả tạ vào gần sát vai. Tốc độ góc mới của hệ "người + ghế" sẽ:

A. tăng lên.

B. giảm đi.

C. lúc đầu tăng, sau đó giảm dần đến 0.

D. lúc đầu giảm, sau đó bằng 0.

Bài 4. Một đĩa tròn đồng chất có bán kính $R = 50 \text{ cm}$, khối lượng $m = 1 \text{ kg}$ quay đều với tốc độ góc $\omega = 6 \text{ rad/s}$ quanh một trục thẳng đứng đi qua tâm của đĩa. Tính mômen động lượng của đĩa đối với trục quay đó.

Đ/s: $0,75 \text{ kg.m}^2/\text{s}$.

DẠNG 4. ĐỘNG NĂNG CỦA VẬT RẮN QUAY QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

1. Phương pháp.

- Biểu thức động năng của vật rắn quay quanh một trục cố định: $W_d = \frac{1}{2} . I . \omega^2$

- Định lý biến thiên động năng: $\Delta W_d = W_{d2} - W_{d1} = \frac{1}{2} . I . \omega_2^2 - \frac{1}{2} . I . \omega_1^2 = A_{F_{nl}}$

2. Bài Tập.

Bài 1. Một bánh đà có mômen quán tính 2,5 kg.m², quay với tốc độ góc 8900rad/s. Động năng quay của bánh đà là:

- A. 9,1.10⁸ J. B. 11125 J. C. 9,9.10⁷ J. D. 22250 J.

Bài 2. Một đĩa tròn có mômen quán tính là I, đang quay quanh một trục cố định với tốc độ góc ω_0 . Ma sát ở trục nhỏ không đáng kể. Nếu tốc độ góc của đĩa giảm đi hai lần thì mômen động lượng và động năng quay của đĩa đối với trục quay thay đổi như thế nào?

- A. Mômen động lượng tăng 4 lần, động năng quay tăng 2 lần.
B. Mômen động lượng giảm 4 lần, động năng quay tăng 4 lần.
C. Mômen động lượng tăng 2 lần, động năng quay giảm 2 lần.
D. Mômen động lượng giảm 2 lần, động năng quay giảm 4 lần.

Bài 3. Hai đĩa tròn có cùng mômen quán tính đối với cùng một trục quay đi qua tâm của các đĩa. Lúc đầu, đĩa 2(ở phía trên) đang đứng yên, đĩa 1 quay với tốc độ góc ω_0 . Ma sát ở trục quay nhỏ không đáng kể. Sau đó, cho hai đĩa dính vào nhau, hệ quay với tốc độ góc ω . Động năng của hệ hai đĩa lúc sau so với lúc đầu là:

- A. tăng 3 lần. B. giảm 4 lần. C. tăng 9 lần. D. giảm 2 lần.

Bài 4. Hai bánh xe A và B có cùng động năng quay, tốc độ góc $\omega_A = 3 . \omega_B$. Tỉ số mômen quán tính $\frac{I_B}{I_A}$

đối với trục quay đi qua tâm của A và B có giá trị nào sau đây?

- A. 3. B. 9. C. 6. D. 1.

Bài 5. Một đĩa tròn đồng chất có bán kính R = 50cm, khối lượng 1kg quay đều với tốc độ góc $\omega = 6rad / s$ quanh một trục vuông góc với đĩa và đi qua tâm của đĩa. Tính động năng của đĩa.

Đ/s: 2,25 J.

Bài 6. Một ròng rọc có mômen quán tính đối với trục quay cố định là 10 kg.m², quay đều với tốc độ 60 vòng/phút. Tính động năng quay của ròng rọc.

Đ/s: 197 J.

Bài 7. Một bánh đà quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ sau 5s thì tốc độ góc 200 rad/s và có động năng quay là 60 kJ. Tính gia tốc góc và mômen quán tính của bánh đà đối với trục quay.

Đ/s: 40 rad/s²; 3kg.m².

BÀI TẬP MỞ RỘNG

Đề cao đẳng 2007

Bài 1. Một vật rắn có mômen quán tính đối với một trục quay Δ cố định xuyên qua vật là 5.10⁻³ kg.m². Vật quay đều quanh trục quay Δ với vận tốc góc 600 vòng/phút

. Lấy $\pi^2 = 10$, động năng quay của vật là:

- A. 20 J. B. 10 J. C. 0,5 J. D. 2,5 J.

Bài 2. Thanh AB đồng chất, tiết diện đều có chiều dài 60 cm, khối lượng m. Vật nhỏ có khối lượng 2m được gắn ở đầu A của thanh. Trọng tâm của hệ cách đầu B của thanh một khoảng là:

- A. 50 cm. B. 20 cm. C. 10 cm. D. 15 cm.

Bài 3. Hệ cơ học gồm thanh AB có chiều dài l, khối lượng không đáng kể, đầu A của thanh được gắn vào chất điểm có khối lượng m và đầu B của thanh được gắn vào chất điểm có khối lượng 3m. Mômen quán tính của hệ đối với trục quay vuông góc với AB và đi qua trung điểm của thanh là:

- A. ml². B. 3ml². C. 4ml². D. 2ml².

Bài 4. Một thanh OA đồng chất, tiết diện đều, có khối lượng 1kg. Thanh có thể quay quanh một trục cố định theo phương đi qua đầu O và vuông góc với thanh. Đầu A của thanh được treo bằng một sợi dây có khối lượng không đáng kể. Bỏ qua mọi ma sát, lấy g = 10 m/s². Khi thanh ở trạng thái cân bằng theo phương ngang thì dây treo thẳng đứng, vậy lực căng của dây là:

- A. 1 N. B. 10 N. C. 20 N. D. 5 N.

Bài 5. Tại thời điểm $t = 0$, một vật rắn bắt đầu quay quanh một trục cố định xuyên qua vật với gia tốc góc không đổi. Sau 5 s nó quay được một góc 25 rad. Vận tốc góc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ s là:

- A. 5 rad/s. B. 15 rad/s. C. 10 rad/s. D. 25 rad/s.

Bài 6. Ban đầu một vận động viên trượt băng nghệ thuật hai tay dang rộng đang thực hiện động tác quay quanh trục thẳng đứng đi qua trọng tâm của người đó. Bỏ qua ma sát ảnh hưởng đến sự quay. Sau đó vận động viên khép tay lại thì chuyển động quay sẽ:

- A. quay chậm lại. B. quay nhanh hơn. C. dừng lại ngay. D. không thay đổi.

Bài 7. Tác dụng của một ngẫu lực lên thanh MN đặt trên sàn nằm ngang. Thanh MN không có trục quay cố định. Bỏ qua ma sát giữa thanh và sàn. Nếu mặt phẳng chứa ngẫu lực (mặt phẳng ngẫu lực) song song với sàn thì thanh sẽ quay quanh trục đi qua:

- A. đầu M và vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực.
 B. đầu N và vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực.
 C. trọng tâm của thanh và vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực.
 D. điểm bất kì trên thanh và vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực.

Đề Đại học 2007

Bài 1. Một vật rắn đang quay chậm dần đều quanh một trục cố định xuyên qua vật thì:

- A. gia tốc góc luôn có giá trị âm. B. tích vận tốc góc và gia tốc góc là số âm.
 C. vận tốc góc luôn có giá trị âm. D. tích vận tốc góc và gia tốc góc là số dương.

Bài 2. Một vật rắn đang quay quanh một trục cố định xuyên qua vật. Các điểm trên vật rắn (không thuộc trục quay)

- A. ở cùng một thời điểm, không cùng gia tốc góc.
 B. quay được những góc không bằng nhau trong cùng một khoảng thời gian.
 C. ở cùng một thời điểm, có cùng vận tốc góc.
 D. ở cùng một thời điểm, có cùng vận tốc dài.

Bài 3. Phát biểu nào sau đây là **sai** khi nói về mômen quán tính của một vật rắn đối với một trục quay xác định?

- A. Mômen quán tính của một vật rắn có thể dương, có thể âm tùy thuộc vào chiều quay của vật.
 B. Mômen quán tính của một vật rắn phụ thuộc vào vị trí trục quay.
 C. Mômen quán tính của một vật rắn đặc trưng cho mức quán tính của vật trong chuyển động quay.
 D. Mômen quán tính của một vật rắn luôn luôn dương.

Bài 4. Một bánh xe có mômen quán tính đối với trục quay Δ cố định là 6 kg.m^2 đang đứng yên thì chịu tác dụng của một mômen lực 30 N.m đối với trục quay Δ . Bỏ qua mọi lực cản. Sau bao lâu, kể từ khi bắt đầu quay, bánh xe đạt tới vận tốc góc có độ lớn 100 rad/s ?

- A. 15 s. B. 12 s. C. 30 s. D. 20 s.

Bài 5. Một con lắc vật lý là một thanh mảnh, hình trụ, đồng chất, khối lượng m , chiều dài l , dao động điều hoà (trong mặt phẳng thẳng đứng) quanh một trục cố định nằm ngang đi qua một đầu thanh. Biết

mômen quán tính của thanh đối với trục quay đã cho là $I = \frac{1}{3} . m . l^2$. Tại nơi có gia tốc trọng trường là g ,

dao động của con lắc có tần số là:

- A. $\omega = \sqrt{\frac{2g}{3l}}$. B. $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. C. $\omega = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$. D. $\omega = \sqrt{\frac{g}{3l}}$.

Bài 6. Có 3 quả cầu nhỏ đồng chất khối lượng m_1, m_2 và m_3 được gắn theo thứ tự tại các điểm A, B, C trên một thanh AC hình trụ mảnh, cứng, có khối lượng không đáng kể, sao cho thanh xuyên qua tâm của các quả cầu. Biết $m_1 = 2m_2 = 2M$ và $AB = BC$. Để khối tâm của hệ nằm tại trung điểm của AB thì khối lượng m_3 phải bằng:

- A. $\frac{2M}{3}$. B. $\frac{M}{3}$. C. M . D. $2M$.

Bài 7. Một người đang đứng ở mép của một sàn hình tròn, nằm ngang. Sàn có thể quay trong mặt phẳng nằm ngang quanh một trục cố định, thẳng đứng, đi qua tâm sàn. Bỏ qua các lực cản. Lúc đầu sàn và người đứng yên. Nếu người ấy chạy quanh mép theo một chiều thì sàn:

- A. quay cùng chiều chuyển động của người rồi sau đó quay ngược lại.
 B. quay cùng chiều chuyển động của người.
 C. quay ngược chiều chuyển động của người.
 D. Vẫn đứng yên vì khối lượng của sàn lớn hơn khối lượng của người.

Phần IV.

SÓNG CƠ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Phương trình sóng.

- Giả sử dao động của phần tử O của sóng là điều hoà, ta có phương trình sóng tại O:

$$u = A \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t$$



Trong đó $\omega = \frac{2\pi}{T}$ là tần số góc của sóng; T là chu kì sóng (là chu kì của các phần tử của môi trường dao động).

- Sóng từ O truyền đến một điểm M bất kì nằm trên phương truyền sóng, cùng chiều với chiều dương trục Ox, cách O một đoạn x là có dạng:

$$u_M(t) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

trong đó λ : là bước sóng (là quãng đường mà sóng truyền đi được trong một chu kì hay là khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất trên phương truyền sóng mà dao động tại đó cùng pha)

- Đặc biệt nếu dao động ở nguồn O có dạng: $u = A \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0 \right) \Rightarrow u_M(t) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$

- Sóng từ O truyền đến một điểm N bất kì nằm trên phương truyền sóng, ngược chiều với chiều dương trục Ox, cách O một đoạn x là có dạng:

$$u_N(t) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

2. Giao thoa sóng.

a. Phương trình giao thoa sóng.

- Xét điểm M nằm trên phương truyền sóng, $S_1M = d_1$, $S_2M = d_2$. Các nguồn S_1, S_2 dao động cùng tần số, cùng pha, có theo phương trình

$$u_1 = u_2 = A \cdot \cos(\omega t) = A \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

+ Sóng tại M do S_1 truyền đến có dạng: $u_{1M} = A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right)$

+ Sóng tại M do S_2 truyền đến có dạng: $u_{2M} = A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right)$

\Rightarrow Dao động tại M là tổng hợp hai dao động từ S_1, S_2 truyền đến : $u_M = u_{1M} + u_{2M} \Leftrightarrow$

$$u_M = 2A \cdot \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \cdot \cos \left(\omega t - \pi \cdot \frac{d_2 + d_1}{\lambda} \right) \quad (*)$$

Trong đó: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \cdot \left(\frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (d_2 - d_1)$ gọi là độ lệch pha của hai dao động.

Vậy ta có: $u_M = 2A \cdot \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \cdot \cos \left(\omega t - \pi \cdot \frac{d_2 + d_1}{\lambda} \right) = 2A \cdot \cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \cdot \cos \left(\omega t - \pi \cdot \frac{d_2 + d_1}{\lambda} \right)$.

Đặt $A_M = 2A \cdot \left| \cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right|$: biên độ dao động tại M $\Rightarrow u_M = A_M \cdot \cos \left(\omega t - \pi \cdot \frac{d_2 + d_1}{\lambda} \right)$.

- Nếu $\Delta\varphi = 2\pi k$ (Hai dao động cùng pha) $\Rightarrow A_M$ đạt giá trị Max. Ta có: $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (d_2 - d_1) = 2k\pi$.

$$\boxed{d_2 - d_1 = k \cdot \lambda} \quad \text{với } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

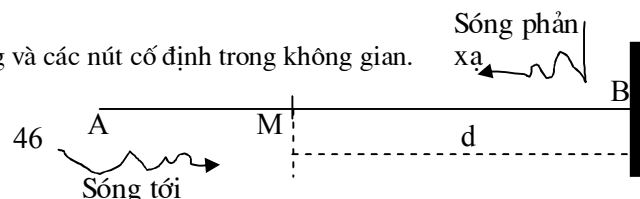
- Nếu $\Delta\varphi = (2k + 1) \cdot \pi$ (Hai dao động ngược pha) $\Rightarrow A_M$ đạt giá trị Min. Ta có $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (d_2 - d_1) = (2k + 1) \cdot \pi$

$$\boxed{d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2} \right) \cdot \lambda = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}} \quad \text{với } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

b. Điều kiện để có hiện tượng giao thoa. □ Hai sóng xuất phát từ hai nguồn dao động có cùng tần số, cùng phương và có độ lệch pha không đổi”.

3. Sóng dừng.

a. Định nghĩa: Sóng dừng là sóng có các bụng và các nút cố định trong không gian.



b. Sự tạo thành sóng dừng trên dây:

- Giả sử ở thời điểm t, sóng tới truyền đến B và truyền đến đó một dao động có phương trình là:

$$u_B = A \cos(2\pi f.t)$$

- Chọn gốc tọa độ O tại B, chiều dương trục Ox là chiều từ B đến M. Sóng tới truyền đến từ M đến B, biết M cách B một đoạn d có phương trình:

$$u_M = A \cos\left(2\pi f.t + \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

- Sóng phản xạ tại B có li độ ngược chiều với sóng tới. Do đó sóng phản xạ tại B có phương trình là:

$$u'_B = -A \cos(2\pi f.t) = A \cos(2\pi f.t - \pi)$$

- Sóng phản xạ truyền từ B đến M, tại M có phương trình là: $u'_M = A \cos\left(2\pi f.t - \pi - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$.

- Dao động tại M là tổng hợp hai dao động do sóng tới và sóng phản xạ truyền đến, ta có:

$$u = u_M + u'_M = A \cos\left(2\pi f.t + \frac{2\pi d}{\lambda}\right) + A \cos\left(2\pi f.t - \frac{2\pi d}{\lambda} - \pi\right) = 2A \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(2\pi f.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{Đặt } a = \left| 2A \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \right| \Rightarrow u = a \cos\left(2\pi f.t - \frac{\pi}{2}\right).$$

+ Nếu $d = k \cdot \frac{\lambda}{2}$ thì a đạt Min, $a_{\text{Min}} = 0 \Rightarrow M$ là nút.

+ Nếu $d = \left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}$ thì a đạt Max, $a_{\text{Max}} = 2A \Rightarrow M$ là bụng.

c. Điều kiện để có sóng dừng.

* **Vật cản cố định** (sợi dây có hai đầu cố định và một đầu dao động với biên độ nhỏ):

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (\text{với } n = 1, 2, 3, \dots)$$

* **Vật cản tự do** (sợi dây có một đầu cố định, một đầu tự do):

$$l = m \cdot \frac{\lambda}{4} = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad (\text{với } m = 1, 3, 5, 7, \dots; m = 2n + 1)$$

Trong đó l là chiều dài của dây, λ là bước sóng, n là số bụng quan sát được.

II. BÀI TẬP.

ĐẶNG 1.

CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG CỦA SÓNG CƠ

1. Phương pháp.

- Muốn tính các đại lượng như chu kỳ, tần số, bước sóng, vận tốc truyền sóng,... Ta sử dụng các công thức sau:

$$T = \frac{1}{f}; \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \lambda = v.T = \frac{v}{f}$$

- **Chú ý:** + Khi sóng lan truyền trong môi trường thì khoảng cách giữa hai đỉnh sóng bằng một bước sóng. + Nếu trong khoảng thời gian t, số lần nhô lên của vật nổi trên mặt nước khi có sóng lan truyền hay số ngọn sóng đi qua mặt người quan sát là n thì số chu kỳ dao động của sóng trong khoảng thời gian đó là ($n \square 1$).

+ Khoảng cách giữa n đỉnh sóng là ($n - 1$). λ .

2. Bài Tập.

Bài 1. Một người quan sát một chiếc phao nổi trên mặt nước biển thấy nó nhô lên 6 lần trong 15 giây. Coi sóng biển là sóng ngang.

- Tính chu kỳ của sóng biển.
- Vận tốc truyền sóng là 3m/s. Tìm bước sóng.

Đ/s: a) $T = 3s$; b) $\lambda = 9m$.

Bài 2. Một người quan sát mặt biển thấy có 5 ngọn sóng đi qua trước mặt mình trong khoảng thời gian 10 giây và đo được khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp bằng 5m. Coi sóng biển là sóng ngang.

- Tìm chu kỳ của sóng biển.
- Tìm vận tốc của sóng biển.

Đ/s: a) $T = 2,5s$; b) $v = 2m/s$.

Bài 3. Một người ngồi ở biển nhận thấy rằng khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp là 10m. Ngoài ra người đó còn đếm được 20 ngọn sóng đi qua trước mặt mình trong thời gian 76 giây. Hãy xác định vận tốc truyền sóng của sóng biển.

Đ/s: $T = 4s$; $v = 2,5m/s$.

Bài 4. Cho biết sóng lan truyền dọc theo một đường thẳng. Một điểm cách xa tâm dao động bằng $1/3$ bước sóng ở thời điểm bằng $1/2$ chu kì thì có độ dịch chuyển bằng 5cm. Xác định biên độ của dao động.

Đ/s: 5,77cm.

Bài 5. Một sóng cơ có tần số 50Hz truyền trong môi trường với vận tốc 160m/s. ở cùng một thời điểm, hai điểm gần nhau nhất trên phương truyền sóng có dao động cùng pha, cách nhau là:

A. 1,6 m.

B. 0,8 m.

C. 3,2 m.

D. 2,4 m.

DẠNG 2.

LẬP PHƯƠNG TRÌNH SÓNG

1. Phương pháp.

- Giả sử dao động của phần tử O của sóng là điều hoà, ta có phương trình sóng tại O:

$$u = A \cos \frac{2\pi}{T} t$$



Trong đó $\omega = \frac{2\pi}{T}$ là tần số góc của sóng; T là chu kì sóng (là chu kì của các phần tử của môi trường dao động).

- Sóng từ O truyền đến một điểm M bất kì nằm trên phương truyền sóng, cùng chiều với chiều dương trục Ox, cách O một đoạn x là có dạng:

$$u_M(t) = A \cos \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

trong đó λ : là bước sóng (là quãng đường mà sóng truyền đi được trong một chu kì hay là khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất trên phương truyền sóng mà dao động tại đó cùng pha)

- Đặc biệt nếu dao động ở nguồn O có dạng: $u = A \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0 \right) \Rightarrow u_M(t) = A \cos \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$

- Sóng từ O truyền đến một điểm N bất kì nằm trên phương truyền sóng, ngược chiều với chiều dương trục Ox, cách O một đoạn x là có dạng:

$$u_N(t) = A \cos \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

2. Bài Tập.

Bài 1. (Bài 115/540 Bài Tập Vật Lí)

Đầu O của một sợi dây cao su bắt đầu dao động tại thời điểm $t = 0$ với: $u = 2 \cdot \sin(40\pi t) \text{ cm}$.

a) Xác định dạng sợi dây vào lúc $t = 1,125s$.

b) Viết phương trình dao động tại điểm M và N với $MO = 20\text{cm}$; $ON = 30\text{cm}$. Cho vận tốc truyền sóng trên dây là $v = 2\text{m/s}$.

Bài 2. (Bài 116/540 Bài Tập Vật Lí)

Đầu A của dây cao su căng được làm cho dao động theo phương vuông góc với dây với biên độ 2cm, chu kì 1,6s. Sau 3s thì sóng chuyển động được 12m dọc theo dây.

a) Tính bước sóng.

b) Viết phương trình dao động tại một điểm cách A là 1,6m. Chọn gốc thời gian là lúc A bắt đầu dao động từ VTCB.

Bài 3. (Bài 118/540 Bài Tập Vật Lí)

Một dây cao su $AB = l = 2\text{m}$ được căng thẳng nằm ngang. Tại A người ta làm cho dây cao su dao động theo phương thẳng đứng với biên độ 3m. Sau 0,5s người ta thấy sóng truyền tới B.

a) Tìm vận tốc truyền sóng, bước sóng nếu chu kì của sóng là 0,2s.

b) Viết phương trình dao động tại M, N cách A lần lượt là $AM = 0,5\text{m}$; $AN = 1,5\text{m}$. Độ lệch pha của hai sóng tại M và N? Cho biết sóng tại A khi $t = 0$ là: $u_A = a \cdot \cos \omega t$.

Bài 4. (Bài 119/540 Bài Tập Vật Lí)

Tại O trên mặt chất lỏng, người ta gây ra dao động với tần số $f = 2\text{Hz}$, biên độ 2cm, vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng là 60cm/s.

a) Tính khoảng cách từ vòng sóng thứ 2 đến vòng sóng thứ 6 kể từ tâm O ra.

b) Giả sử tại những điểm cách O một đoạn là x thì biên độ giảm $2,5\sqrt{x}$ lần. Viết biểu thức tại M cách O một đoạn 25cm.

Lời Giải

a) Khoảng cách từ vòng sóng thứ 2 đến vòng sóng thứ 6 là $L = 4\lambda$. Ta có: $\lambda = \frac{v}{f} = 30\text{cm}$.

$$\Rightarrow L = 4.30 = 120\text{cm}.$$

b) Biểu thức sóng tại điểm cách O một đoạn x là: $u = a.\cos(4\pi t - \frac{2\pi x}{\lambda})\text{cm} = a.\cos(4\pi t - \frac{\pi}{15}x)\text{cm}$.

Mặt khác ta có $a = \frac{2}{2,5.\sqrt{x}} = \frac{2}{2,5.\sqrt{25}} = 0,16\text{cm}$. Vậy ta được: $u = 0,16.\cos(4\pi t - \frac{5\pi}{3}x)\text{cm}$.

Bài 5. (Bài 164/206 Bài Toán dao động & Sóng cơ)

Một nguồn dao động điều hoà theo phương trình $u = A.\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2})$. Khoảng cách giữa hai điểm gần

nhau nhất trên phương truyền sóng mà tại đó dao động của các phần tử môi trường lệch pha nhau $\frac{\pi}{3}$ là 5m. Hãy tìm vận tốc truyền sóng.

$$\text{Đ/s: } v = 150\text{m/s}.$$

Bài 6. (Bài 120/540 Bài Tập Vật Lí)

Một quả cầu nhỏ gắn vào âm thoa dao động với tần số $f = 120\text{Hz}$. Cho quả cầu chạm vào mặt nước người ta thấy một hệ sóng tròn lan rộng ra xa mà tâm là điểm chạm S của quả cầu với mặt nước. Cho biên độ sóng là $a = 0,5\text{cm}$ và không đổi.

a) Tính vận tốc truyền sóng trên mặt nước. Biết khoảng cách giữa 10 gợn lồi liên tiếp là $\Delta d = 4,5\text{cm}$.

b) Viết phương trình dao động của điểm M trên mặt nước cách S một đoạn 12cm. Cho dao động sóng tại S có dạng: $u = a.\cos \omega t$.

c) Tính khoảng cách giữa hai điểm trên mặt nước dao động cùng pha, ngược pha, vuông pha. (trên cùng một đường thẳng đi qua S).

ĐỀ MẪU 3.

GIAO THOA SÓNG

1. Phương pháp.

a. Phương trình giao thoa sóng.

- Xét điểm M nằm trên phương truyền sóng, $S_1M = d_1$, $S_2M = d_2$. Các nguồn S_1 , S_2 dao động cùng tần số, cùng pha, có theo phương trình

$$u_1 = u_2 = A.\cos(\omega t) = A.\cos \frac{2\pi}{T}t$$

+ Sóng tại M do S_1 truyền đến có dạng: $u_{1M} = A.\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda})$

+ Sóng tại M do S_2 truyền đến có dạng: $u_{2M} = A.\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda})$

\Rightarrow Dao động tại M là tổng hợp hai dao động từ S_1 , S_2 truyền đến: $u_M = u_{1M} + u_{2M} \Leftrightarrow$

$$u_M = 2A.\cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}.\cos(\omega t - \pi.\frac{d_2 + d_1}{\lambda}) \quad (*)$$

Trong đó: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi.\frac{(d_2 - d_1)}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}.(d_2 - d_1)$ gọi là độ lệch pha của hai dao động.

Vậy ta có: $u_M = 2A.\cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}.\cos(\omega t - \pi.\frac{d_2 + d_1}{\lambda}) = 2A.\cos(\frac{\Delta\varphi}{2}).\cos(\omega t - \pi.\frac{d_2 + d_1}{\lambda})$.

Đặt $A_M = 2A.\left|\cos(\frac{\Delta\varphi}{2})\right|$: biên độ dao động tại M $\Rightarrow u_M = A_M.\cos(\omega t - \pi.\frac{d_2 + d_1}{\lambda})$.

- Nếu $\Delta\varphi = 2\pi.k$ (Hai dao động cùng pha) $\Rightarrow A_M$ đạt giá trị Max. Ta có: $\frac{2\pi}{\lambda}.(d_2 - d_1) = 2k\pi$.

$$\boxed{d_2 - d_1 = k.\lambda} \quad \text{với } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Nếu $\Delta\varphi = (2k + 1).\pi$ (Hai dao động ngược pha) $\Rightarrow A_M$ đạt giá trị Min. Ta có $\frac{2\pi}{\lambda}.(d_2 - d_1) = (2k + 1).\pi$

$$\boxed{d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{2}).\lambda = (2k + 1).\frac{\lambda}{2}} \quad \text{với } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

b. Điều kiện để có hiện tượng giao thoa. □ Hai sóng xuất phát từ hai nguồn dao động có cùng tần số, cùng phương và có độ lệch pha không đổi”.

2. Bài Tập.

Bài 1. (Bài 63/351 bài toán vật lí 12).

Tạo tại hai điểm S_1 và S_2 hai âm đơn cùng tần số $f = 440$ Hz lan truyền trong không khí với vận tốc $v = 352$ m/s. Khoảng cách $S_1 S_2 = 16$ m. Biên độ dao động ở từng nguồn là a . Hãy viết biểu thức của dao động âm thanh tại:

- Trung điểm M của $S_1 S_2$.
- Điểm M nằm trên đoạn $S_1 S_2$ cách M một đoạn $d = 20$ cm.

Bài 2. (Bài 64/351 bài toán vật lí 12).

Cho nước nhỏ đều từng giọt tại một điểm A trên mặt nước yên lặng với tần số 90 lần trong một phút. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước là 60 cm/s.

- Mô tả hiện tượng. Tính khoảng cách giữa hai vòng sóng kế tiếp nhau.
- Biên độ dao động của mỗi phần tử là 5 mm. Viết phương trình dao động của một phần tử trên mặt nước cách A 10 cm.
- ở hai điểm A và B trên mặt nước cách nhau 100 cm, ta thực hiện hai dao động kết hợp cùng biên độ, cùng tần số với dao động nói trên. Khảo sát hiện tượng nhận thấy trên mặt nước. Dao động của một nút N cách A 80 cm và cách B 60 cm sẽ như thế nào? Xác định vị trí các nút trên đoạn AB.

Bài 3. Âm thoa điện mang một nhánh chia hai dao động với tần số $f = 400$ Hz chạm vào mặt nước tại hai điểm S_1 và S_2 . Ngay khi đó có hai hệ sóng tròn cùng biên độ a lan ra với vận tốc $v = 1,6$ m/s. Xét một điểm M nằm trên đường thẳng xy song song với $S_1 S_2$ cách $S_1 S_2$ một khoảng $D = 1$ m. Gọi C là giao điểm của xy với đường trung trực của $S_1 S_2$. Đặt $x = CM$. Coi khoảng cách $S_1 S_2 = l = 4$ cm và x rất nhỏ so với D.

- Tính hiệu đường đi của hai sóng tới M, kí hiệu $\delta = S_1 M - S_2 M$ theo x, l, D .
- Tính biên độ dao động của các điểm M cách C một đoạn $x = 5$ cm và $x = 7,5$ cm theo a .

DẠNG 4. TÌM SỐ BỤNG, SỐ NÚT, SỐ GỌN TRONG TRƯỜNG GIAO THOA SÓNG

1. Phương pháp.

Trên đường thẳng nối hai nguồn

a) Số bụng = Số những điểm dao động với biên độ cực đại = Số gợn lồi.

Giả sử tìm vị trí điểm M nằm trên đường thẳng nối hai nguồn $S_1 S_2$ (cách S_1 một đoạn d_1 , cách S_2 một đoạn d_2) dao động với biên độ cực đại, ta làm như sau:

$$\begin{aligned} d_1 - d_2 = k\lambda &\Leftrightarrow d_1 = \frac{S_1 S_2}{2} + k \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow -\frac{S_1 S_2}{\lambda} \leq k \leq \frac{S_1 S_2}{\lambda} \quad (\text{với } k \in \mathbb{Z}) \\ d_1 + d_2 = S_1 S_2 & \quad 0 \leq d_1 \leq S_1 S_2 \end{aligned} \quad (1)$$

+ Cách 1: Có bao nhiêu giá trị của k thì có bấy nhiêu điểm M dao động với biên độ cực đại (hay có bấy nhiêu bụng, gợn lồi). Vị trí các bụng cách S_1 được xác định $d_1 = \frac{S_1 S_2}{2} + k \cdot \frac{\lambda}{2}$. (với $k \in \mathbb{Z}$)

+ Cách 2: **Số bụng bằng số gợn và bằng $(2k+1)$** với k là số tự nhiên lớn nhất thoả mãn phương trình (1)

b) Số nút = Số gợn lõm.

Giả sử tìm vị trí điểm M nằm trên đường thẳng nối hai nguồn $S_1 S_2$ (cách S_1 một đoạn d_1 , cách S_2 một đoạn d_2) dao động với biên độ cực tiểu (đứng yên), ta làm như sau:

$$\begin{aligned} d_1 - d_2 = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} &\Leftrightarrow d_1 = \frac{S_1 S_2}{2} + (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \Rightarrow -\frac{S_1 S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{S_1 S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad (\text{với } k \in \mathbb{Z}) \\ d_1 + d_2 = S_1 S_2 & \quad 0 \leq d_1 \leq S_1 S_2 \end{aligned} \quad (2)$$

+ Cách 1: Có bao giá trị của k thì có bấy nhiêu điểm dao động với biên độ cực tiểu (hay đứng yên). Vị trí các nút này cách S_1 một đoạn $d_1 = \frac{S_1 S_2}{2} + (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$.

+ Cách 2: **Số nút bằng số gợn lõm và bằng $2k$** với k là số tự nhiên lớn nhất thoả mãn phương trình (2).

***) Chú ý:** + Nếu $S_1 S_2$ mà chia hết cho λ , tức $S_1 S_2 = n \cdot \lambda$ ($n \in \mathbb{N}$) thì số bụng là $2n+1$, số nút là $2n$, số gợn $2n - 1$.

$$+ \text{ Tìm số gợn lồi hay gợn lõm có thể làm như sau: } \begin{cases} + |k\lambda| \leq S_1 S_2 \\ + \left| (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \right| \leq S_1 S_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +2k_{Max} + 1 & (1) \\ +2k_{Max} & (2) \end{cases}$$

Vậy Số bụng được xác định theo (1), số nút được xác định theo (2), với $k \in N$.

+ Cho M dao động với biên độ cực đại, giữa M và đường trung trực của $S_1 S_2$ có m các dãy cực đại thì M nằm trên các dãy cực đại thứ m so với đường trung trực thoả mãn hệ thức:

$$d_1 - d_2 = (m+1)\lambda$$

2. Bài Tập.

Bài 1. Hai đầu A và B của một mẩu dây thép hình chữ U được đặt chạm vào nước. Cho mẩu dây thép dao động điều hoà theo phương vuông góc với mặt nước.

1) Trên mặt nước thấy các gợn sóng hình gì? Giải thích hiện tượng.
2) Cho biết khoảng cách $AB = 6,5\text{cm}$, tần số $f = 80\text{Hz}$, vận tốc truyền sóng $v = 32\text{cm/s}$, biên độ sóng không đổi $a = 0,5\text{cm}$.

a) Lập phương trình dao động tổng hợp tại điểm M trên nước biết M cách A một đoạn $d_1 = 7,79\text{cm}$; cách B một đoạn $d_2 = 5,09\text{cm}$.

b) So sánh pha của dao động tổng hợp tại M và pha dao động tại hai nguồn A và B.

c) Tìm số gợn và vị trí của chúng trên đoạn AB.

Bài 2. Hai nguồn sóng cơ O_1 và O_2 cách nhau 20 cm dao động theo phương trình:

$u_1 = u_2 = 4.\cos(40\pi t)$ cm, lan truyền trong môi trường với vận tốc $v = 1,2$ m/s. Xét các điểm trên đoạn thẳng nối O_1 và O_2 .

a) Có bao nhiêu điểm không dao động và tính khoảng cách từ các điểm đó đến O_1 .

b) Tính biên độ dao động tổng hợp tại các điểm cách O_1 lần lượt là: 9,5 cm; 10,75 cm; 11 cm.

Bài 3. Trong thí nghiệm giao thoa, người ta tạo ra trên mặt nước hai sóng A và B dao động với phương trình $u_A = u_B = 5.\cos(10\pi t)$. Vận tốc truyền sóng là 20 cm/s. Coi biên độ sóng là không đổi.

a) Viết phương trình dao động tại M trên mặt nước, biết M cách A là 7,2 cm và cách B là 8,2 cm.

Nhận xét về dao động này.

b) Một điểm N nằm trên mặt nước với $AN - BN = -10\text{cm}$. Hỏi điểm N dao động cực đại hay đứng yên? Là đường thứ bao nhiêu và về phía nào so với đường trung trực của AB.

Bài 4. Tại hai điểm A và B cách nhau 8m có hai nguồn sóng âm kết hợp. Tần số $f = 440\text{Hz}$, vận tốc âm trong không khí là 352m/s. Chứng minh rằng trên đoạn AB có những điểm âm to cực đại so với những điểm lân cận, và xác định vị trí của các điểm này.

Bài 5. Hai âm thoa nhỏ giống nhau được coi như hai nguồn phát ra sóng âm S_1 và S_2 đặt cách nhau một khoảng 20 m, cùng phát ra một âm cơ bản có tần số 420 Hz. Vận tốc truyền âm trong không khí là 336 m/s. Coi biên độ sóng âm tại một điểm trên phương truyền sóng bằng a, nghĩa là sóng âm không tắt dần.

a) Chứng minh rằng trên đoạn thẳng nối $S_1 S_2$ có những điểm tại đó không nhận được âm thanh.

b) Xác định vị trí các điểm trên đoạn thẳng $S_1 S_2$ tại đó không nhận được âm thanh.

c) Viết phương trình dao động âm tổng hợp tại trung điểm M_0 của đoạn $S_1 S_2$ và tại M' trên $S_1 S_2$ cách M_0 20 cm. So sánh pha dao động của hai điểm M_0 và M' với pha dao động của nguồn.

ĐỀ MẪU 5.

SÓNG DỪNG

1. Phương pháp.

a) Điều kiện để có sóng dừng:

+ Đối với sợi dây có hai đầu cố định hay một đầu cố định và một đầu dao động với biên độ nhỏ (vật cản cố định).

$$l = k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (k \in N)$$

+ Đối với sợi dây có một đầu tự do (vật cản tự do).

$$l = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{4} = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} \quad (k \in N) \quad \text{hoặc} \quad l = m \frac{\lambda}{4} \quad (m = 1, 3, 5, 7, \dots)$$

b) Chú ý: Khi có sóng dừng trên dây thì:

+ Khoảng cách giữa một bụng sóng và một nút sóng liên tiếp là $\frac{\lambda}{4}$.

+ Khoảng cách giữa hai bụng sóng hay hai nút sóng liên tiếp là $\frac{\lambda}{2}$.

+ Bề rộng của bụng sóng là $4A$.

2. Bài tập

Bài 1: Một sợi dây OA dài l , đầu A cố định, đầu O dao động điều hoà có phương trình $u_O = A \cos \omega t$.

a) Viết phương trình dao động của một điểm M cách A một khoảng bằng d , do sự giao thoa của sóng tới và sóng phản xạ từ A. Biết vận tốc truyền sóng là v và biên độ sóng coi là không giảm.

b) Xác định vị trí các nút dao động.

Bài 2: Một dây thép AB dài 1,2 m căng ngang. Nam châm điện đặt phía trên dây thép. Cho dòng điện xoay chiều tần số 50 Hz qua nam châm, ta thấy trên dây có sóng dừng với 4 múi sóng. Tìm vận tốc truyền dao động trên dây.

Đ/S: $v = 60 \text{ m/s}$

Bài 3: Một dây AB treo lơ lửng, đầu A gắn vào một nhánh của âm thoa đang dao động với tần số 100Hz.

a) Biết khoảng cách từ B đến nút dao động thứ 3 kể từ B là 5cm. Tìm bước sóng.

b) Tìm khoảng cách từ B đến các nút và bụng dao động trên dây. Nếu chiều dài của dây là 21cm. Tìm số nút và số bụng sóng dừng nhìn thấy được trên dây.

Đ/S: a) $\lambda = 4 \text{ cm}$; b) $d = 2k \text{ (cm)}$, số nút: $k \leq 10$, số bụng: $k \leq 10, 5$

Bài 4: Một dây AB = 2m căng nằm ngang, đầu B cố định, đầu A dao động với chu kỳ 0,02s. Người ta đếm được từ A đến B có 5 nút.

a) Tìm tốc độ truyền sóng trên dây.

b) Nếu muốn rung dây thành 2 múi thì tần số dao động của A là bao nhiêu?

Đ/S: a) $v = 50 \text{ m/s}$; b) $f' = 25 \text{ Hz}$

Bài 5: Trên dây đàn hồi AB, đầu B cố định, đầu A gắn vào âm thoa dao động với tần số 120Hz, biên độ 0,4cm. Biết vận tốc truyền sóng trên dây là 6m/s.

a) Viết phương trình sóng tới tại B và sóng phản xạ tại B.

b) Viết phương trình dao động tại M cách B một đoạn 12,5cm do sóng tới và sóng phản xạ tạo nên.

Bài 6: Một dây cao su dài $l = 4 \text{ m}$, một đầu cố định, đầu kia cho dao động với tần số $f = 2 \text{ Hz}$. Khi đó, ở hai đầu là hai nút dao động, ở giữa có 4 nút khác. Tìm vận tốc truyền sóng trên dây.

Đ/S: $v = 3,2 \text{ m/s}$

Bài 7: Sợi dây OB đầu B tự do, đầu O dao động ngang với tần số 100Hz. Vận tốc truyền sóng trên dây là 4m/s.

a) Cho dây dài $l_1 = 21 \text{ cm}$ và $l_2 = 80 \text{ cm}$ thì có sóng dừng xảy ra không? Tại sao?

b) Nếu có sóng dừng hãy tính số bụng và số nút.

c) Với $l = 21 \text{ cm}$, muốn có 8 bụng sóng thì tần số dao động phải là bao nhiêu?

Đ/S: a) $l_1 = 21 \text{ cm}$ thì $k = 10$ có sóng dừng, $l_2 = 80 \text{ cm}$ không có sóng dừng;

b) có 11 bụng và 11 nút; c) $f' = 71,4 \text{ Hz}$

Bài 8: Một dây đàn có sóng ứng với 3 tần số liên tiếp $f_1 = 75 \text{ Hz}$, $f_2 = 125 \text{ Hz}$, $f_3 = 175 \text{ Hz}$.

a) Cho biết dây này có hai đầu cố định hay một đầu cố định. Giải thích.

b) Tính tần số để dây có sóng dừng ứng với số múi ít nhất (tần số cơ bản).

c) Tìm chiều dài dây. Cho vận tốc truyền sóng trên dây là 400m/s.

Đ/S: a) Một đầu cố định; b) $f = 25 \text{ Hz}$; $l = 4 \text{ m}$

DẠNG 6.

SỰ TRUYỀN ÂM VÀ VẬN TỐC ÂM

1. Phương pháp.

+ Tính các đại lượng như chu kỳ, tần số của âm, vận tốc âm và bước sóng của sóng âm ta sử dụng các công thức sau đây:

$$T = \frac{1}{f}; \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \lambda = vT = \frac{v}{f}$$

+ Nếu vận tốc âm trong môi trường là v thì sau khoảng thời gian t , sóng truyền đến điểm M trong môi trường cách nguồn một đoạn là $d = v.t$

+ Độ lệch pha giữa hai điểm trên cùng một phương truyền sóng cách nhau một đoạn là d và cách nguồn âm lần lượt là d_1 và d_2 được xác định như sau:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{|d_1 - d_2|}{\lambda} = 2\pi \frac{d}{\lambda}$$

2. Bài Tập.

Bài 1: Người ta dùng búa gõ mạnh xuống đường ray xe lửa. Cách chỗ đó 1090 m, một người áp tai xuống đường ray nghe thấy tiếng gõ truyền qua đường ray và 3 giây sau mới nghe thấy tiếng gõ truyền qua không khí. Tính vận tốc truyền âm trong thép. Biết vận tốc truyền âm trong không khí là 340 m/s.

Đ/S: 5291 m/s

Bài 2: Một người dùng búa gõ mạnh vào đầu của một ống kim loại bằng thép có chiều dài L . Một người khác ở đầu kia của ống nghe thấy hai âm do sóng truyền dọc theo ống và sóng truyền qua không khí cách nhau một khoảng thời gian là $t = 1$ s. Biết vận tốc truyền âm trong kim loại và trong không khí lần lượt là $v_1 = 5941$ m/s và $v_2 = 343$ m/s. Tìm chiều dài L của ống.

Đ/S: 364 m

Bài 3: Một người đứng ở gần chân núi bắn một phát súng và sau 6,5 s thì nghe tiếng vang từ núi vọng lại. Biết vận tốc trong không khí là 340 m/s, tính khoảng cách từ chân núi đến người đó.

Đ/S: 1105 m

Bài 4: Hai điểm ở cách nguồn âm những khoảng 6,10 m và 6,35 m. Tần số âm là 680 Hz, vận tốc âm trong không khí là 340 m/s. Tính độ lệch pha của sóng âm tại hai điểm đó.

Đ/S: $\Delta\varphi = \pi$

DẠNG 7.

CƯỜNG ĐỘ ÂM. MỨC CƯỜNG ĐỘ ÂM

1. Phương pháp.

a) Cường độ âm:

+ Cường độ âm tại một điểm là đại lượng được xác định bằng lượng năng lượng truyền qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền âm tại điểm đó trong một đơn vị thời gian.

+ Kí hiệu: I

+ Đơn vị: W/m^2 .

b) Mức cường độ âm:

+ Công thức:

$$L(B) = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad \text{hay} \quad L(dB) = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

Trong đó I_0 là cường độ âm chuẩn ($I_0 = 10^{-12} (W/m^2)$)

2. Bài Tập.

Bài 1: Mức cường độ âm tại một điểm là $L = 40$ (dB). Hãy tính cường độ âm tại điểm đó. Cho biết cường

độ âm chuẩn là $I_0 = 10^{-12} (\frac{W}{m^2})$.

Đ/S: $I = 10^{-8} (\frac{W}{m^2})$

Bài 2: Một người thả một viên đá rơi từ miệng giếng xuống giếng và 3 giây sau nghe thấy tiếng động do đá chạm vào mặt nước. Hỏi độ sâu của giếng là bao nhiêu? Cho biết vận tốc âm trong không khí là 340 m/s và gia tốc trọng trường là $g = 10$ m/s².

Đ/S: $h = 41,42$ m

Bài 3: Một người đứng trước một cái loa một khoảng 50 m, nghe được âm ở mức cường độ 80dB. Tính công suất phát âm của loa. Co biết loa có dạng hình nón có nửa góc ở đỉnh là 30° , cường độ âm chuẩn là

$I_0 = 10^{-12} (\frac{W}{m^2})$. Bỏ qua sự hấp thụ âm của không khí.

Đ/S: $P = I \cdot S = 0,21$ W

DẠNG 8

HIỆU ỨNG ĐỐP-PLE

1. Phương pháp

a) Nguồn âm đứng yên, người quan sát (máy thu) chuyển động.

+ Người quan sát chuyển động lại gần nguồn âm thì tần số âm lớn hơn tần số âm phát ra:

$$f' = \frac{v + v_M}{v} f$$

+ Người quan sát chuyển động ra xa nguồn âm thì tần số âm nhỏ hơn tần số âm phát ra:

$$f' = \frac{v - v_M}{v} f$$

b) Người quan sát (máy thu) đứng yên, nguồn âm chuyển động.

+ Nguồn âm chuyển động lại gần người quan sát thì tần số âm lớn hơn tần số âm phát ra:

$$f'' = \frac{v}{v - v_S} f$$

+ Nguồn âm chuyển động ra xa người quan sát thì tần số âm nhỏ hơn tần số âm phát ra:

$$f'' = \frac{v}{v + v_S} f$$

2. Bài tập

Bài 1: Một cái còi phát ra âm có tần số 1000Hz chuyển động đi ra xa một người đứng bên đường về phía một vách đá với tốc độ 10m/s. Lấy tốc độ âm trong không khí là 330m/s. Hãy tính:

- Tần số âm của người đó nghe trực tiếp từ cái còi.
- Tần số âm của người đó nghe được khi âm phản xạ lại từ vách đá.

Bài 2: Một cảnh sát giao thông đứng bên đường dùng còi điện phát ra một âm có tần số 1000Hz hướng về một chiếc ô tô đang chuyển động về phía mình với tốc độ 36km/h. Sóng âm truyền trong không khí với tốc độ 340m/s.

- Hỏi tần số của âm phản xạ từ ô tô mà người đó nghe được.
- Ô tô phát ra một âm có tần số 800Hz, hỏi tín hiệu này đến tai người cảnh sát giao thông với tần số là bao nhiêu?

DẠNG 1

VIẾT BIỂU THỨC CƯỜNG ĐỘ DÒNG ĐIỆN □ ĐIỆN ÁP

1. Phương pháp

a. Viết biểu thức cường độ dòng điện tức thời.

+ Nếu đoạn mạch cho biểu thức của điện áp tức thời, ta có: Biểu thức cường độ dòng điện tức thời có dạng

$$i = I_0 \cos[\text{pha}(i)]$$

$$\text{Pha}(i) = \text{Pha}(u) - \varphi$$

Trong đó ta có: φ là độ lệch pha giữa u và i .

Chú ý: Yêu cầu viết biểu thức cho đoạn mạch nào thì ta xét đoạn mạch đó; Với đoạn mạch ta xét thì

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}; I_0 = \frac{U_0}{Z}; Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

+ Nếu đoạn mạch cho các giá trị hiệu dụng thì phương trình cường độ dòng điện có dạng;

$$i = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

trong đó: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}; I_0 = I\sqrt{2} = \frac{U_0}{Z}; Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

b. Viết biểu thức điện áp tức thời.

Xét đoạn mạch cần viết biểu thức điện áp tức thời, ta có: $u = U_0 \cos[\text{pha}(u)]$

trong đó: $\text{Pha}(u) = \text{Pha}(i) + \varphi; U_0 = U\sqrt{2} = I_0 \cdot Z = I_0 \cdot \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}; \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$

2. Bài tập

Bài 1: Một mạch điện gồm điện trở thuần $R = 75$ (W) mắc nối tiếp với một cuộn thuần cảm có độ tự cảm

$L = \frac{5}{4\pi}$ (H) và một tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-3}}{5\pi}$ (F). Dòng điện xoay chiều trong mạch có biểu thức;

$$i = 2 \sin 100\pi t \text{ (A)}.$$

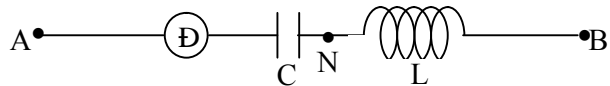
- Tính cảm kháng, dung kháng, tổng trở của đoạn mạch.
- Viết biểu thức điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở, giữa hai đầu cuộn cảm, giữa hai đầu tụ điện.
- Tính độ lệch pha giữa điện áp và cường độ dòng điện.
- Viết biểu thức tức thời của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.

Bài 2: Cho đoạn mạch như hình vẽ. Biết $L = \frac{1}{10\pi}$ (H); $C = \frac{10^{-3}}{4\pi}$ (F) và một bóng đèn ghi (40V — 40W)

)

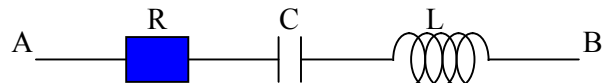
Đặt vào hai đầu A và N một điện áp xoay chiều $u_{AN} = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V). Các dụng cụ đo không làm ảnh hưởng đến mạch điện.

- Tìm số chỉ của các dụng cụ đo.
- Viết biểu thức cường độ dòng điện qua mạch.
- Viết biểu thức của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AB.



Bài 3: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết $L = \frac{1}{\pi}$ (H); $R = 100$ (Ω); $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$ (F) và biểu thức

điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là $u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V). Viết biểu thức điện áp giữa hai đầu: điện trở, cuộn thuần cảm, tụ điện.



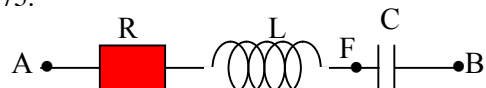
Bài 4: Cho mạch điện xoay chiều có R, L, C mắc nối tiếp

trong đó: $R = 40$ (Ω); $L = \frac{3}{10\pi}$ (H); $C = \frac{10^{-3}}{7\pi}$ (F).

Biểu thức điện áp $u_{AF} = 120 \cos 100\pi t$ (V). Cho $\tan 37^\circ = 0,75$.

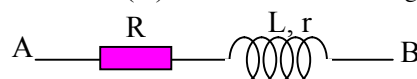
Lập biểu thức của:

- Cường độ dòng điện qua mạch.



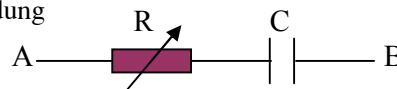
b) Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.

Bài 5: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết $R = 10\Omega$; cuộn dây có hệ số tự cảm $L = \frac{0,2}{\pi} H$; $r = 10\Omega$. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là $u = 20\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$. Viết biểu thức cường độ dòng điện chạy trong mạch và điện áp ở hai đầu cuộn dây.



Bài 6: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết tụ điện có điện dung

$$C = \frac{10^{-4}}{1,2\pi} (F) \text{ nối tiếp với một biến trở } R. \text{ Điều chỉnh } R \text{ để}$$



công suất ở hai đầu đoạn mạch 160W. Viết biểu thức cường độ dòng điện qua mạch.

Bài 7: Một mạch điện xoay chiều gồm điện trở R, tụ điện C và cuộn dây thuần cảm L mắc nối tiếp. Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch là $u = \frac{200}{\sqrt{2}} \cdot \cos \omega t$. Khi tần số dòng điện

xoay chiều có giá trị cực đại là 50 Hz thì cường độ hiệu dụng của dòng điện có giá trị cực đại là 2,5 A. Khi tần số dòng điện xoay chiều là 100Hz thì cường độ hiệu dụng của dòng điện là 2 A.

a) Tìm R, L, C.

b) Viết biểu thức điện áp ở hai đầu các phần tử R, L, C

Bài 8: Cho mạch R,L,C, $u = 240\sqrt{2} \cos(100\pi t) V$, $R = 40\Omega$, $Z_C = 60\Omega$, $Z_L = 20\Omega$. Viết biểu thức của dòng điện trong mạch

A. $i = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t) A$

B. $i = 6\cos(100\pi t) A$

C. $i = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/4) A$

D. $i = 6\cos(100\pi t + \pi/4) A$

Bài 9: Cho mạch điện R,L,C cho $u = 240\sqrt{2} \cos(100\pi t) V$, $R = 40\Omega$, $Z_L = 60\Omega$, $Z_C = 20\Omega$, Viết biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch

A. $i = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t) A$.

B. $i = 6\cos(100\pi t) A$.

C. $i = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/4) A$

D. $i = 6\cos(100\pi t - \pi/4) A$

Bài 10: Cho mạch R,L,C, $R = 40\Omega$, $Z_L = Z_C = 40\Omega$, $u = 240\sqrt{2} \cos(100\pi t)$. Viết biểu thức i

A. $i = 6\sqrt{2} \cos(100\pi t) A$

B. $i = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t) A$

C. $i = 6\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3) A$

D. $6\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/2) A$

Bài 11: Cho mạch R,L,C, $u = 120\sqrt{2} \cos(100\pi t) V$. $R = 40\Omega$, $L = 0,3/\pi H$. $C = 1/3000\pi F$, xác định $\omega = ?$ để mạch có cộng hưởng, xác định biểu thức của i.

A. $\omega = 100\pi$, $i = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t) A$.

B. $\omega = 100\pi$, $i = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi) A$.

C. $\omega = 100\pi$, $i = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/2) A$.

D. $\omega = 100\pi$, $i = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/2) A$.

Bài 12: Cho mạch R,L,C, $u = 120\sqrt{2} \cos(100\pi t) V$. $R = 30\Omega$, $Z_L = 10\sqrt{3}\Omega$, $Z_C = 20\sqrt{3}\Omega$, xác định biểu thức i.

A. $i = 2\sqrt{3} \cos(100\pi t) A$

B. $i = 2\sqrt{6} \cos(100\pi t) A$

C. $i = 2\sqrt{3} \cos(100\pi t + \pi/6) A$

D. $i = 2\sqrt{6} \cos(100\pi t + \pi/6) A$

1. Phương pháp

+ Máy đo chỉ các giá trị hiệu dụng: $U = I.R \Rightarrow I = \frac{U}{R}$.

+ Sử dụng giản đồ véc tơ: $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$. Ta tìm được U sau đó suy ra R, L, C.

2. Bài tập

Bài 1: Cho một mạch điện xoay chiều có tần số $f = 50\text{Hz}$.

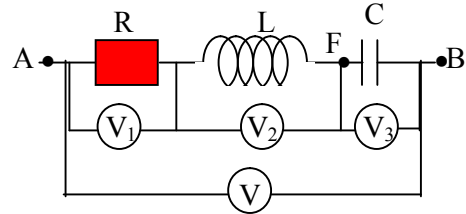
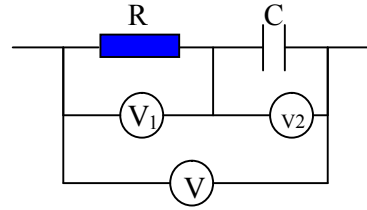
Điện trở $R = 33\Omega$, tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-2}}{56\pi} F$. Ampe

kế chỉ $I = 2\text{A}$. Hãy tìm số chỉ của các vôn kế. Biết rằng ampe kế có điện trở rất nhỏ, vôn kế có điện trở rất lớn.

Bài 2: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ, RLC mắc nối tiếp.

Các vôn kế V_1 chỉ $U_R = 5\text{V}$; V_2 chỉ $U_L = 9\text{V}$; V chỉ $U = 13\text{V}$.

Hãy tìm số chỉ của vôn kế V_3 .



Bài 3: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch là $u = 400\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$; Các vôn kế chỉ các giá trị hiệu dụng: V_1 chỉ $U_1 = 200\text{V}$; V_3 chỉ $U_3 = 200\text{V}$,

biết dòng điện biến thiên cùng pha với điện áp.

a) Tìm số chỉ của V_2 .

b) Viết biểu thức điện áp ở hai đầu R, L, C.

Bài 4: Một mạch điện xoay chiều gồm một điện trở hoạt động $R = 800\Omega$, cuộn thuần cảm $L = 1,27\text{H}$ và một tụ điện có điện dung $C = 1,59\mu F$ mắc nối tiếp. Người ta đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có tần số $f = 50\text{Hz}$ với giá trị hiệu dụng $U = 127\text{V}$. Hãy tìm:

a) Cường độ hiệu dụng của dòng điện qua mạch.

b) Góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện.

c) các giá trị hiệu dụng của điện áp ở hai đầu điện trở, hai đầu cuộn dây, hai đầu tụ điện.

Bài 5: Một mạch điện mắc như hình vẽ. R là điện trở hoạt động, C là điện dung của tụ điện. Khi đặt một điện áp xoay chiều có tần số $f = 50\text{Hz}$ vào hai đầu M và N ta thấy ampe kế chỉ $0,5\text{A}$; vôn kế V_1 chỉ 75V ; vôn kế V_2 chỉ 100V . Hãy tính:

a) Giá trị của điện trở R, C.

b) Điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N.

Bài 6: Cho mạch điện như hình vẽ. Biết $R = 100\sqrt{3}\Omega$

$C = \frac{10^{-4}}{2\pi} F$ và cuộn thuần cảm L. Đặt vào hai đầu một điện áp

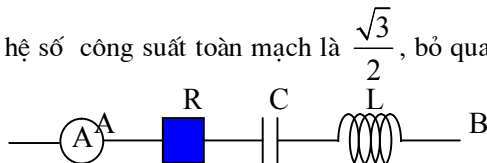
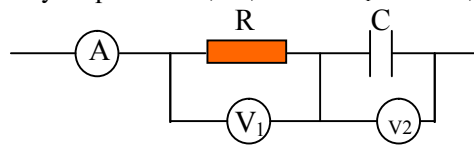
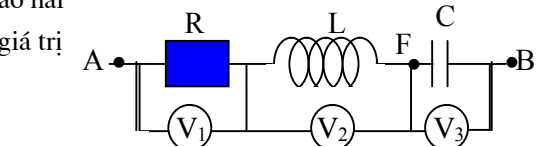
xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$. Biết hệ số công suất toàn mạch là $\frac{\sqrt{3}}{2}$, bỏ qua điện trở của dây

nối và ampe kế.

a) Tìm L.

b) Tìm số chỉ ampe kế.

c) Viết biểu thức cường độ dòng điện.



DẠNG 3 ĐIỀU KIỆN CÙNG PHA □ HIỆN TƯỢNG CỘNG HƯỞNG ĐIỆN

1. Phương pháp

a) Điều kiện cùng pha.

Để cường độ dòng điện và điện áp cùng pha thì $\varphi = 0 \Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 0 \Leftrightarrow Z_L = Z_C \Leftrightarrow LC\omega^2 = 1$

b) Hiện tượng cộng hưởng điện: Khi có hiện tượng cộng điện thì

$$+ Z_L = Z_C \Leftrightarrow LC\omega^2 = 1 \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$+ Z = R \Rightarrow I = \frac{U}{R} = I_{\text{Max}} \text{ và công suất của mạch đạt giá trị Max } P_{\text{Max}} = I^2 R = \frac{U^2}{R} = U.I$$

+ Điện áp và cường độ dòng điện cùng pha.

2. Bài tập

Bài 1: Đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh gồm một điện trở hoạt động $R = 30\Omega$, một cuộn thuần

cảm $L = \frac{1}{2\pi} H$ và một tụ điện có điện dung biến đổi được. Điện áp đặt vào hai đầu mạch là:

$$u = 180\cos 100\pi t (V).$$

1. Cho $C = \frac{10^{-3}}{2\pi} F$, tìm:

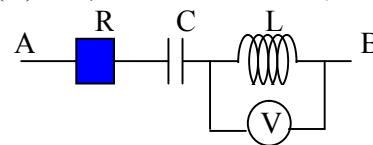
- a) Tổng trở của mạch.
- b) Biểu thức của dòng điện qua mạch.

2. Thay đổi C sao cho cường độ dòng điện qua mạch cùng pha với điện áp hai đầu mạch. Tìm:

- a) Giá trị C.
- b) Biểu thức dòng điện qua mạch.

Bài 2: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ: $u_{AB} = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$. Điện trở $R = 24\Omega$, cuộn

thuần cảm $L = \frac{1}{5\pi} H$. Tụ điện $C_1 = \frac{10^{-2}}{2\pi} F$, vôn kế có điện trở rất lớn.



1. Tìm:

- a) Tổng trở của mạch.
- b) Số chỉ của vôn kế.

2. Ghép thêm với tụ C_1 một tụ có điện dung C_2 sao cho vôn kế có số chỉ lớn nhất. Hãy cho biết:

- a) Cách ghép và tính C_2 .
- b) Số chỉ của vôn kế khi đó.

Bài 3: Đoạn mạch xoay chiều gồm một điện trở hoạt động $R = 60\Omega$, cuộn thuần cảm $L = \frac{2}{5\pi} H$ và một

tụ $C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi} F$ mắc nối tiếp với nhau. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là $u = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$.

1. Tìm:

- a) Tổng trở của mạch.
- b) Biểu thức dòng điện qua mạch.

2. Ghép C_1 với C_2 sao cho cường độ dòng điện qua mạch cùng pha với điện áp hai đầu đoạn mạch. Hãy:

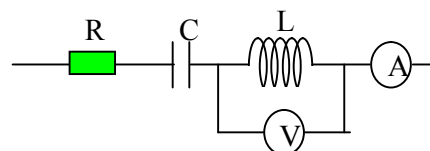
- a) Cho biết cách ghép và tính C_2 .
- b) Biểu thức của dòng điện khi đó.

Bài 4: Cho mạch điện xoay chiều. Điện áp xoay chiều đặt vào

hai đầu đoạn mạch $u = 220\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$. Điện trở

$R = 22\Omega$, cuộn thuần cảm $L = 0,318 H$.

Tìm C để số chỉ của vôn kế đạt giá trị cực đại. Hãy cho biết số chỉ của vôn kế và ampe kế khi đó.



1. Phương pháp

a. Phương pháp đại số.

ADCT : $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}; \cos \varphi = \frac{R}{Z}; \sin \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{Z}$.

b. Phương pháp hình học (Phương pháp giản đồ Fre-nen)

+ Vẽ giản đồ véc tơ, lấy trục dòng điện làm gốc.

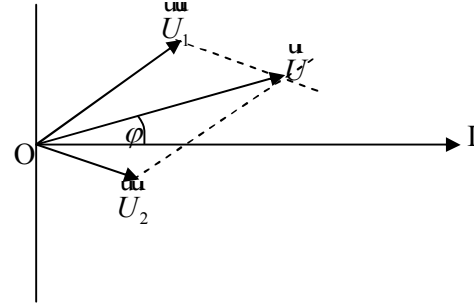
Các véc tơ biểu diễn các giá trị hiệu dụng hoặc cực đại.

+ Biểu diễn các véc tơ $\vec{U}_1; \vec{U}_2; \vec{U}_3; \dots; \vec{U}_n$.

Véc tơ tổng $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \dots + \vec{U}_n$.

+ Gọi φ là độ lệch pha giữa u và i ta có:

$$\tan \varphi = \frac{U_1 \sin \varphi_1 + U_2 \sin \varphi_2}{U_1 \cos \varphi_1 + U_2 \cos \varphi_2}$$



Chú ý: Để kiểm tra xem vẽ đúng hay sai ta có thể làm như sau Dùng định lí hàm cosin để kiểm tra.

$$U_1^2 = U^2 + U_2^2 - 2U.U_2 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{U^2 + U_2^2 - U_1^2}{2U.U_2}$$

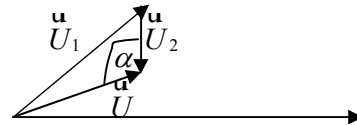
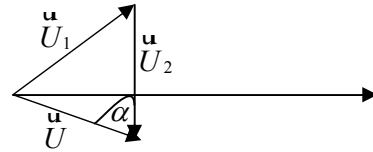
- Nếu $\cos \alpha > 0$ thì $\alpha < \pi/2$. Suy ra u chậm pha hơn i .

- Nếu $\cos \alpha < 0$ thì $\alpha > \pi/2$. Suy ra u sớm pha hơn i .

Hoặc ta có thể so sánh $U_1 \cdot \sin \varphi_1$ và $U_2 \cdot \sin \varphi_2$:

- Nếu $U_1 \cdot \sin \varphi_1 > U_2 \cdot \sin \varphi_2$: U sớm pha hơn i

- Nếu $U_1 \cdot \sin \varphi_1 < U_2 \cdot \sin \varphi_2$: U trễ pha hơn i

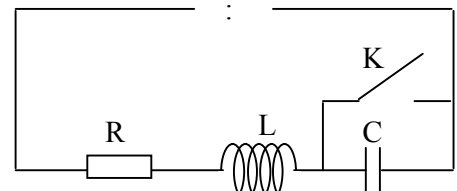


2. Bài tập

Bài 1: Đoạn mạch xoay chiều gồm một điện trở hoạt động R và một cuộn thuần cảm L mắc nối tiếp. Điện áp ở hai đầu đoạn mạch là $u = 120\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})V$ và cường độ dòng điện $i = 2\cos(100\pi t - \frac{\pi}{12})A$.

Tính R, L .

Bài 2: Cho mạch điện xoay chiều, điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có dạng: $u = 150\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$. Điện trở R nối tiếp với cuộn thuần cảm L và tụ điện C . Ampe kế có điện trở rất nhỏ. Khi khoá K mở, cường độ dòng điện qua mạch là $i = 5\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})(A)$. Khi khoá K đóng, ampe kế chỉ $I = 3A$.



Tìm R, L, C .

Bài 3: Đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh gồm một cuộn dây và một tụ điện. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là $u = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây là $U_1 = 120V$, giữa hai bản tụ điện là $U_2 = 120V$.

1) Tìm độ lệch pha giữa điện áp hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện chạy qua mạch.

2) Cường độ hiệu dụng của dòng điện là $I = 2A$.

a) Viết biểu thức dòng điện.

b) Tính điện dung C của tụ điện, điện trở hoạt động và độ tự cảm L .

Bài 4: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

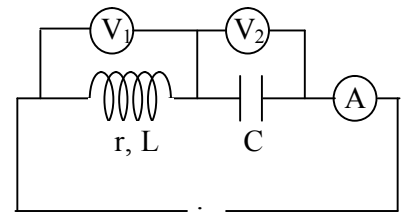
$u_{AB} = 90\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$. Các máy đo không ảnh hưởng gì đến dòng điện chạy qua mạch. V_1 chỉ $U_1 = 120V$; V_2 chỉ $U_2 = 150V$.

a) Tìm độ lệch pha giữa u và i .

b) Ampe kế chỉ $I = 3A$.

+ Viết biểu thức cường độ dòng điện.

+ Tính điện dung C của tụ điện, điện trở hoạt động r và độ tự cảm của cuộn dây.



1. Phương pháp

Xét hai đoạn mạch trên cùng một mạch điện; giả sử hai đoạn mạch này lệch pha nhau một góc β . ta có:

$$\varphi_1 = \varphi_2 \pm \beta$$

+ $\beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Hai đoạn mạch vuông pha.

+ $\beta = 0 \Rightarrow$ Hai đoạn mạch cùng pha.

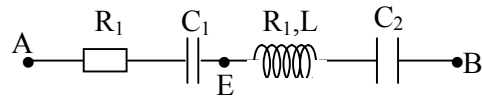
+ β là bất kì $\Rightarrow \tan \varphi_1 = \tan(\varphi_2 \pm \beta) = \frac{\tan \varphi_2 \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \varphi_2 \tan \beta}$.

Đặc biệt: $\beta = \pm \frac{\pi}{2}$, ta có: $\tan \varphi_1 = \tan(\varphi_2 \pm \frac{\pi}{2}) = -\cot \varphi_2 = -\frac{1}{\tan \varphi_2} \Rightarrow \tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 = -1$

2. Bài tập

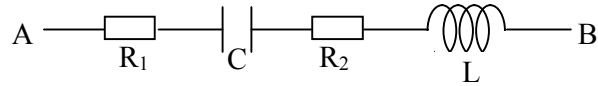
Bài 1: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ:

$$R_1 = 4\Omega; C_1 = \frac{10^{-2}}{8\pi} F; R_2 = 100\Omega; L = \frac{1}{\pi} H; f = 50\text{Hz}.$$

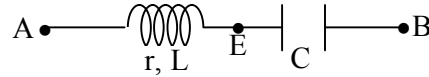


Tìm điện dung C_2 biết rằng điện áp u_{AE} và u_{EB} cùng pha.

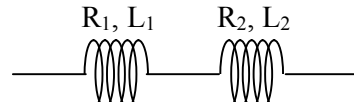
Bài 2: Cho mạch điện xoay chiều. Tìm mối liên hệ giữa R_1, R_2, C và L để u_{AE} và u_{EB} vuông pha nhau.



Bài 3: Cho mạch điện hình bên, $f = 50\text{Hz}$, $C = \frac{10^{-4}}{\pi} F$. Hãy tính điện trở hoạt động của cuộn dây biết điện áp u_{AE} lệch pha với điện áp u_{EB} một góc 135° và cường độ qua mạch cùng pha với điện áp u_{AB} .



Bài 4: Hai cuộn dây mắc nối tiếp với nhau và mắc vào mạng điện xoay chiều. Tìm mối liên hệ giữa R_1, L_1, R_2, L_2 để tổng trở đoạn mạch $Z = Z_1 + Z_2$. Trong đó Z_1, Z_2 là tổng trở hai cuộn dây.



Bài 5: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ:

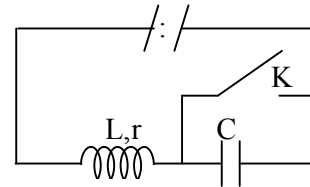
$$f = 50\text{Hz}, U_{AB} = 120\text{V}, R = 100\Omega, R_A = 0.$$

Khi khóa K đóng và khi K mở, ampe kế có số chỉ không đổi,

còn cường độ dòng điện lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$. Hãy tìm:

a) L và C .

b) Số chỉ của ampe kế.



1. Phương pháp

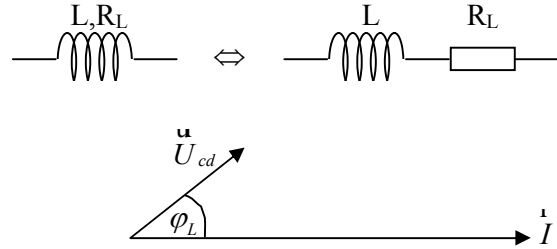
+ Cuộn dây có điện trở hoạt động, ta coi như một điện trở thuần hoạt động nối tiếp với một cuộn thuần cảm.

+ Các đặc điểm của đoạn mạch:

- $\text{Pha}(u_{cd}) = \text{Pha}(i) + \varphi_L$.

- $U_{cd} = I \cdot Z_{cd}; \quad Z_{cd} = \sqrt{R_L^2 + Z_L^2}$.

- Giảm đồ véc tơ:



2. Bài tập

Bài 1: Đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh

gồm một điện trở hoạt động $R_1 = 24\Omega$, một cuộn dây có điện trở hoạt động $R_2 = 16\Omega$ và có độ tự cảm

$L = \frac{4}{25\pi} H; C = \frac{10^{-2}}{46\pi} F$. Điện áp ở hai đầu đoạn mạch : $u = 150\cos 100\pi t(V)$. Tìm:

a) Cảm kháng, dung kháng, tổng trở của cuộn dây và tổng trở của đoạn mạch.

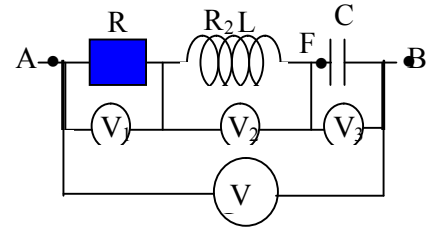
b) Biểu thức của cường độ dòng điện chạy qua đoạn mạch; điện áp ở hai đầu cuộn dây.

Bài 2: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Tần số $f = 50\text{Hz}$;

$R = 18\Omega; C = \frac{10^{-3}}{4\pi} F$; cuộn dây có điện trở thuần

$R_2 = 9\Omega; L = \frac{2}{5\pi} H$. Các máy đo có ảnh hưởng không đáng kể

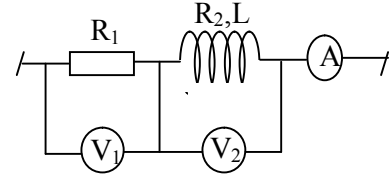
đối với dòng điện qua mạch. Vôn kế V_2 chỉ 82V. Hãy tìm số chỉ của cường độ dòng điện, vôn kế V_1 , vôn kế V_3 và vôn kế V.



Bài 3: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

Điện áp ở hai đầu đoạn mạch $u_{AB} = 25\sqrt{2}\cos 100\pi(V)$.

V_1 chỉ $U_1 = 12V$; V_2 chỉ $U_2 = 17V$, Ampe kế chỉ $I = 0,5A$. Tìm điện trở R_1, R_2 và L của cuộn dây.



Bài 4: Đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh gồm một cuộn dây có điện trở hoạt động $R = 30\Omega$ và

có độ tự cảm $L = \frac{2}{5\pi} H$, một tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-3}}{\pi} F$. Điện áp hai đầu cuộn dây là

$u_{cd} = 200\cos 100\pi t(V)$. Tìm biểu thức của:

a) Cường độ dòng điện qua mạch.

b) Điện áp giữa hai đầu tụ điện và ở hai đầu đoạn mạch.

Bài 5: Một cuộn dây khi mắc vào nguồn điện không đổi $U_1 = 100V$ thì cường độ dòng điện qua cuộn dây là $I_1 = 2,5 A$, khi mắc vào nguồn điện xoay chiều $U_2 = 100V, f = 50\text{Hz}$ thì cường độ dòng điện qua cuộn dây là $I_2 = 2 A$. Tính điện trở thuần của cuộn dây và hệ số tự cảm L.

Đ/S: $R = 40\Omega; L = 0.096H$

1. Phương pháp

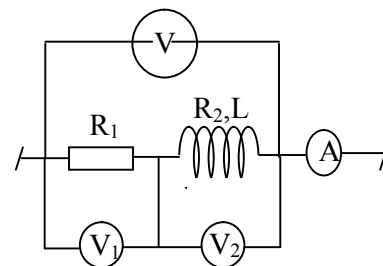
Dùng định nghĩa : $P = UI\cos\varphi = RI^2$; $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$.

2. Bài tập

Bài 1: Điện áp xoay chiều của đoạn mạch $u = 120\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})(V)$ và cường độ dòng điện trong

mạch $i = 3\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{12})(A)$. Tìm công suất của mạch điện.

Bài 2: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Các máy đo không ảnh hưởng đến dòng điện qua mạch. V_1 chỉ $U_1 = 36V$, V_2 chỉ $U_2 = 40V$, V chỉ $U = 68V$ Ampe kế chỉ $I = 2A$. Tìm công suất của mạch.



Bài 3: Đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh điện áp $U = 220V$ gồm một điện trở hoạt động $R_1 = 160\Omega$ và một cuộn dây. Điện áp hai đầu điện trở R_1 là $U_1 = 80V$, ở hai đầu cuộn dây là $U_2 = 180V$. Tìm công suất tiêu thụ của cuộn dây.

Bài 4: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ,

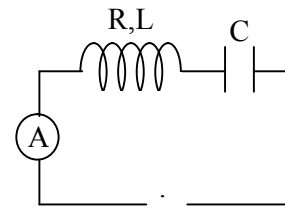
$u_{AB} = 60\sqrt{6}\cos 100\pi t(V)$, V_1 chỉ $U_1 = 60V$, V_2 chỉ $U_2 = 120V$. Các vôn kế có điện trở rất lớn, ampe kế có điện trở rất nhỏ.

a) Tính hệ số công suất.

b) Ampe kế chỉ $I = 2A$. Tính:

+ Công suất của mạch điện.

+ Điện trở R và độ tự cảm L của cuộn dây và điện dung C của tụ điện.



Bài 5: Điện áp ở hai đầu đoạn mạch là: $u_{AB} = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$ với điện trở $R = 100\Omega$, ống dây có hệ số tự cảm L và điện trở không đáng kể, tụ điện có điện dung C có thể thay đổi được.

1. Khi khóa K đóng:

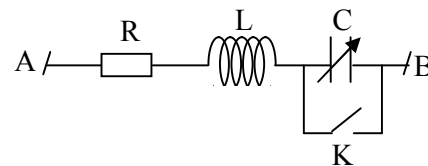
a) Tính hệ số tự cảm L của ống dây. Biết độ lệch pha giữa điện áp ở hai đầu đoạn mạch và dòng điện là 60° .

b) Tính tổng trở của đoạn mạch và viết biểu thức tức thời của dòng điện qua mạch.

2. Khóa K mở:

a) Xác định điện dung C của tụ điện để điện áp giữa hai đầu đoạn mạch cùng pha với cường độ dòng điện.

b) Tính công suất tiêu thụ của đoạn mạch.



I. Phương pháp

1. Bài toán 1: Khảo sát công suất theo R, theo L, theo C hoặc theo f

a) **Biên luận công suất theo R:** (Tìm R để P_{Max} , tìm P_{Max})

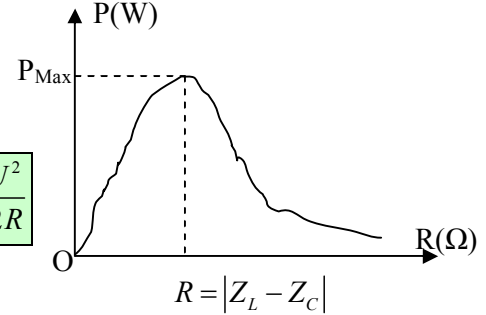
- ADCT:
$$P = RI^2 = \frac{RU^2}{Z^2} = \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}}$$

Ta có: $U = \text{const}$. Do đó P_{Max} khi và chỉ khi mẫu số Min, ta có:

$$MS = R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \geq 2|Z_L - Z_C| \Rightarrow MS_{Min} = 2|Z_L - Z_C| \Leftrightarrow$$

$$R = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \Rightarrow R = |Z_L - Z_C|$$
 Vậy ta có:
$$P_{Max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2R}$$

- Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của công suất vào R.



b) **Biên luận công suất theo L:** (Tìm L để P_{Max} , tìm P_{Max})

- ADCT:
$$P = RI^2 = \frac{RU^2}{Z^2} = \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

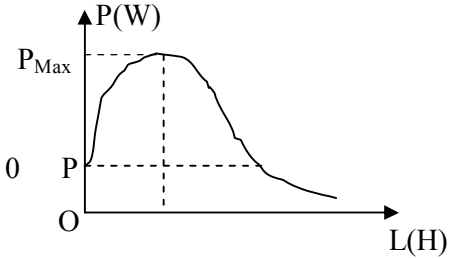
- Ta có: $U = \text{const}$, $R = \text{const}$. Do đó P_{Max} khi và chỉ khi mẫu số Min. Vậy ta có:

$$Z_L - Z_C = 0 \Leftrightarrow Z_L = Z_C \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 \cdot C}$$
 (Hiện tượng cộng hưởng điện xảy ra)

Vậy công suất Max:
$$P_{Max} = \frac{U^2}{R}$$

- Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của công suất vào L.

$$L = 0 \Rightarrow Z_L = 0 \Rightarrow P = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_C^2}; L \rightarrow \infty \Rightarrow Z_L \rightarrow \infty \Rightarrow P \rightarrow 0$$



c) **Biên luận công suất theo C:** (Tìm C để P_{Max} , tìm P_{Max})

- ADCT:
$$P = RI^2 = \frac{RU^2}{Z^2} = \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

- Ta có: $U = \text{const}$, $R = \text{const}$. Do đó P_{Max} khi và chỉ khi mẫu số Min.

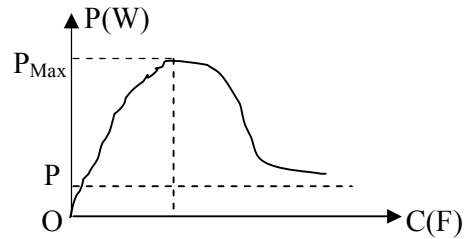
Vậy ta có:
$$Z_L - Z_C = 0 \Leftrightarrow Z_L = Z_C \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L}$$
 (Hiện tượng cộng hưởng điện xảy ra)

Vậy công suất Max:
$$P_{Max} = \frac{U^2}{R}$$

- Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của công suất vào C.

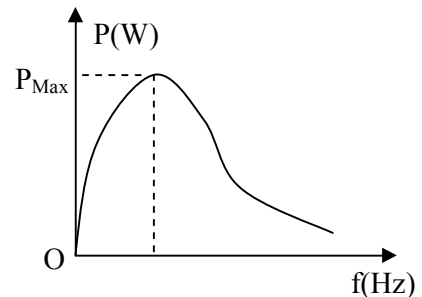
$$C = 0 \Rightarrow Z_C \rightarrow \infty \Rightarrow P = 0; C \rightarrow \infty \Rightarrow Z_C = 0 \Rightarrow P = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_L^2}$$



d) **Biên luận công suất theo f:** (Tìm f để P_{Max} , tìm P_{Max})

Làm tương tự như biên luận công suất theo L và C

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow 4\pi^2 f^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow P_{Max} = \frac{U^2}{R}$$



2. Bài toán 2: Khảo sát điện áp theo L, theo C.

- + Dùng đạo hàm.
- + Dùng bất đẳng thức côsi, bất đẳng thức Bunhiacôpski.
- + Dùng giản đồ Fre-nen.

a) Biện luận điện áp theo L:

- Vẽ giản đồ véc tơ, lấy trục dòng điện làm gốc, các véc tơ chỉ các giá trị hiệu dụng.

Ta có: $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C = \vec{U}_{RC} + \vec{U}_L$

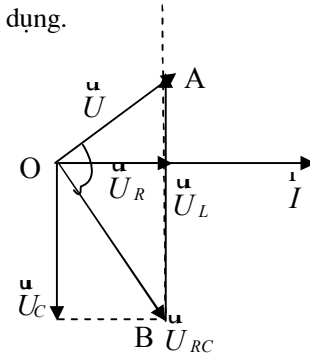
- Áp dụng định lí hàm sin trong tam giác ABO.

$$\frac{AB}{\sin \beta} = \frac{OA}{\sin B} = \frac{OB}{\sin A} \Leftrightarrow \frac{U_L}{\sin \beta} = \frac{U}{\sin B} = \frac{U_{RC}}{\sin A} \quad (1)$$

+ Tìm U_L max:

$$(1) \Rightarrow U_L = \sin \beta \frac{U}{\sin B}$$

Ta có: $U = \text{const}$, $\sin B = \frac{U_R}{U_{RC}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \text{const}$. Vậy



$$U_L \text{ max khi } \sin \beta \text{ đạt giá trị max } \Rightarrow \sin \beta = 1 (\beta = \frac{\pi}{2}) \Rightarrow U_L(\text{max}) = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

+ Tìm L:

$$(1) U_L = \sin \beta \frac{U_{RC}}{\sin A}. \text{ Vì tam giác ABO vuông ở O nên } \sin A = \cos B = \frac{Z_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

$$\Rightarrow U_L = \frac{U_{RC}}{Z_C} \sqrt{R^2 + Z_C^2} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow L = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega \frac{1}{\omega C}} = C(R^2 + Z_C^2)$$

b) Biện luận điện áp theo C:

- Vẽ giản đồ véc tơ, lấy trục dòng điện làm gốc, các véc tơ chỉ các giá trị hiệu dụng.

Ta có: $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C = \vec{U}_C + \vec{U}_{RL}$

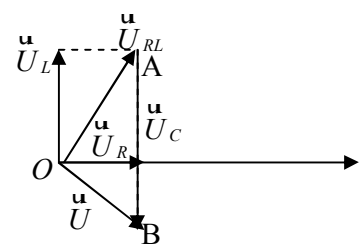
- Áp dụng định lí hàm sin trong tam giác ABO.

$$\frac{AB}{\sin \beta} = \frac{OA}{\sin B} = \frac{OB}{\sin A} \Leftrightarrow \frac{U_C}{\sin \beta} = \frac{U}{\sin B} = \frac{U_{RL}}{\sin A} \quad (2)$$

+ Tìm U_C max:

$$(2) \Rightarrow U_C = \sin \beta \frac{U}{\sin A}$$

Ta có: $U = \text{const}$, $\sin A = \frac{U_R}{U_{RL}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \text{const}$. Vậy



$$U_C \text{ max khi } \sin \beta \text{ đạt giá trị max } \Rightarrow \sin \beta = 1 (\beta = \frac{\pi}{2}) \Rightarrow U_C(\text{max}) = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$$

+ Tìm C:

$$(1) U_C = \sin \beta \frac{U_{RL}}{\sin B}. \text{ Vì tam giác ABO vuông ở O nên } \sin B = \cos A = \frac{Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$$

$$\Rightarrow U_C = \frac{U_{RL}}{Z_L} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \Leftrightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = \frac{R^2 + Z_L^2}{\omega L} \Rightarrow C = \frac{L}{R^2 + Z_L^2}$$

* **Chú ý:** Nếu vôn kế mắc vào cả 2 trong 3 phần tử của mạch điện thì phải dùng đạo hàm để tìm cực trị của điện áp.

II. Bài tập

Bài 1: Đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh gồm một điện trở hoạt động $R = 50\Omega$, một cuộn thuần cảm $L = \frac{1}{\pi}H$, một tụ điện có điện dung là C . Điện áp ở hai đầu đoạn mạch là: $u = 260\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$

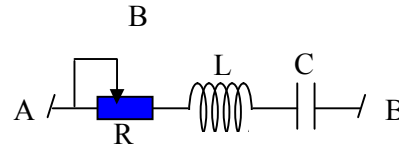
- Cho $C = \frac{10^{-3}}{22\pi}F$. Tìm:
 - Tổng trở của đoạn mạch.
 - Công suất và hệ số công suất.
- Thay đổi C sao cho công suất của mạch lớn nhất. Tìm:
 - Giá trị của C .
 - Công suất của mạch khi đó.

Bài 2: Đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh gồm một cuộn dây có điện trở hoạt động $R = 30\Omega$ và độ tự cảm là L , một tụ điện có điện dung $C_1 = \frac{10^{-3}}{8\pi}F$. Điện áp ở hai đầu đoạn mạch là $U = 100V$, tần số $f = 50Hz$. Công suất tiêu thụ của đoạn mạch là $P = 120W$.

- Tính hệ số công suất của mạch.
- Tìm độ tự cảm L của cuộn dây.
- Ghép thêm với C_1 một tụ C_2 sao cho hệ số công suất max.
 - Hãy cho biết cách ghép C_2 và tính C_2 .
 - Tìm công suất của mạch khi đó.

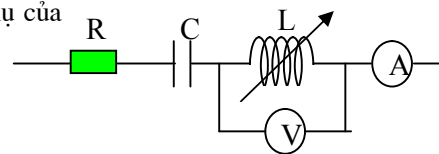
Bài 3: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. $u_{AB} = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$ $L = \frac{1}{10\pi}H$; $C = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{\pi}F$, R là một biến trở.

- Cho $R = 20\Omega$. Tìm:
 - Tổng trở của mạch điện.
 - Công suất và hệ số công suất.
 - Biểu thức của dòng điện.
- Thay đổi R sao cho công suất của mạch là max. Tìm:
 - R .
 - Công suất và hệ số công suất.
 - Biểu thức của dòng điện.



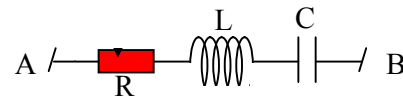
Bài 4: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ: $R = 100\Omega$; $C = \frac{10^{-4}}{\pi}F$. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u_{AB} = 200\cos 100\pi t(V)$. Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được.

- Tìm L để công suất của mạch lớn nhất. Tính công suất tiêu thụ của mạch khi đó.
- Tìm L để công suất của mạch là $100W$. Viết biểu thức dòng điện trong mạch.
- Khảo sát sự thay đổi của công suất theo L khi L thay đổi từ 0 đến vô cùng.
- Tìm L để vôn kế chỉ giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất của vôn kế khi đó.



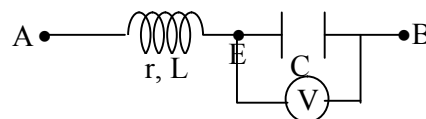
Bài 5: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Điện áp ở hai đầu đoạn mạch là U , điện trở thuần R , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L , tụ điện có điện dung C . Tần số f của dòng điện có thể thay đổi được. Tìm ω để:

- Điện áp hiệu dụng ở hai đầu R Max.
- Điện áp hiệu dụng ở hai đầu L Max.
- Điện áp hiệu dụng ở hai đầu C Max.



Bài 6: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. $u_{AB} = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$, $r = 30\Omega$; $L = \frac{2}{5\pi}H$

$R_V \rightarrow \infty$. Tìm C để Vôn kế chỉ giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất của vôn kế khi đó.

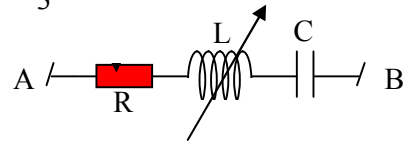


Bài 7: Cho mạch điện xoay chiều như hình. Điện trở thuần $R = 40\Omega$, tụ có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi} F$, Độ tự cảm L có thể thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều không đổi.

1. Khi $L = \frac{3}{5\pi} H$, điện áp trên đoạn mạch DB là: $u_{DB} = 80\cos(100\pi t - \frac{\pi}{3})(V)$.

a) Viết biểu thức cường độ dòng điện tức thời chạy qua mạch và điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch.

b) Tính điện lượng chuyển qua tiết diện của dây dẫn trong 1/4 chu kỳ kể từ lúc dòng điện bị triệt tiêu.



2. Cho L biến thiên từ 0 đến vô cùng.

a) Tìm L để điện áp ở hai đầu cuộn dây đạt giá trị max. Tìm giá trị lớn nhất của điện áp ở hai đầu cuộn dây.

b) Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc U_L vào L .

Bài 8: Cho mạch R,L,C, $u = 150\sqrt{2}\cos(100\pi t) V$. $L = 2/\pi H$, $C = 10^{-4}/0,8\pi F$, mạch tiêu thụ với công suất $P = 90 W$. Xác định R trong mạch.

- A. 90Ω B. 160Ω C. 250Ω D. cả A và B

Bài 9: Cho mạch R,L,C, cho $u = 30\sqrt{2}\cos(100\pi t)V$, khi $R = 9\Omega$ thì i_1 lệch pha φ_1 so với u . Khi $R = 16\Omega$ thì i lệch φ_2 so với u . Cho độ lớn của $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$. Xác định L .

- A. $0,08/\pi H$ B. $0,32/\pi H$ C. $0,24/\pi H$ D. cả A và B

Bài 10: Cho mạch R,L,C, $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)V$, $L = 1,4/\pi H$, $C = 10^{-4}/2\pi F$. Xác định công suất tiêu thụ cực đại trong mạch

- A. $120W$ B. $83,3 W$ C. $160 W$ D. $100W$

Bài 11: Cho mạch R,L,C, $u = 200\cos(100\pi t)$ $R = 100\Omega$, $L = 1/\pi H$, $C = 10^{-4}/2\pi F$. Xác định biểu thức hiệu điện thế hai đầu điện trở R

- A. $u = 100\cos(100\pi t + \pi/4) V$ B. $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t + \pi/4) V$
 C. $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t + 3\pi/4)V$ D. $u = 100\cos(100\pi t - \pi/4)V$

Bài 12. Cho mạch R,L,C,R có thể thay đổi được, $U = U_{RL} = 100\sqrt{2} V$, $U_C = 200V$. Xác định công suất tiêu thụ trong mạch.

- A. $100W$ B. $100\sqrt{2} W$ C. $200W$ D. $200\sqrt{2} W$

Bài 13: Cho mạch điện xoay chiều có $i = \sqrt{2}\cos(100\pi t)$ A. cho mạch chỉ có một phần tử duy nhất là C với $Z_C = 100\Omega$. Biểu thức của hiệu điện thế đặt vào hai đầu đoạn mạch là

- A. $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t) V$ C. $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t + \pi) V$
 B. $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t + \pi/2)V$ D. $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t - \pi/2)V$

Bài 14: Cho mạch điện xoay chiều RLC ghép nối tiếp nhau, $R = 140\Omega$, $L = 1 H$, $C = 25 mF$, $I = 0,5 A$, $f = 50 Hz$. Tổng trở của toàn mạch và hiệu điện thế hai đầu mạch là

- A. $233\Omega, 117 V$ B. $323\Omega, 117V$ C. $233\Omega, 220V$ D. $323\Omega, 220 V$

Bài 15: Một bàn là điện coi như một điện trở thuần R được mắc vào mạng điện $110 V - 50Hz$. Cho biết bàn là chạy chuẩn nhất ở $110 V - 60 Hz$. Hỏi công suất của bàn là sẽ thay đổi thế nào.

- A. có thể tăng hoặc giảm xuống C. Tăng lên
 B. Giảm xuống D. Không đổi

Bài 16: Một cuộn dây có $L = 2/15\pi H$ và $R = 12\Omega$, được đặt vào một hiệu điện thế xoay chiều $100 V - 60 Hz$. Hỏi cường độ dòng điện qua cuộn dây và nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở trong một phút là ?

- A. $3A, 15 kJ$ B. $4A, 12 kJ$ C. $5A, 18kJ$ D. $6A, 24kJ$

Bài 17: Hiệu điện thế đặt vào mạch điện là $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t - \pi/6) V$. Dòng điện trong mạch là $i = 4\sqrt{2}\cos(100\pi t - \pi/2) A$. Công suất tiêu thụ của đoạn mạch là

- A. $200W$. B. $400W$ C. $600W$ D. $800W$

Bài 18: Một thiết bị điện có ghi giá trị định mức trên nhãn là $110 V$. Hỏi thiết bị phải chịu được hiệu điện thế tối thiểu là bao nhiêu?

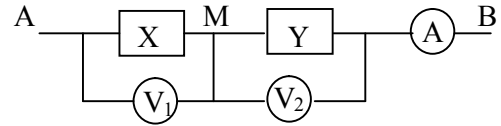
- A. $220\sqrt{2} V$ B. $220V$ C. $110\sqrt{2} V$ D. $110V$

I. Phương pháp

- + Dựa vào dữ kiện của bài toán cho biết hộp đen chứa phần tử nào.
- + Dựa vào đặc điểm của từng đoạn mạch;
 - Đoạn mạch có điện áp nhanh pha hơn dòng điện thì mạch đó có thể có: L ; L và C ($Z_L > Z_C$); L và R hoặc R,L,C nối tiếp ($Z_L > Z_C$).
 - Đoạn mạch có điện áp trễ pha hơn dòng điện thì mạch đó có thể có: C ; L và C ($Z_L < Z_C$); C và R hoặc R,L,C nối tiếp ($Z_L < Z_C$).
 - Đoạn mạch mà điện áp cùng pha với dòng điện thì có thể có: R hoặc RLC ($Z_L = Z_C$).
 - Đoạn mạch có điện áp vuông pha dòng điện thì mạch đó có thể có: chỉ có C hoặc chỉ có L hoặc có cả L và C.

II. Bài tập

Bài 1: Xò mạch điện xoay chiều như hình vẽ. X và Y là hai hộp, mỗi hộp chỉ chứa hai trong ba phần tử: điện trở thuần, thuần cảm và tụ điện mắc nối tiếp với nhau. Các vôn kế V_1, V_2 và ampe kế đo được cả dòng điện xoay chiều và dòng điện một chiều. $R_V ? ; R_A =$.

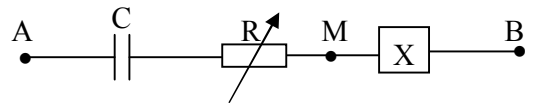


Khi mắc hai điểm A và M vào 2 cực của nguồn điện một chiều, ampe kế chỉ 2A, V_1 chỉ 60V. Khi mắc A và B vào nguồn điện xoay chiều, tần số 50Hz thì ampe kế chỉ 1A, các vôn kế chỉ cùng một giá trị 60V, nhưng u_{AM} và u_{MB} lệch pha nhau $\pi/2$. Hộp X và Y chứa những phần tử nào? Tính giá trị của chúng.

Bài 2: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. R là biến trở, tụ điện C có điện dung $\frac{10^{-3}}{9\pi} F$. X là đoạn mạch gồm hai trong ba phần tử: R_0, L_0, C_0 mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu A và B một điện áp xoay chiều có điện áp hiệu dụng U_{AB} là không đổi.

1. Khi $R = R_1 = 90\Omega$ thì: $u_{AM} = 180\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})(V)$

$u_{MB} = 60\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$.



- a) Viết biểu thức u_{AB} .
- b) Xác định các phần tử của X và giá trị của chúng.
2. Khi cho R biến đổi từ 0 cho đến vô cùng.
 - a) Khi $R = R_2$ thì công suất của mạch cực đại. Tìm R_2 và P_{Max} .
 - b) Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của P vào R.

Bài 3: Cho một hộp đen X bên trong chứa 2 trong 3 phần tử R, L,C. Đặt một hiệu điện thế không đổi

$U = 100 V$ vào hai đầu đoạn mạch thì thấy $I = 1 A$. Xác định các phần tử trong mạch và giá trị của các phần tử đó.

- A. R,L $R = 200\Omega$ B. R,C C. R,L $R = Z_L = 100 \Omega$ D. R,L $R = 100 \Omega$.

Bài 4: Cho một hộp đen bên trong chứa một số phần tử (mỗi loại một phần tử) Mắc một hiệu điện thế không đổi vào hai đầu hộp thì nhận thấy cường độ dòng điện qua hộp đạt cực đại là vô cùng. Xác định phần tử trong hộp.

- A. Chỉ chứa L B. Chứa L,C và cộng hưởng
C. không xác định được D. Cả A và C

Bài 5: Cho hai hộp đen, mỗi hộp chỉ có phần tử duy nhất mắc vào mạch điện xoay chiều có $f =$ hằng số. Người ta nhận thấy hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch nhanh pha $\pi/4$ so với cường độ dòng điện hai đầu mạch. Xác định các phần tử của mỗi hộp

- A. R, L B. R,C C. C, L. D. R, L và $R = Z_L$

I. Phương pháp

- Tần số do máy phát điện phát ra:** $f = n.p$. Trong đó: p — là số cặp cực của máy phát điện.
n — là tốc độ quay của rôto (vòng/giây)
f — là tần số dòng điện do máy phát ra.
- Từ thông qua phần ứng:** $\Phi = N.B.S.\cos\omega t = N.\Phi_0\cos\omega t$
 $\Phi_0 = BS$: từ thông cực đại qua một vòng dây.
- Suất điện động tức thời qua phần ứng:** $e = NBS\omega.\sin\omega t = N\Phi_0\omega\sin\omega t = E_0\sin\omega t$;
trong đó $E_0 = NBS\omega$ được gọi là suất điện động cực đại.
- Quan hệ giữa điện áp dây và điện áp pha của máy phát điện ba pha.**
+ Mắc hình sao: $U_d = \sqrt{3}.U_p ; I_d = I_p$.
+ Mắc hình tam giác: $U_d = U_p ; I_d = \sqrt{3}.I_p$.
- Hiệu suất của động cơ điện.** $H = \frac{P_{c.i}}{P_{t.p}} = \frac{P_{co}}{P_{dien}}$
- Độ tự cảm của ống dây:** $L = 4\pi.10^{-7} \frac{N^2}{l} .S$

II. Bài tập

Bài 1: Một máy điện gồm phần cảm có 12 cặp cực quay với tốc độ 300 vòng / phút. Từ thông cực đại qua các cuộn dây lúc đi ngang qua đầu cực là 0,2 Wb và mỗi cuộn dây có 5 vòng. Tìm:

- Tần số dòng điện phát ra.
- Biểu thức suất điện động xuất hiện ở phần ứng. Suất điện động hiệu dụng.

Đ/S: a) $f = 60\text{Hz}$; b) $e = 9034\cos 120\pi t(V)$; $E = 6407V$

Bài 2: Một máy dao điện có rôto 4 cực quay đều với tốc độ 25 vòng / phút. Stato là phần ứng gồm 100 vòng dây dẫn diện tích 6.10^{-2} m^2 . Cảm ứng từ $B = 5.10^{-2} \text{ T}$.

- Viết biểu thức suất điện động cảm ứng và tính suất điện động hiệu dụng của máy phát.
- Hai cực của máy phát được nối với điện trở thuần R, nhúng vào trong 1kg nước. Nhiệt độ của nước sau mỗi phút tăng thêm $1,9^{\circ}$. Tính R (Tổng trở của phần ứng của máy dao điện được bỏ qua). Nhiệt dung riêng của nước là 4186 J/kg.độ.

Đ/S: 1. $e = 94,2\cos 100\pi t(V)$; $E = 66,6V$; 2. $R \approx 33,5\Omega$

Bài 3: Một máy dao điện có suất điện động hiệu dụng $E = 100V$, tần số $f = 50\text{Hz}$ có hai cực nối với cuộn dây có độ tự cảm $L = \frac{3}{10\pi} H$, được quấn bằng $l = 10\text{m}$ dây Ni-Cr có điện trở suất $\rho = 10^6 \Omega m, S = 0,25\text{mm}^2$.

Dòng điện qua cuộn dây trong thời gian $t = 35$ phút và toàn bộ nhiệt lượng toả ra dùng để cung cấp cho khối lượng $m = 1\text{kg}$ nước đang ở nhiệt độ $\theta_1 = 20^{\circ}C$. Nhiệt dung riêng của nước là $c = 4200\text{J/kg.độ}$.

- Tính nhiệt độ sau cùng θ_2 của khối nước. Giả sử tổng trở của máy dao điện không đáng kể.
- Máy gồm khung hình chữ nhật diện tích $S_k = 0,04\text{m}^2$, gồm $N = 500$ vòng dây quay đều trong từ trường đều \underline{B} , vuông góc với trục quay. Tìm B.

Đ/S: 1. $\theta_2 = 100^{\circ}C$; 2. $B = 0,023 \text{ T}$

Bài 4: Một máy phát điện ba pha có tần số $f = 50\text{Hz}$.

1. Cuộn dây phần ứng mắc hình sao. Biết điện áp giữa mỗi dây pha và dây trung hoà là $U_p = 220V$. Tìm điện áp giữa mỗi dây pha với nhau.

2. Ta mắc mỗi tải vào mỗi pha của mạng điện: Tải Z_1 (R, L nối tiếp) mắc vào pha 1; tải Z_2 (R, C nối tiếp) mắc vào pha 2, tải Z_3 (RLC nối tiếp) mắc vào pha 3. Cho $R = 6\Omega$; $l = 2,55.10^{-2} H$; $C = 306\mu F$. Tìm:

- $I_1 = ? I_2 = ? I_3 = ?$
- $P_1 = ? P_2 = ? P_3 = ?$ và $P = ?$

Đ/S: a) $I_1 = 22A, I_2 = 18,3A, I_3 = 34A$; b) $P_1 = 2904W, P_2 = 2009W, P_3 = 6936W, P = 11849W$

I. Phương pháp

+ Suất điện động trong cuộn sơ cấp: $e_1 = N_1 \cdot \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|$

+ Suất điện động trong cuộn thứ cấp: $e_2 = N_2 \cdot \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$ (1)

Trong đó e_1 được coi như nguồn thu: $e_1 = u_1 - i_1 \cdot r_1$

e_2 được coi như nguồn phát: $e_2 = u_2 + i_2 \cdot r_2 \Rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{u_1 - i_1 \cdot r_1}{u_2 + i_2 \cdot r_2} = \frac{N_1}{N_2}$ (2)

Khi $r_1 \approx r_2 \approx 0$ thì ta có: $\frac{e_1}{e_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$ (3)

- Nếu $k > 1 \Rightarrow U_1 > U_2 \Rightarrow$ máy hạ áp

- Nếu $k < 1 \Rightarrow U_1 < U_2 \Rightarrow$ máy tăng áp

+ Công suất của máy biến thế: - Công suất của cuộn sơ cấp: $P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1$

- Công suất của cuộn thứ cấp: $P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$

+ Hiệu suất của máy biến thế: $H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1 \cos \varphi_1}$

+ Nếu bỏ qua hao phí tiêu thụ điện năng tức $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2$ và $H = 1$ thì ta có: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2}$

II. Bài tập

Bài 1: Cuộn sơ cấp của một máy biến áp được nối với mạng điện xoay chiều có điện áp 380V. Cuộn thứ cấp có dòng điện 1,5A chạy qua và có điện áp giữa hai đầu dây là 12V. Biết số vòng dây của cuộn thứ cấp là 30. Tìm số vòng dây của cuộn sơ cấp và cường độ dòng điện chạy qua nó. Bỏ qua hao phí điện năng trong máy.

Đ/S: $N_1 = 950$ vòng; $I_1 = 0,047A$

Bài 2: Một máy biến áp có cuộn sơ cấp gồm 300 vòng dây, cuộn thứ cấp gồm 1500 vòng dây. Cuộn dây sơ cấp được nối với mạng điện xoay chiều có điện áp 120 V.

1) Tìm điện áp ở hai đầu cuộn thứ cấp.

2) Bỏ qua tổn hao điện năng ở trong máy, cuộn sơ cấp có dòng điện 2 A chạy qua. Tìm dòng điện chạy trên cuộn thứ cấp.

Đ/S: 1) $U_2 = 600$ V; 2) $I_2 = 0,4$ A

Bài 3: Một máy biến áp lí tưởng có hai cuộn dây lần lượt có số vòng là 20000 vòng và 100 vòng.

a) Muốn tăng áp thì cuộn nào là sơ cấp? Nếu đặt vào cuộn sơ cấp điện áp hiệu dụng 220 thì điện áp hiệu dụng ở cuộn thứ cấp bằng bao nhiêu?

b) Cuộn nào có tiết diện dây lớn hơn?

Bài 4: Một máy biến áp cung cấp một dòng điện 30 A dưới hiệu điện thế hiệu dụng 220 V. Điện áp hiệu dụng ở cuộn sơ cấp là 5 kV.

a) Tính công suất tiêu thụ ở cửa vào và ra của máy biến áp.

b) Tính cường độ hiệu dụng ở cuộn sơ cấp. (Coi máy biến áp là lí tưởng)

Bài 5: Một máy biến áp gồm cuộn sơ cấp 300 vòng, cuộn thứ cấp 1500 vòng. Mắc cuộn sơ cấp vào một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng 120 V.

a) Tìm điện áp hiệu dụng ở cuộn thứ cấp.

b) Cho hiệu suất của máy biến áp là 1 (không hao phí năng lượng). Tính cường độ hiệu dụng ở cuộn sơ cấp, nếu cường độ hiệu dụng ở cuộn thứ cấp là 2 A.

I. Phương pháp

+ Giả sử điện áp và cường độ dòng điện luôn luôn cùng pha. Tức là $\cos\varphi = 1$.

+ Công suất hao phí trên đường dây

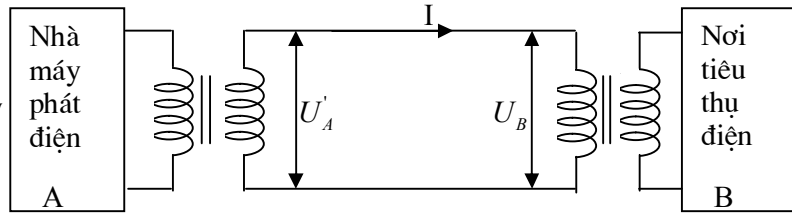
là: $\Delta P = I^2 \cdot R = \frac{P^2}{U^2} \cdot R$

trong đó R là điện trở của dây dẫn.

P là công suất nhà máy phát điện ($P = P_A$); U hiệu suất ở hai đầu dây ($U = U'_A$).

+ Độ giảm thế trên đường dây là: $\Delta U = U'_A - U_B = U - U_B = I \cdot R$

+ Hiệu suất tải điện: $H = \frac{P_B}{P_A} = \frac{P_A - \Delta P}{P_A} = \frac{P - \Delta P}{P}$



II. Bài tập

Bài 1: Một trạm phát điện truyền đi với công suất 50 kW, điện trở của dây dẫn là 4Ω.

1. Tính độ giảm thế, công suất hao phí trên dây dẫn và hiệu suất tải điện, biết rằng hiệu điện thế ở trạm phát là 500 V.
2. Nếu nối hai cực của trạm phát điện với một máy áp có hệ số công suất $k = 0,1$ ($k = U_1/U_2$) thì công suất hao phí trên đường dây và hiệu suất của sự tải điện bây giờ bằng bao nhiêu? Bỏ qua sự hao phí năng lượng trong máy biến áp. Giả sử điện áp và dòng điện luôn luôn cùng pha.

Đ/S: 1. $\Delta U = 400$ V, $H = 20$ %; 2. $\Delta P' = 400$ W, $H' = 99,2$ %.

Bài 2: Hai thành phố A và B cách nhau 100 km. Điện năng được tải từ một biến thế ở A tới một biến thế ở B bằng hai dây đồng tiết diện tròn, đường kính $d = 1$ cm. Cường độ dòng điện trên dây tải là $I = 50$ A, công suất tiêu thụ điện tiêu hao trên đường dây bằng 5 % công suất tiêu thụ ở B và điện áp hiệu dụng ở cuộn thứ cấp hạ thế ở B là $U' = 200$ V. Tính:

1. Công suất tiêu thụ điện ở B.
2. Tỷ số biến thế của cái hạ áp ở B.
3. Điện áp ở hai đầu cuộn thứ cấp của cái tăng áp ở A.

Cho điện trở suất của dây đồng là $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega m$. Dòng điện và điện áp luôn luôn cùng pha, hao phí biến áp là không đáng kể.

Đ/S: 1. $2 \cdot 10^6$ W, 2. 200, 3. 42000 V

Bài 3: Một máy biến áp có số vòng của cuộn sơ cấp và thứ cấp là 6250 vòng và 1250 vòng. Hiệu suất của máy biến áp là 96 %. Máy nhận công suất 10 kW ở cuộn sơ cấp.

1. Tính hiệu điện thế ở hai đầu cuộn thứ cấp, biết hiệu điện thế ở hai đầu cuộn sơ cấp là 1000 V (cho biết hiệu suất không ảnh hưởng đến điện áp).
2. Tính công suất nhận được ở cuộn thứ cấp và cường độ hiệu dụng trong mạch thứ cấp. Biết hệ số công suất ở mạch thứ cấp là 0,8.
3. Biết hệ số tự cảm tổng cộng ở mạch thứ cấp là 0,2 H. Tìm điện trở của mạch thứ cấp. Tần số dòng điện là 50 Hz.

Đ/S: 1. $U_2 = 200$ V; $P_2 = 9600$ W, $I_2 = 60$ A; 3. $R = 83,7 \Omega$

Bài 4: Một máy phát điện có công suất 100 kW. Điện áp hiệu dụng ở hai cực máy phát là 1 kV. Để truyền đến nơi tiêu thụ người ta dùng một đường dây tải điện có điện trở tổng cộng là 6 Ω.

1. Tính hiệu suất của sự tải điện này.
2. Tính điện áp hiệu dụng ở hai đầu dây nơi tiêu thụ.
3. Để tăng hiệu suất tải điện, người ta dùng một máy biến áp đặt ở nơi máy phát có tỉ số giữa vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp là 10. Tính công suất hao phí trên dây và hiệu suất tải điện lúc này. Bỏ qua hao phí trong máy biến áp.
4. Ở nơi tiêu thụ cần dùng điện có điện áp hiệu dụng 200 V thì phải dùng một biến áp có tỉ số vòng giữa hai cuộn dây sơ cấp và thứ cấp là bằng bao nhiêu?

Đ/S: 1. $H = 40$ %; 2. $U' = 400$ V; 3. $\Delta P' = 600$ W, $H' = 99,4$ %; 4. 49,7

DẠNG 1

TÌM CHU KÌ - NĂNG LƯỢNG CỦA MẠCH DAO ĐỘNG

I. Phương pháp

1. Chu kỳ dao động điện (chu kỳ dao động riêng):

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

2. Tần số dao động riêng:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

3. Năng lượng của mạch dao động:

$$+ \text{Năng lượng điện trường: } W_d = \frac{1}{2}qu = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$+ \text{Năng lượng từ trường: } W_t = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\omega^2 Q_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$+ \text{Năng lượng điện từ (năng lượng trong mạch dao động): } W = W_d + W_t = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{1}{2}LI_0^2$$

* **Chú ý:** + Hiện tượng biên độ I_0 đạt giá trị cực đại khi tần số ω của điện áp cưỡng bức bằng tần số dao động riêng ω_0 của mạch dao động gọi là **hiện tượng cộng hưởng**.

+ Sự phụ thuộc của biên độ I_0 của dao động điện xoay chiều i vào hiệu $|\omega - \omega_0|$:

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}. \text{ Tần số dao động riêng } \omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Vậy ta có: $I = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega^2}(\omega^2 - \omega_0^2)^2}}$. Nếu $\omega \gg \omega_0$ hoặc $\omega \ll \omega_0$ thì I_0 rất nhỏ. **Độ lệch pha** giữa dao

động điện từ cưỡng bức và điện áp cưỡng bức là: $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{L}{\omega R}(\omega^2 - \omega_0^2)$

+ Khi xảy ra **cộng hưởng trong mạch dao động** ($\omega = \omega_0$), ta có: $I_{0max} = \frac{U_0}{R}$.

II. Bài tập

Bài 1: Một khung dao động có cuộn dây có hệ số tự cảm $L = 5 \text{ H}$ và tụ điện có điện dung $C = 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$. Điện áp cực đại trên hai bản của tụ điện là 10 V . Hãy tìm:

1. Chu kỳ dao động điện từ trong khung.

2. Năng lượng của khung dao động.

Đ/s: 1. 0,0314 s; 2. $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

Bài 2: Một khung dao động gồm điện dung $C = 1/\pi \text{ (mF)}$ và cuộn dây thuần cảm có $L = 1/\pi \text{ (H)}$. Điện áp cực đại trên hai bản của tụ điện là 6 (V) .

1. Tính tần số dao động riêng của khung.

2. Tính năng lượng của khung dao động.

Đ/s: 1. 500 Hz; 2. $5,73 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

Bài 3: Cuộn cảm của một mạch dao động có độ tự cảm 3 mH . Tụ điện trong mạch là tụ điện xoay có điện dung có thể biến thiên từ 12 pF đến 1200 pF . Hỏi tần số dao động riêng của mạch có thể thay đổi trong khoảng nào?

Bài 4: Tụ điện của một mạch dao động có điện dung $4,5 \text{ pF}$; cuộn cảm có độ tự cảm $0,8 \text{ mH}$; điện trở của mạch là 1Ω .

1. Tìm tần số dao động riêng của mạch.

2. Tạo ra trong mạch một điện áp cưỡng bức có biên độ không đổi 1 mV và tần số f có thể thay đổi được. Hãy tính biên độ của dao động điện từ cưỡng bức I_0 trong mạch ứng với các tần số của điện áp cưỡng bức 1 MHz ; 2 MHz ; 3 MHz và 4 MHz .

3. Hãy tìm biên độ của dao động điện từ cộng hưởng I_{0max} .

4. Hãy vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của biên độ dao động điện từ cưỡng bức I_0 theo tần số f của điện áp cưỡng bức trong khoảng biến thiên của f từ 1 MHz đến 4 MHz .

I. Phương pháp

+ Bước sóng điện từ: $\lambda = c.T = \frac{c}{f} = 2\pi.c.\sqrt{LC}$

+ Chú ý: $c = 3.10^8$ m/s; f là tần số của sóng điện từ (Hz).

- Tụ điện xoay gồm n bản, mỗi bản có tiết diện đối diện S , khoảng cách hai bản liên tiếp d :

$$C = (n-1).C_0 = (n-1).S/4\pi.k.d$$

- Ghép tụ điện nối tiếp: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$; Chú ý: $C < C_1, C_2, \dots, C_n$

- Ghép tụ song song: $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$; Chú ý: $C > C_1, C_2, \dots, C_n$

II. Bài tập

Bài 1: Một khung dây gồm có điện dung $C = 50$ pF và cuộn dây có $L = 5$ mH. Hỏi khung dao động này có thể thu được sóng điện từ có bước sóng bằng bao nhiêu?

Đ/s: 942m

Bài 2: Khung dao động gồm một cuộn dây L và tụ điện C thực hiện dao động điện từ tự do. Điện tích cực đại trên một bản là $Q_0 = 10^{-6}$ C và cường độ dòng điện cực đại trong khung là $I_0 = 10$ A.

1. Tìm bước sóng của dao động tự do trong khung.
2. Nếu thay tụ điện C bằng tụ điện C' thì bước sóng của khung dao động tăng lên 2 lần. Hỏi bước sóng của khung là bao nhiêu nếu mắc C' song song với C ; C' nối tiếp với C .

Đ/s: 1. 188,4m; 2. C' song song C : 421,3m; C' nối tiếp C : 168,5m

Bài 3: Tụ điện xoay có tất cả 19 tấm nhôm có diện tích đối diện $S = 3,14$ cm², khoảng cách của hai tấm liên tiếp là $d = 1$ mm.

1. Tìm điện dung của tụ điện xoay. cho $k = 9.10^9$ Nm²/C².
2. mắc hai đầu tụ điện xoay với cuộn cảm $L = 5$ mH. Hỏi khung này dao động thì có thể thu được sóng điện từ có bước sóng bằng bao nhiêu?

Đ/s: 1. $C = 50$ pF; 2. 942 m

Bài 4: Một mạch dao động để chọn sóng của một máy thu thanh gồm một cuộn dây có hệ số tự cảm $L = 17,6$ μH và một tụ điện có điện dung $C = 1000$ pF; các dây nối và điện dung không đáng kể.

1. Mạch dao động nói trên có thể bắt được sóng có tần số bao nhiêu?
2. Để máy bắt được sóng có dải sóng từ 10m đến 50m, người ta ghép thêm một tụ biến đổi với tụ trên. Hỏi tụ biến đổi phải ghép như thế nào và có điện dung trong khoảng nào?
3. Khi đó, để bắt được bước sóng 25m phải đặt tụ biến đổi ở vị trí có điện dung bằng bao nhiêu?

Đ/s: 1. $f = 1,2$ MHz, $\lambda = 250$ m; 2. C' ghép nối tiếp với C , $1,6$ pF $< C' < 41,6$ pF; 3. $C'' = 10$ pF

Bài 5: Khi khung dao động dùng tụ điện C_1 thì tần số dao động riêng của khung là 30 KHz, còn khi thay C_1 bằng C_2 thì tần số dao động riêng của khung là 40KHz.

- a. Hỏi tần số dao động riêng của khung là bằng bao nhiêu khi C_2 được nối song song với C_1 ?
- b. Còn nếu C_2 nối tiếp với C_1 thì tần số dao động riêng của khung là bằng bao nhiêu?

Đ/s: a. $f = 24$ KHz; b. $f = 50$ KHz

Phần VIII QUANG LÝ - TÍNH CHẤT SÓNG CỦA ÁNH SÁNG

DẠNG 1

MỘT BỨC XẠ - ÁNH SÁNG ĐƠN SẮC

I. Phương pháp

+ Khoảng vân: $i = \frac{\lambda D}{a}$ Trong đó: D là khoảng cách từ hai nguồn đến màn; a = S₁S₂ khoảng cách của hai nguồn; λ là bước sóng của ánh sáng đơn sắc.

+ Vị trí vân sáng: $x = k \frac{\lambda D}{a}$ (k ∈ Z)

+ Vị trí vân tối: $x = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda D}{a}$ (k ∈ Z)

II. Bài tập

Bài 1: Hai khe Young cách nhau 1mm, nguồn sáng đơn sắc có bước sóng 0,6μm cách đều hai khe. Tính khoảng cách giữa hai vân sáng (hay tối) nằm liền kề nhau ở trên màn được đặt song song và cách đều hai khe một khoảng 0,2cm. Đ/s: i = 0,12mm

Bài 2: Trong thí nghiệm Young, khoảng cách giữa hai khe sáng là 1mm. Khoảng cách từ hai khe đến màn ảnh là 1m. Bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm là 0,6μm.

1. Tính hiệu đường đi từ S₁ và S₂ đến màn và cách vân trung tâm 1,5cm.

2. Tính khoảng cách của hai vân sáng liền tiếp. Đ/s: 1. δ = 15μm; 2. i = 0,6 mm

Bài 3: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với hai nguồn kết hợp S₁, S₂ cách nhau 2mm và cách màn D = 1,2m, ta được khoảng vân i = 0,3mm. Tính bước sóng của ánh sáng đơn sắc đã dùng. Đ/s: 0,5μm

Bài 4: Hai khe Young cách nhau 0,5mm. Nguồn sáng cách đều các khe phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ = 0,5μm. Vân giao thoa hứng được trên màn E cách các khe là 2m. Tìm khoảng cách giữa hai vân sáng (hay hai vân tối) liền tiếp. Đ/s: i = 2mm

Bài 5: Quan sát giao thoa ánh sáng trên màn E người ta đo được khoảng cách giữa hai vân sáng liền tiếp là 1,5mm. Khoảng cách từ hai khe đến màn là 2m, khoảng cách hai khe là 1mm. Tính bước sóng dùng trong thí nghiệm. Đ/s: λ = 0,75μm

I. Phương pháp

+ **Trường hợp 1.**

Đặt vấn đề: Cho biết vị trí vân sáng (hay vân tối) — x, cho khoảng giới hạn của bước sóng. Tìm cực đại, cực tiểu của hai bức xạ trùng nhau?

Giải quyết vấn đề: Hai vân sáng trùng nhau, ta có: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot \lambda_1 = k_2 \cdot \lambda_2 \Rightarrow k_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} k_2$

trong đó k_1, k_2 là bội số.

+ **Trường hợp 2.** Ánh sáng trắng

- Cực đại: $x = k \frac{\lambda \cdot D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a \cdot x}{k \cdot D}$ mà $? < \lambda < ? \Leftrightarrow ? < \frac{a \cdot x}{k \cdot D} < ? \Rightarrow ? < k < ?$

Có bao nhiêu k có bấy nhiêu bức xạ có cực đại trùng nhau.

- Cực tiểu: $x = (2k + 1) \frac{\lambda D}{2a} \Rightarrow \lambda = \frac{2a \cdot x}{(2k + 1)D}$ mà $? < \lambda < ? \Leftrightarrow ? < \frac{2a \cdot x}{(2k + 1)D} < ? \Rightarrow ? < k < ?$

Có bao nhiêu giá trị của k thì có bấy nhiêu bức xạ có cực tiểu trùng nhau.

- Vị trí bức xạ bị tắt (cực tiểu): x suy ra λ mà $0,4\mu\text{m} < \lambda < 0,76\mu\text{m}$

II. Bài tập

Bài 1: Thí nghiệm giao thoa ánh sáng với nguồn sáng là hai bức xạ có bước sóng lần lượt là $\lambda_1 = 0,5\mu\text{m}; \lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$. Xác định vị trí các vân sáng của hai hệ vân trùng nhau.

Bài 2: Hai khe Young cách nhau 2mm, được chiếu bằng ánh sáng trắng. Hiện tượng giao thoa quan sát được trên màn E đặt song song và cách S_1S_2 là 2m. Xác định bước sóng của những bức xạ bị tắt tại vị trí cách vân sáng trung tâm 3,3mm.

Bài 3: Trong thí nghiệm giao thoa với ánh sáng trắng. Tìm những vạch sáng của ánh sáng đơn sắc nào nằm trùng vào vị trí vân sáng bậc 4 ($k = 4$) của ánh sáng màu đỏ có $\lambda_d = 0,75\mu\text{m}$. Biết rằng khi quan sát chỉ nhìn thấy các vân của ánh sáng có bước sóng từ $0,4\mu\text{m} \rightarrow 0,76\mu\text{m}$.

Bài 4: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với hai bước sóng $\lambda_1 = 0,6\mu\text{m}; \lambda_2$. Trên màn ảnh người ta thấy vân tối thứ 5 của hệ vân ứng với λ_1 trùng với vân sáng thứ 5 của hệ vân ứng với λ_2 . Tìm bước sóng λ_2 dùng trong thí nghiệm.

Bài 5: Hai khe Young S_1, S_2 cách nhau $a = 2\text{mm}$ được chiếu bởi nguồn sáng S.

1. S phát ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ_1 , người ta quan sát được 7 vân sáng mà khoảng cách giữa hai vân sáng ngoài cùng đo được là 2,16mm. Tìm bước sóng λ_1 biết màn quan sát đặt cách S_1S_2 một khoảng $D = 1,2\text{m}$.
2. S phát đồng thời hai bức xạ: màu đỏ có bước sóng $\lambda_2 = 640\text{nm}$, và màu lam có bước sóng $\lambda_3 = 0,480\mu\text{m}$, tính khoảng vân i_2, i_3 ứng với hai bức xạ này. Tính khoảng cách từ vân sáng trung tâm (vân số 0) đến vân sáng cùng màu gần với nó nhất.
3. S phát ra ánh sáng trắng. Điểm M cách vân sáng trung tâm O một khoảng $OM = 1\text{mm}$. Hỏi tại M mắt ta trông thấy vân sáng của những bức xạ nào?

Đ/s: 1. $\lambda_1 = 0,6\mu\text{m}$; 2. $i_2 = 0,384\text{mm}; i_3 = 0,288\text{mm}; x_{\min} = k_2 i_2 = k_3 i_3 = 1,152\text{mm}$; 3. $k = 3, k = 4$

DẠNG 3

TÌM KHOẢNG VÂN - TÍNH CHẤT VÂN GIAO THOA

I. Phương pháp

- Khoảng vân: $i = \frac{\lambda D}{a}$

- Tính chất vân giao thoa: Giả sử vân A cách vân trung tâm một đoạn là x.

✚ Nếu $\frac{x}{i} = n$ ($n \in \mathbb{N}$) thì vân A là vân sáng.

✚ Nếu $\frac{x}{i} = n + \frac{1}{2}$ ($n \in \mathbb{N}$) thì vân A là vân tối.

- Số vân trong trường giao thoa: Giả sử L là bề rộng của trường giao thoa. Lập tỉ số $\frac{L}{i}$.

✚ Số vân sáng là số tự nhiên lẻ gần tỉ số này.

✚ Số vân tối là số tự nhiên chẵn gần tỉ số này.

✚ Nếu $\frac{L}{i}$ bằng đúng một số tự nhiên thì số vân sáng hay vân tối lớn hơn tỉ số này một đơn vị.

II. Bài tập

Bài 1: Người ta đếm được trên màn 12 vân sáng trải dài trên bề rộng 13,2mm. Tính khoảng vân.

Đ/s: $i = 1,2\text{mm}$

Bài 2: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng bằng khe Young, khoảng cách của hai khe là 0,3mm, khoảng cách từ hai khe đến màn là 1m, khoảng vân đo được 2mm.

- Tìm bước sóng ánh sáng làm thí nghiệm.
- Xác định vị trí vân sáng bậc 5.

Đ/s: a. $\lambda = 0,6\mu\text{m}$; b. $x_s = \pm 10\text{mm}$

Bài 3: trong giao thoa khe Young có $a = 1,5\text{mm}$, $D = 3\text{m}$, người ta đếm được khoảng cách của vân sáng bậc 2 và vân sáng bậc 5 cùng một phía vân trung tâm là 3mm.

- Tìm bước sóng của ánh sáng làm thí nghiệm.
- Tính khoảng cách của vân sáng bậc 3 và vân sáng bậc 8 ở cùng một phía vân trung tâm.
- Tìm số vân quan sát được trên vùng giao thoa có bề rộng 11mm.

Đ/s: 1. $\lambda = 0,5\mu\text{m}$; 2. $\Delta x = 5\text{mm}$; 3. 11 vân sáng

Bài 4: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng bằng khe Young có $a = 1,2\text{mm}$, $\lambda = 0,6\mu\text{m}$. Trên màn ảnh người ta đếm được 16 vân sáng trải dài trên bề rộng 18mm.

- Tính khoảng cách từ hai khe đến màn.
- Thay ánh sáng đơn sắc trên bằng ánh sáng có bước sóng λ' , trên vùng quan sát, người ta đếm được 21 vân sáng. Tính λ' .
- Tại vị trí cách vân trung tâm 6mm là vân sáng hay vân tối? Bậc thứ mấy ứng với hai ánh sáng đơn sắc trên.

Đ/s: 1. $D = 2,4\text{m}$; 2. $\lambda' = 0,45\mu\text{m}$; 3. Vân sáng bậc 5 của λ , tối thứ 7 của λ'

Bài 5: Trong giao thoa ánh sáng bằng khe Young, khoảng cách của hai khe $a = 2\text{mm}$, khoảng cách từ hai khe đến màn là $D = 3\text{m}$, ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,5\mu\text{m}$. Bề rộng vùng giao thoa quan sát $L = 3\text{cm}$ (không đổi).

- Xác định số vân sáng, vân tối quan sát được trên vùng giao thoa.
- Thay ánh sáng đơn sắc trên bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda' = 0,6\mu\text{m}$. Số vân sáng quan sát được tăng hay giảm. Tính số vân sáng quan sát được lúc này.
- Vẫn dùng ánh sáng có bước sóng λ . Di chuyển màn quan sát ra xa hai khe. Số vân sáng quan sát được tăng hay giảm? Tính số vân sáng khi khoảng cách từ màn đến hai khe $D' = 4\text{m}$.

Đ/s: a. 41 vân sáng, 41 vân tối; b. Giảm, 33 vân sáng; c. Giảm, 31 vân sáng

DẠNG 4 HỆ VÂN DỊCH CHUYỂN KHI ĐẶT BẢN MẶT SONG SONG TRƯỚC MỘT TRONG HAI KHE

I. Phương pháp

+ Khi có bản mặt song song đặt trước một trong hai khe, vân sáng trung tâm dịch chuyển từ vị trí ban đầu O đến vị trí mới O' ($x_0 = OO'$). Gọi e là bề dày của bản mặt song song.

$$\text{Thời gian ánh sáng truyền qua bản mặt là } t = \frac{e}{v} \quad (1)$$

$$\text{Cũng thời gian này ánh sáng truyền trong chân không một quãng đường } e' = c.t \quad (2)$$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta có: } e' = c \cdot \frac{e}{v} = n.e \quad (n = c/v)$$

+ Bản mặt có tác dụng làm chậm sự truyền ánh sáng hoặc tương đương với sự kéo dài đường đi của tia sáng một đoạn: $\Delta e = e' - e = e.(n - 1)$. Nếu có bản mặt đặt trước S_1 ta có: $d_1 \longrightarrow d'_1$.

$$d'_1 = d_1 + \Delta e = d_1 + e.(n - 1) \quad (3)$$

+ Hiệu đường đi hay hiệu quang trình lúc này là: $d_2 - d'_1 = \delta \Leftrightarrow d_2 - d_1 - e.(n - 1) = \delta$

$$\text{mà } d_2 - d_1 = \frac{a.x}{D} \text{ nên } d_2 - d'_1 = d_2 - d_1 - e.(n - 1) = \frac{a.x}{D} - e(n - 1)$$

$$+ \text{ Để } O' \text{ là vân sáng trung tâm thì } \delta = 0 \Leftrightarrow d_2 - d'_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{a.x_0}{D} - e(n - 1) = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{D.e.(n - 1)}{a}$$

Trong đó x_0 là độ dịch chuyển của vân sáng trung tâm. Hệ vân cũng dịch chuyển một đoạn x_0

II. Bài tập

Bài 1: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng bằng khe Young, hai khe S_1 và S_2 được chiếu sáng bằng ánh sáng đơn sắc. Khoảng cách của hai khe là $a = 1\text{mm}$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng chứa hai khe đến màn là $D = 3\text{m}$.

1. Biết bước sóng của chùm sáng đơn sắc $\lambda = 0,5\mu\text{m}$. Hãy tìm khoảng cách giữa hai vân sáng hoặc hai vân tối liên tiếp.
2. Hãy xác định vị trí vân sáng bậc hai và vân tối thứ tư trên màn quan sát.
3. Đặt ngay sau S_1 một bản mỏng hai mặt song song bề dày $e = 10\mu\text{m}$. Hỏi hệ thống vân giao thoa dịch chuyển về phía nào? Nếu chiết suất của bản mỏng là $n = 1,51$, tính độ dịch chuyển của vân sáng chính giữa so với khi chưa đặt bản mặt.

$$\text{Đ/s: 1. } i = 1,5\text{mm}; \text{ 2. } x_{s_2} = 3\text{mm}; x_{t_4} = 5,25\text{mm}; \text{ 3. } x_0 = 15,3\text{mm}$$

Bài 2: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng bằng khe Young khoảng cách của hai khe $a = 2\text{mm}$, khoảng cách của hai khe đến màn là $D = 4\text{m}$. Chiếu vào hai khe bức xạ đơn sắc. Trên màn người ta đo được khoảng cách giữa 5 vân sáng liên tiếp là $4,8\text{mm}$.

1. Tìm bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm.
2. Đặt sau khe S_1 một bản mỏng, phẳng có hai mặt song song, dày $e = 5\mu\text{m}$. Lúc đó hệ vân trên màn dời đi một đoạn $x_0 = 6\text{mm}$ (về phía khe S_1). Tính chiết suất của chất làm bản mặt song song.

$$\text{Đ/s: 1. } i = 0,6 \cdot 10^{-3}\text{mm}; \text{ 2. } n = 1,6$$

Bài 3: Khe Young có khoảng cách hai khe $a = 1\text{mm}$ được chiếu bởi một ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,5\mu\text{m}$.

- a. Tại vị trí cách vân trung tâm $4,2\text{mm}$ ta có vân sáng hay vân tối? Bậc (vân) thứ mấy? Biết khoảng cách từ hai khe đến màn là $D = 2,4\text{m}$.
- b. Cần phải đặt bản mặt có chiết suất $n = 1,5$ dày bao nhiêu? Sau khe nào để hệ vân dời đến vị trí trên.

$$\text{Đ/s: a. } i = 1,2\text{mm}; \text{ Vân tối thứ 4; b. } e = 3,5\mu\text{m}$$

Bài 4: Trong thí nghiệm giao thoa, khoảng cách của hai khe $a = 4\text{mm}$, màn M cách hai khe một đoạn $D = 2\text{m}$.

- 1) Tính bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm. Biết khoảng cách của hai vân sáng bậc 2 là $1,5\text{mm}$.
- 2) Đặt bản mặt song song bằng thủy tinh có chiết suất $n_1 = 1,5$ sau một khe Young thì thấy hệ vân trên màn di chuyển một đoạn nào đó. Thay đổi bản mặt trên bằng một bản thủy tinh khác có cùng bề dày thì thấy hệ vân di chuyển một đoạn gấp 1,4 lần so với lúc đầu. Tính chiết suất n_2 của bản thứ hai.

$$\text{Đ/s: a) } \lambda = 0,6\mu\text{m}; \text{ b) } n_2 = 1,7$$

I. Phương pháp

1. Khe Young

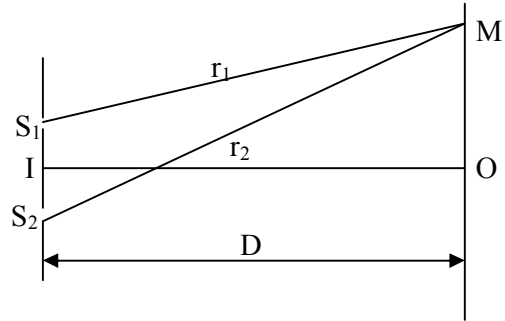
+ Hiệu quang trình: $\delta = r_2 - r_1 = S_1M - S_2M \approx \frac{ax}{D}$

+ Khoảng cách giữa hai khe: $a = S_1S_2$

+ Khoảng cách từ hai khe đến màn: $D = IO$

+ Vị trí vân sáng: $x_s = \frac{k\lambda D}{a}$

+ Vị trí vân tối: $x_t = (2k + 1) \frac{\lambda D}{2a}$



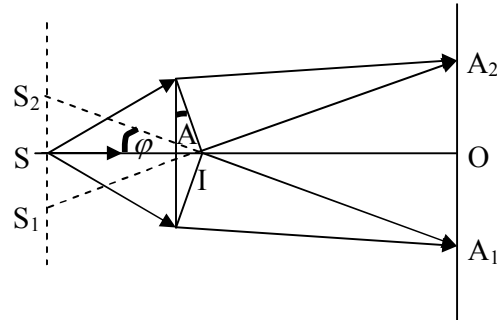
2. Lăng kính Fresnel

+ Khoảng cách giữa hai khe: $a = S_1S_2 = 2(n-1).A.SI$

+ Khoảng cách từ hai khe đến màn: $D = IO + SI$

+ Bề rộng trường giao thoa: $A_1A_2 = IO.2(n-1).A$

+ Góc lệch $\varphi = A.(n-1)$

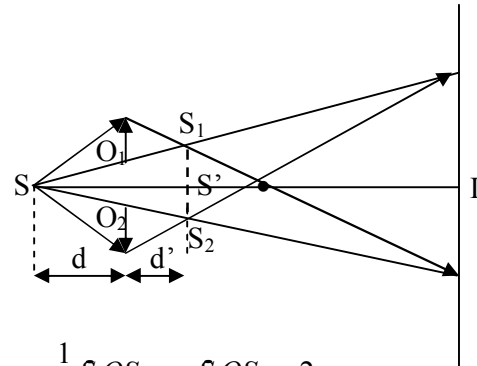


3. Thấu kính Biê

+ Khoảng cách giữa hai khe: $a = S_1S_2 = O_1O_2 \cdot \frac{SS'}{SO} = e \cdot \frac{d+d'}{d}$

+ Khoảng cách từ hai khe đến màn: $D = S'I$

+ Bề rộng trường giao thoa: $A_1A_2 = O_1O_2 \cdot \frac{SI}{OS} = e \cdot \frac{SI}{d}$



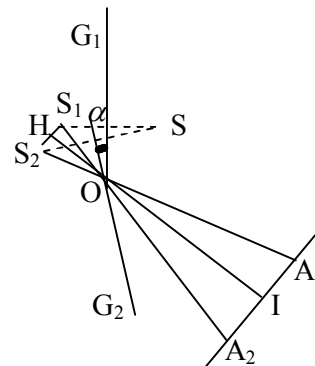
4. Gương Fresnel

+ $S_1SS_2 = \frac{1}{2} S_1S_2$; $S_1OS_2 = \frac{1}{2} S_1S_2 \Rightarrow S_1SS_2 = \frac{1}{2} S_1OS_2 \Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{2} S_1OS_2 \Rightarrow S_1OS_2 = 2\alpha$.

Ta có: $\frac{S_1S_2}{2} = \alpha.d (\sin \alpha \approx \alpha; \alpha =) \Rightarrow S_1S_2 = 2\alpha.d$ ($d = SO$; α là góc hợp bởi 2 gương)

+ Khoảng cách từ hai khe đến màn: $D = HO + OI$

+ Bề rộng trường giao thoa: $A_1A_2 = 2\alpha .IO$



II. Bài tập

Bài 1: Hai lăng kính có góc chiết quang $A = 10^\circ$ làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$, có đáy gắn chặt tạo thành lưỡng lăng kính. Một khe sáng S đặt trên mặt phẳng trùng với đáy chung, cách hai lăng kính một khoảng $d = 50\text{cm}$ phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 500\text{nm}$.

a. Tính khoảng cách giữa hai ảnh S_1 và S_2 của S tạo bởi hai lăng kính. Coi S_1, S_2 nằm trong mặt phẳng với S , cho $1' = 3 \cdot 10^{-4}\text{rad}$.

b. Tìm bề rộng trường giao thoa trên màn E đặt song song và cách hai khe $d' = 150\text{cm}$. Tính số vân quan sát được trên màn.

Đ/S: a. $a = 1,5\text{mm}$; b. $L = 4,5\text{mm}$; $n = 7$

Bài 2: Một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 20\text{cm}$ được cắt làm đôi dọc theo đường kính và đưa ra xa 1mm . Thấu kính có bán kính chu vi $R = 4\text{cm}$. Nguồn sáng S cách thấu kính 60cm , trên trục chính và phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,6\mu\text{m}$. màn M đặt cách lưỡng thấu kính 80cm . Hãy tính:

a. Khoảng vân i .

b. Bề rộng trường giao thoa trên màn quan sát.

c. Số vân sáng, vân tối quan sát được.

Đ/S: a. $i = 0,2\text{mm}$; b. $2,33\text{mm}$; c. 11 vân sáng, 12 vân tối

Bài 3: Trong thí nghiệm giao thoa khe Young, khoảng cách hai khe sáng là $0,6\text{mm}$; khoảng cách từ hai khe đến màn là $1,2\text{m}$. Giao thoa thực hiện với ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,75\mu\text{m}$.

a. Xác định vị trí vân sáng bậc 9 và vân tối thứ 9 trên màn quan sát.

b. Thay ánh sáng trên bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ' thì thấy khoảng vân giảm đi 1,2 lần. Tính λ' .

c. Thực hiện giao thoa với ánh sáng trắng có bước sóng từ $0,38\mu\text{m}$ đến $0,76\mu\text{m}$. Tìm độ rộng của quang phổ bậc 1 trên màn.

Đ/S: a. $x_{s_9} = 13,5\text{mm}$; $x_{t_9} = 12,75\text{mm}$; b. $\lambda' = 0,625\mu\text{m}$; c. $0,7\text{mm}$

Bài 4: Hai gương phẳng M_1, M_2 đặt nghiêng với nhau một góc rất nhỏ $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}\text{rad}$, khoảng cách từ giao tuyến I của hai gương đến nguồn F bằng $d_1 = 1\text{m}$; khoảng cách từ I đến màn quan sát M đặt song song với F_1 và F_2 bằng $d_2 = 2\text{m}$. Bước sóng của ánh sáng đơn sắc phát ra $\lambda = 540\text{nm}$.

a. Tính khoảng vân và số vân quan sát được trên màn M .

b. Nếu F là nguồn phát ra ánh sáng trắng thì tại M_1 cách vân trung tâm O một khoảng $x_1 = 0,8\text{mm}$ có những bức xạ nào cho vân tối?

c. Giữ nguyên vị trí gương M_2 , cho M_1 tịnh tiến trong mặt phẳng của nó đến vị trí I_1M_1 với $II_1 = b$. Tính b để bề rộng trường giao thoa giảm đi một nửa. Biết SI tạo với M_1 góc $\beta = 30^\circ$.

Đ/S: a. $0,162\text{mm}$; $A_1A_2 = 2\text{cm}$; $b/k = 4, 5, 6$; c. $b = 6,7\text{mm}$

Bài 5: Trong thí nghiệm giao thoa khe Young, khoảng cách của hai khe 1mm , khoảng cách từ hai khe đến màn 2m , ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda_1 = 660\text{nm}$. Biết độ rộng của màn $\Delta = 13,2\text{mm}$, vân sáng trung tâm ở chính giữa màn.

a. Tính khoảng vân. Tính số vân sáng và vân tối quan sát được trên màn (kể cả hai vân ngoài cùng).

b. Nếu chiếu đồng thời hai bức xạ λ_1, λ_2 thì vân sáng thứ 3 của bức xạ λ_1 trùng với vân sáng thứ hai của bức xạ λ_2 . Tìm λ_2 .

Đ/S: a. $i = 1,32\text{mm}$; 11 vân sáng; 10 vân tối; b. $\lambda_2 = 440\text{nm}$

Bài 6: Trong thí nghiệm giao thoa khe Young, hai khe cách nhau $0,5\text{mm}$. Màn quan sát cách mặt phẳng hai khe 1m .

a. Tại M trên màn quan sát, cách vân sáng trung tâm $4,4\text{mm}$ là vân tối thứ 6. Tìm bước sóng của ánh sáng đơn sắc làm thí nghiệm. ánh sáng đó màu gì?

b. Tịnh tiến một đoạn l theo phương vuông góc với mặt phẳng chứa hai khe thì tại M là vân tối thứ 5. Xác định l và chiều di chuyển của màn.

Đ/S: a. $\lambda = 0,4\mu\text{m}$; b. $D' = 1,22\text{m}$. màn rời xa một đoạn $0,22\text{m}$

I. Phương pháp

- Sử dụng các công thức của lăng kính:

$$\sin i_1 = n \cdot \sin r_1; \sin i_2 = n \sin r_2; A = r_1 + r_2; D = i_1 + i_2 - A; \text{ Nếu } A \ll \text{ thì } D = (n-1).A .$$

Nếu $i_1 = i_2$ và $r_1 = r_2$ thì $\sin\left(\frac{D_{\min} + A}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$ và $2 \cdot i_1 = D_{\min} + A$

- Ta có : $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$; a và b là hằng số; λ là bước sóng của ánh sáng đối với lăng kính có chiết suất n.

- Ta có: $n = \frac{c}{v}$ hay tổng quát $\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$.

II. Bài tập

Bài 1: Một lăng kính có góc chiết quang $A = 60^\circ$, chiết suất $n = 1,717 = \sqrt{3}$ nhs sáng màu vàng của natri, nhận một chùm tia sáng trắng và được điều chỉnh sao cho độ lệch với ánh sáng màu vàng là cực tiểu.

- a. Tính góc tới.
- b. Tìm độ lệch với ánh sáng màu vàng.
- c. Vẽ đường đi của tia sáng trắng qua lăng kính.

Đ/S: a. $i_1 = 60^\circ$; $D = 60^\circ$

Bài 2: Cho một lăng kính có tiết diện là một tam giác đều ABC, đáy là BC, A là góc chiết quang. Chiết suất của thủy tinh làm lăng kính là phụ thuộc vào bước sóng của ánh sáng theo công thức

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2}; a = 1,26; b = 7,555 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2, \text{ bước sóng đo bằng mét.}$$

Chiếu tia sáng trắng SI vào mặt bên AB của lăng kính sao cho tia tới nằm dưới pháp tuyến của điểm tới. Tia tím có $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$ và tia đỏ có $\lambda_2 = 700 \text{ nm}$.

- a. Xác định giới hạn tới của SI trên AB sao cho tia tím có góc lệch min. Tìm D_{\min} .
- b. Muốn cho tia đỏ có góc lệch min thì phải quay lăng kính một góc bằng bao nhiêu? Theo chiều nào?

Đ/S: a. $i_{T1} = 60^\circ$; $D_{T\min} = 60^\circ$; b. $D_{D\min} = 30^\circ$; quay ngược KĐH một góc 15°

Bài 3: Một lăng kính có tiết diện là một tam giác cân ABC, góc chiết quang $A = 120^\circ$, làm bằng thủy tinh, có chiết suất đối với tia màu đỏ là $n_d = 1,414 = \sqrt{2}$; màu tím là $n_t = 1,732 = \sqrt{3}$. Đặt lăng kính vào trong không khí và chiếu một tia sáng trắng SI theo phương song song với ddays của BC, đập vào mặt bên tại điểm tới I.

- 1) Chứng minh rằng mọi tia khúc xạ đều phản xạ toàn phần tại đáy BC và chùm tia ló khỏi AC sẽ song song với BC. Mô tả quang phổ của chùm tia đó.
- 2) Tìm bề rộng của chùm tia ló. Bề rộng đó có phụ thuộc vào điểm tới I hay không? Cho biết chiều cao của tam giác ABC là $AH = h = 5 \text{ cm}$.

DẠNG 1

TÌM GIỚI HẠN QUANG ĐIỆN λ_0 ; VẬN TỐC BAN ĐẦU

CỰC ĐẠI CỦA QUANG ELECTRON; NĂNG LƯỢNG PHÔTÔN

I. Phương pháp

- Giới hạn quang điện λ_0 : ADCT $\lambda_0 = \frac{h.c}{A}$.

- Vận tốc ban đầu cực đại của quang electron:

$$+ \text{ADCT Anhsanh: } \varepsilon = h.f = \frac{h.c}{\lambda} = A + \frac{1}{2}.m.v_{0max}^2$$

$$+ \text{Muốn dòng quang điện bị triệt tiêu, ta có: } \frac{1}{2}.m.v_{0max}^2 = |e|.U_h$$

+ Công thức liên hệ giữa v_{0max} và điện thế cực đại của quả cầu bằng kim loại (vật) tích điện:

$$\frac{1}{2}.m.v_{0max}^2 = |e|.V_h$$

$$- \text{Năng lượng photon: } \varepsilon = h.f = \frac{h.c}{\lambda} = A + \frac{1}{2}.m.v_{0max}^2$$

* Chú ý: $1eV = 1,6.10^{-19}(J)$; $1MeV = 1,6.10^{-13}(J)$; $1MeV = 10^6 eV$

II. Bài tập

Bài 1: Tìm giới hạn quang điện của kim loại. Biết rằng năng lượng dùng để tách một electron ra khỏi kim loại được dùng làm catốt của một tế bào quang điện là $3,31.10^{-19}(J)$.

Đ/S: 600 (nm)

Bài 2: Một tế bào quang điện có bước sóng $\lambda_0 = 600(nm)$ được chiếu bởi một tia sáng đơn sắc có bước sóng 400 (nm). Tính:

- Công suất điện tử.
- Vận tốc cực đại của electron bật ra.

Đ/S: a. $A = 3,31.10^{-19}(J)$; b. $v_{0max} = 0,604.10^6(m/s)$

Bài 3: Công suất điện tử khỏi một kim loại Natri là 2,27 (eV).

- Tìm giới hạn quang điện của Natri.
- Catốt của một tế bào quang điện được làm bằng natri và khi được rọi sáng bằng bức xạ có bước sóng 360nm thì cho một dòng quang điện có cường độ $2.10^{-6}(A)$.
 - Tìm vận tốc ban đầu cực đại của điện tử.
 - Tìm năng lượng toàn phần của photon đã gây ra hiện tượng quang điện trong một phút. Cho $c = 3.10^8(m/s)$; $h = 6,625.10^{-34}(J.s)$; $m_e = 9,1.10^{-31}(kg)$; $e = -1,6.10^{-19}(C)$. Biết hiệu suất lượng tử là 1%.

Đ/S: 1. $\lambda_0 = 550(nm)$; 2. a. $v_{0max} = 65.10^4(m/s)$; b. $W = n'.\varepsilon = n'.\frac{h.c}{\lambda} = 414.10^{-4}(J)$

Bài 4: 1) Hiện tượng quang điện là gì? Điều kiện để xảy ra hiện tượng quang điện là gì?

2) Chiếu chùm bức xạ có bước sóng $2000A^0$ vào một tấm kim loại. Các electron bắn ra có động năng cực đại bằng 5eV. Hỏi khi chiếu vào tấm kim loại đó lần lượt hai bức xạ có bước sóng $16000A^0$ và $1000A^0$ thì có hiện tượng quang điện xảy ra hay không? Nếu có hãy tính động năng ban đầu cực đại của các electron bắn ra. Lấy $h = 6,625.10^{-34}(J.s)$, $c = 3.10^8(m/s)$

$|e| = 1,6.10^{-19}(C)$; $m_e = 9,1.10^{-31}(kg)$.

Đ/S: 2a. Không có; 2b. Có, $W_{0Dmax} = 17,9.10^{-19}(J)$

I. Phương pháp

- Hàng số plăng: ADCT $\varepsilon = h.f = \frac{h.c}{\lambda} = A + \frac{m.v_{0max}^2}{2}$

- Cường độ dòng quang điện bão hoà: $I_{bh} = n_e \cdot |e| = \frac{N_e}{t} \cdot |e|$

- Hiệu suất lượng tử: $H = \frac{n_e}{n_f} = \frac{N_e}{N_f} (\%)$; (trong đó: $n_e = \frac{N_e}{t}$ là số electron bứt ra khỏi catốt trong

thời gian t; $n_f = \frac{N_f}{t}$ là số photon rọi vào catốt trong thời gian t).

- Công suất bức xạ: $P = n_f \cdot \varepsilon = n_f \frac{h.c}{\lambda} = n_f \cdot h.f$.

$$\varepsilon = h.f = \frac{h.c}{\lambda} = A + \frac{m.v_{0max}^2}{2} \Rightarrow \frac{h.c}{\lambda} = A + |e|U_h$$

$$\frac{m.v_{0max}^2}{2} = |e|U_h$$

* **Chú ý:** Nếu dòng quang điện bị triệt tiêu, ta có:

II. Bài tập

Bài 1: Khi chiếu một bức xạ có tần số $f_1 = 2,200.10^{15}Hz$ vào kim loại thì có hiện tượng quang điện xảy ra. Các electron quang điện bắn ra bị giữ lại bởi hiệu điện thế hãm $U_1 = 6,6V$. Còn khi chiếu bức xạ có tần số $f_2 = 2,538.10^{15}Hz$ vào kim loại đó thì các quang electron bắn ra được giữ bởi hiệu điện thế hãm $U_2 = 8V$. Tìm hàng số plăng. Đ/S: $h = 6,627.10^{-34}(J.s)$

Bài 2: Chiếu một bức xạ có bước sóng $\lambda = 546nm$ lên bề mặt kim loại dùng làm catốt, thu được dòng quang điện bão hoà $I_{bh} = 2mA$. Công suất bức xạ $P = 1,515W$. Tìm hiệu suất lượng tử. Đ/S: $H = 0,3.10^{-2} \%$

Bài 3: Catốt của một tế bào quang điện làm bằng chất có công thoát $A = 2,26eV$. Dùng đèn chiếu catốt phát ra bức xạ đơn sắc có bước sóng $400nm$.

- a) Tìm giới hạn của kim loại dùng làm catốt.
- b) Bề mặt catốt nhận được một công suất chiếu sáng $P = 3mW$. Tính số photon n_f mà catốt nhận được trong mỗi giây.
- c) Cho hiệu suất lượng tử $H = 67\%$. Hãy tính số electron quang điện bật ra khỏi catốt trong mỗi giây và cường độ dòng quang điện bão hoà.

Đ/S: a. $\lambda_0 = 549nm$; b. $n_f = 6,04.10^{15} (photon / s)$; c. $n_e = 4,046.10^{15} (electron/s)$; $I_{bh} = 0,647mA$

Bài 4: Toàn bộ ánh sáng đơn sắc, bước sóng $420nm$, phát ra từ một ngọn đèn có công suất phát xạ $10W$, được chiếu đến catốt của một tế bào quang điện làm xuất hiện dòng quang điện. Nếu đặt giữa catốt và anốt một hiệu điện thế hãm $U_h = 0,95V$ thì dòng quang điện biến mất. Tính:

- 1) Số photon do đèn phát ra trong 1 giây.
- 2) Công thoát của electron khỏi bề mặt catốt (tính bằng eV).

Đ/S: 1. $n_f = 2,11.10^{19} (photon/s)$; 2. $2eV$

Bài 5: Chiếu lần lượt vào catốt của một tế bào quang điện hai bức xạ có tần số f_1, f_2 với $f_2 = 2.f_1$ thì hiệu điện thế làm cho dòng quang điện triệt tiêu có giá trị tuyệt đối tương ứng là $6V$ và $8V$. Tìm giới hạn quang điện của kim loại dùng làm catốt và các tần số f_1, f_2 .

Đ/S: $\lambda_0 = 310(nm)$; $f_1 = 2,415.10^{15} (Hz)$; $f_2 = 4,83.10^{15} (Hz)$

I. Phương pháp

- Bước sóng nhỏ nhất của tia Rõngghen phát ra từ ống Rõngghen: $h.f_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{2}mv^2$.

- Động năng của electron có được do công của lực điện trường: $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = |e|U_{AK}$.

Trong đó: v_0 là vận tốc ban đầu của electron bật ra khỏi catốt, v là vận tốc của electron trước khi đập vào đối âm cực. Nếu bài toán không nói gì thì coi $v_0 = 0$.

- Nhiệt lượng toả ra: $Q = C.m.\Delta t = C.m.(t_2 - t_1)$.

- Khối lượng của nước chảy qua ống trong đơn vị thời gian t là: $m = L.D$

Trong đó L là lưu lượng của nước chảy qua ống trong một đơn vị thời gian; D là khối lượng riêng.

II. Bài tập

Bài 1: Trong ống Rõngghen cường độ dòng điện đi qua ống là 0,8mA và hiệu điện thế giữa anốt và catốt là 1,2kV.

- Tìm số electron đập vào đối catốt mỗi giây và vận tốc của electron khi đi tới đối catốt.
- Tìm bước sóng nhỏ nhất của tia Rõngghen mà ống đó có thể phát ra.
- Đối catốt là một bản platin có diện tích 1cm² và dày 2mm. Giả sử toàn bộ động năng của electron đập vào đối catốt dùng để làm nóng bản platin đó. Hỏi sau bao lâu nhiệt độ của bản tăng thêm 500⁰C?

Đ/S: a. $n = 5.10^{15}$ hạt, $v = 2,05.10^7$ m/s; b. $\lambda_{\min} = 10,35.10^{-10}m = 10,35A^0$; c. $t = 4'22,5''$

Bài 2: Trong một ống Rõngghen người ta tạo ra một hiệu điện thế không đổi $U = 2.10^4$ V giữa hai cực.

- Tính động năng của electron đến đối catốt (bỏ qua động năng ban đầu của electron khi bứt ra khỏi catốt).
- Tính tần số cực đại của tia Rõngghen.
- Trong một phút người ta đếm được 6.10^{18} electron đập vào đối catốt. Tính cường độ dòng điện qua ống Rõngghen.
- Nói rõ cơ chế tạo thành tia Rõngghen ở đối catốt.

Đ/S: 1) $W_d = 3,2.10^{-15}J$; 2) $f_{\max} = 4,8.10^{18}Hz$; 3) $I = 16mA$

Bài 3: Một ống Rõngghen phát ra được bức xạ có bước sóng nhỏ nhất là $5A^0$.

- Tính vận tốc của electron tới đập vào đối catốt và hiệu điện thế giữa hai cực của ống.
- Khi ống Rõngghen đó hoạt động cường độ dòng điện qua ống là 0,002A. Tính số electron đập vào đối âm cực catốt trong mỗi giây và nhiệt lượng toả ra trên đối catốt trong mỗi phút nếu coi rằng toàn bộ động năng của electron đập vào đối âm cực được dùng để đốt nóng nó.
- Để tăng độ cứng của tia Rõngghen, tức là để giảm bước sóng của nó, người ta cho hiệu điện thế giữa hai cực tăng thêm $\Delta U = 500V$. Tính bước sóng ngắn nhất của tia Rõngghen phát ra khi đó.

Đ/S: 1) $v = 2,96.10^7$ m/s; 2) $n = 1,25.10^{16}$ hạt; $Q = 300J$; 3) $\lambda_{\min} = 4,17A^0$

Bài 4: Trong chùm tia Rõngghen phát ra từ một ống Rõngghen, người ta thấy có những tia có tần số lớn nhất $5.10^{18}Hz$.

- Tính hiệu điện thế giữa hai cực của ống và động năng cực đại của electron đập vào đối âm cực.
- Trong 20s người ta xác định được 10^{18} electron đập vào đối âm cực. Tính cường độ dòng điện qua ống.
- Đối catốt được làm nguội bằng dòng nước chảy luôn bên trong. Nhiệt độ ở lối ra cao hơn lối vào 10^0C . Tính lưu lượng theo đơn vị m³/s của dòng nước đó. Xem gần đúng rằng 100% động năng của chùm electron đều chuyển thành nhiệt làm nóng đối catốt. Cho $C = 4186J/kg.\text{độ}$; $D = 10^3kg/m^3$; $m = 9,1.10^{-31}kg$; $e = -1,6.10^{-19}C$; $h = 6,625.10^{-34}Js$.

Đ/S: 1. $U = 20,7kV$, $W_{odmax} = 3,3125.10^{-15}J$; 2. $I = 8mA$; 3. $L = 3,96.10^{-6}m^3/s$

I. Phương pháp

- Bán kính quỹ đạo dừng: $r_n = n^2 \cdot r_0$ (trong đó $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ — bán kính Bo). Nếu $n = 1$ electron ở trạng thái dừng cơ bản (quỹ đạo K).

- Năng lượng ở trạng thái dừng: $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ (trong đó $E_0 = 13,6 \text{ eV}$ — năng lượng ở trạng thái cơ bản). Dấu “-” cho biết muốn electron bứt ra khỏi nguyên tử thì phải tốn một năng lượng.

- Năng lượng bao giờ cũng có xu hướng chuyển từ trạng thái có mức năng lượng cao về trạng thái có mức năng lượng thấp, đồng thời phát ra một photon có năng lượng: $\varepsilon = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$.

$$h \cdot f_{mn} = \frac{hc}{\lambda_{mn}} = E_m - E_n = E_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{mn}} = \frac{E_0}{hc} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda_{mn}} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

trong đó $R = \frac{E_0}{hc} = 1,097 \cdot 10^{-7} \text{ (m)}$, được gọi là hằng số Ritbec và ($n < m$).

- Quang phổ Hidrô gồm có nhiều dãy tách nhau: $n = 1$ ta có dãy Laiman; $n = 2$ ta có dãy Banme; $n = 3$ ta có dãy Pasen.

II. Bài tập

Bài 1: Bước sóng của vạch thứ nhất trong dãy Laiman của quang phổ hidrô là $\lambda_{L_1} = 0,122 \mu\text{m}$, của vạch đỏ trong dãy Banme là $\lambda_{B_\alpha} = 0,656 \mu\text{m}$. Hãy tính bước sóng của vạch thứ hai trong dãy Laiman.

Đ/S: $\lambda_{L_2} = 0,103 \mu\text{m}$

Bài 2: Biết bước sóng của bốn vạch trong dãy banme là $\lambda_\alpha = 0,6563 \mu\text{m}$; $\lambda_\beta = 0,4861 \mu\text{m}$; $\lambda_\gamma = 0,4340 \mu\text{m}$; $\lambda_\delta = 0,4102 \mu\text{m}$. Hãy tính bước sóng của ba vạch trong dãy Pasen ở vùng hồng ngoại.

Đ/S: $1,094 \mu\text{m}$; $1,281 \mu\text{m}$; $1,874 \mu\text{m}$

Bài 3: Trong quang phổ hidrô các bước sóng tính theo (μm): Vạch thứ nhất của dãy Laiman $\lambda_{21} = 0,121568$; Vạch đỏ của dãy Banme $\lambda_{32} = 0,656279$; ba vạch của dãy Pasen lần lượt là $\lambda_{43} = 1,8751$; $\lambda_{53} = 1,2818$; $\lambda_{63} = 1,0938$.

1. Tính tần số dao động của các bức xạ trên.
2. Tính bước sóng của hai vạch thứ hai và thứ ba của dãy Laiman và các vạch lam, chàm, tím của dãy Banme. Cho vận tốc ánh sáng trong chân không $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Bài 4: Vạch quang phổ đầu tiên (có bước sóng dài nhất) của dãy Laiman, banme, Pasen trong quang phổ hidrô lần lượt có bước sóng $0,122 \mu\text{m}$; $0,656 \mu\text{m}$; $1,875 \mu\text{m}$. Tìm bước sóng của vạch quang phổ thứ hai trong dãy Laiman và dãy Banme. các vạch đó thuộc miền nào của thang sóng điện từ?

Đ/S: $0,1029 \mu\text{m}$ (thuộc miền tử ngoại); $0,4859 \mu\text{m}$ (thuộc miền ánh sáng nhìn thấy — màu chàm)

Bài 5: Bước sóng của vạch quang phổ thứ nhất trong dãy Laiman trên quang phổ hidrô là $\lambda_1 = 0,122 \mu\text{m}$; bước sóng của hai vạch H_α, H_β lần lượt là $\lambda_\alpha = 0,656 \mu\text{m}$; $\lambda_\beta = 0,486 \mu\text{m}$. Hãy tính bước sóng hai vạch tiếp theo trong dãy Laiman và vạch đầu tiên trong dãy Pasen.

Đ/S: $\lambda_2 = 0,1029 \mu\text{m}$; $\lambda_3 = 0,097 \mu\text{m}$; $\lambda_4 = 1,875 \mu\text{m}$

I. Phương pháp

- Xác định bán kính quỹ đạo của quang êlectron chuyển động trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ \vec{B} : Dưới tác dụng của lực Lorenxo, quang êlectron chuyển động theo quỹ đạo tròn với bán kính quỹ đạo r. Lực Lorenxo đóng vai trò là lực hướng tâm. Ta có:

$$F_L = F_{ht} \Leftrightarrow |e|.v.B.\sin \alpha = m.a_{ht} \Leftrightarrow |e|.v.B.\sin \alpha = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m.v}{B.|e|.\sin \alpha}$$

- Xác định độ lệch của êlectron quang điện trong điện trường đều có cường độ E: ADCT về bài toán ném ngang hoặc ném xiên:

+ Trục Ox: Chuyển động của quang êlectron coi như là chuyển động tròn đều:
 $V_x = V_{0x} = V_0.\cos \alpha$; $x = V_x.t = V_0.\cos \alpha .t$ (1)

+ Trục Oy: Chuyển động của quang êlectron là chuyển động thẳng đều:

$$v_y = v_{0y} + a.t = v_0.\sin \alpha + a.t$$

$$y = v_{0y}.t + \frac{1}{2}at^2$$

Trong đó gia tốc a được xác định theo định luật II Niuton: $\vec{F}_{ht} = m.a$

II. Bài tập

Bài 1: Dùng một màn chắn tách một chùm sáng hẹp êlectron quang điện và hướng nó vào trong một từ trường đều vuông góc với véc tơ vận tốc cực đại có độ lớn $v_{max} = 3,32.10^5$ m/s và có độ lớn $B = 6,1.10^{-5}$ T. Xác định bán kính cực đại của quang êlectron.

Đ/S: $r_{max} = 3,06$ cm

Bài 2- (4.12/Tuyển tập các bài toán Vật lý): Khi rọi vào catốt phẳng của một tế bào quang điện, một bức xạ điện từ có bước sóng 330 nm thì có thể làm dòng quang điện bị triệt tiêu bằng cách nối anốt và catốt của tế bào quang điện đó với hiệu điện thế $U_{AK} \leq 0,3125V$.

- a. Xác định giới hạn quang điện của catốt.
- b. Anốt của tế bào quang điện đó cũng có dạng phẳng song song với catốt, đặt đối diện và cách catốt một khoảng $d = 1$ cm. Hỏi khi rọi chùm bức xạ rất hẹp vào tâm catốt và đặt một hiệu điện thế $U_{AK} = 4,45V$, thì bán kính lớn nhất của vùng trên bề mặt anốt mà các êlectron tới đập vào bằng bao nhiêu?

Đ/S: a. 360 nm; b. $r_{max} = 5,22$ mm

Bài 3-(4.14/Tuyển tập các bài toán vật lý): Một điện cực phẳng bằng nhôm được rọi bằng ánh sáng tử ngoại có bước sóng 83 nm.

1. Hỏi êlectron quang điện có thể rời xa bề mặt điện cực một khoảng bằng bao nhiêu nếu bên ngoài điện cực có một điện trường cản $E = 7,5$ V/cm? Cho biết giới hạn quang điện của nhôm là 332 nm.

2. Trong trường hợp không có điện trường hãm và điện cực được nối đất qua một điện trở $R = 1M\Omega$ thì dòng quang điện cực đại qua điện trở là bao nhiêu?

Đ/S: 1. $s = 1,5$ cm; 2. $I_0 = 11,21 \mu A$

Bài 4-(HVCNBCVT_1999): Chiếu một bức xạ có bước sóng 560 nm vào catốt của một tế bào quang điện.

a. Biết cường độ dòng quang điện bão hoà là 2 mA. Tính xem trong mỗi giây có bao nhiêu quang êlectron được giải phóng khỏi catốt.

b. Dùng màn chắn tách một chùm hẹp quang êlectron, hướng vào trong một từ trường đều có $B = 7,64.10^{-5}$ T, sao cho $\vec{B} \perp \vec{v}_{0max}$. Ta thấy quỹ đạo của êlectron trong từ trường là những đường tròn có bán kính lớn nhất là $r_{max} = 2,5$ cm.

+ Xác định vận tốc ban đầu cực đại của quang êlectron.

+ Tính giới hạn quang điện của kim loại dùng làm catốt.

PHẦN IX

VẬT LÝ HẠT NHÂN

DẠNG 1

HIỆN TƯỢNG PHÓNG XẠ HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ

1. PHƯƠNG PHÁP

- Phương trình phóng xạ hạt nhân nguyên tử có dạng: $A \rightarrow B + C$

a) Tìm số nguyên tử còn lại ở thời điểm t : Gọi N là số nguyên tử còn lại ở thời điểm t . Áp dụng

định luật phóng xạ, ta có: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot t} = N_0 \cdot e^{-k \cdot \ln 2} = \frac{N_0}{2^k}$

Trong đó: N_0 là số nguyên tử ban đầu; k là hằng số phóng xạ ($\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}$); $k = \frac{t}{T}$.

$$A(g) \rightarrow N_A$$

* Chú ý:

$$m_0(g) \rightarrow N_0 = \frac{m_0 \cdot N_A}{A}$$

b) Tìm số nguyên tử phân rã sau thời gian t : Ta có:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 \cdot e^{-\lambda t} = N_0(1 - e^{-\lambda t}) = N_0(1 - \frac{1}{2^k}) = N_0(1 - \frac{1}{e^{\lambda t}}) = N_0 \frac{e^{\lambda t} - 1}{e^{\lambda t}}$$

Nếu $t \ll T \Leftrightarrow e^{\lambda t} \ll 1$, ta có: $\Delta N \approx N_0(1 - 1 + \lambda t) = N_0 \lambda t$

c) Tìm khối lượng còn lại ở thời điểm t : Gọi m là khối lượng còn lại ở thời điểm t , ta có:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} = \frac{m_0}{2^k}$$

d) Tìm khối lượng phân rã sau thời gian t : $\Delta m = m_0 - m = m_0(1 - e^{-\lambda t}) = m_0(1 - \frac{1}{2^k})$

e) Xác định độ phóng xạ: Độ phóng xạ H được xác định: $H = \lambda \cdot N = \lambda N_0 \cdot e^{-\lambda t} = H_0 \cdot e^{-\lambda t}$

Ngoài ra, ta có thể sử dụng: $H = -\frac{dN}{dt}$; Trong đó H_0 là độ phóng xạ ban đầu.

1 Ci = $3,7 \cdot 10^{10}$ Bq; 1 Bq = 1 phân rã/giây.

f) Tính tuổi của mẫu vật: Ta có thể dựa vào các phương pháp:

+ Dựa theo độ phóng xạ.

+ Dựa theo tỉ lệ khối lượng của chất sinh ra và khối lượng của chất phóng xạ còn lại.

+ Dựa theo tỉ số giữa hai chất phóng xạ có chu kỳ khác nhau.

2. BÀI TẬP

Bài 1: Một chất phóng xạ có chu kỳ bán rã $T = 10$ s, lúc đầu có độ phóng xạ $H_0 = 2 \cdot 10^7$ Bq.

a) Tính hằng số phóng xạ.

b) Tính số nguyên tử ban đầu.

c) Tính số nguyên tử còn lại và độ phóng xạ sau thời gian 30s.

Đ/S: a. $0,0693 \text{ s}^{-1}$; b. $N_0 = 2,9 \cdot 10^8$; c. $N = 3,6 \cdot 10^7$; $H = 2,5 \cdot 10^6$ Bq

Bài 2: Dùng 21 mg chất phóng xạ ${}^{210}_{84}\text{Po}$. Chu kỳ bán rã của Poloni là 140 ngày đêm. Khi phóng xạ tia α , Poloni biến thành chì (Pb).

a. Viết phương trình phản ứng.

b. Tìm số hạt nhân Poloni phân rã sau 280 ngày đêm.

c. Tìm khối lượng chì sinh ra trong thời gian nói trên.

Đ/S: b. $4,515 \cdot 10^{19}$; c. 15,45mg

Bài 3: Chu kỳ bán rã của ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ là 1600 năm. Khi phân rã, Ra di biến thành Radon ${}^{222}_{86}\text{Rn}$.

a. Radi phóng xạ hạt gì? Viết phương trình phản ứng hạt nhân.

b. Lúc đầu có 8g Radi, sau bao lâu thì còn 0,5g Radi?

Đ/S: $t = 6400$ năm

Bài 4: Đồng vị ${}_{11}^{24}\text{Na}$ là chất phóng xạ β^- tạo thành đồng vị của magiê. Mẫu ${}_{11}^{24}\text{Na}$ có khối lượng ban đầu là $m_0 = 0,24\text{g}$. Sau 105 giờ, độ phóng xạ của nó giảm đi 128 lần. Cho $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$

- Viết phương trình phản ứng.
- Tìm chu kỳ bán rã và độ phóng xạ ban đầu (tính ra Bq).
- Tìm khối lượng magiê tạo thành sau 45 giờ.

Đ/S: b. $T = 15$ (giờ), $H_0 = 7,23 \cdot 10^{16}$ (Bq); c. $m_{\text{Mg}} = 0,21\text{g}$

Bài 5: Khi phân tích một mẫu gỗ, người ta xác định được rằng 87,5% số nguyên tử đồng vị phóng xạ ${}_{6}^{14}\text{C}$ đã bị phân rã thành các nguyên tử ${}_{7}^{14}\text{N}$. Xác định tuổi của mẫu gỗ này. Biết chu kỳ bán rã của ${}_{6}^{14}\text{C}$ là 5570 năm.

Đ/S: $t = 16710$ năm

Bài 6: Đầu năm 1999 một phòng thí nghiệm mua một nguồn phóng xạ Xêsi ${}_{55}^{137}\text{Cs}$ có độ phóng xạ $H_0 = 1,8 \cdot 10^5$ Bq. Chu kỳ bán rã của Xêsi là 30 năm.

- Phóng xạ Xêsi phóng xạ tia β^- . Viết phương trình phân rã.
- Tính khối lượng Xêsi chứa trong mẫu.
- Tìm độ phóng xạ của mẫu vào năm 2009.
- Vào thời gian độ phóng xạ của mẫu bằng $3,6 \cdot 10^4$ Bq.

Đ/S: b. $m_0 = 5,6 \cdot 10^{-8}\text{g}$; c. $H = 1,4 \cdot 10^5$ Bq; d. $t = 69$ năm

Bài 7: Ban đầu, một mẫu Poloni ${}_{84}^{210}\text{Po}$ nguyên chất có khối lượng $m_0 = 1,00\text{g}$. Các hạt nhân

Poloni phóng xạ hạt α và biến thành hạt nhân ${}^A_Z\text{X}$.

- Xác định hạt nhân ${}^A_Z\text{X}$ và viết phương trình phản ứng.
- Xác định chu kỳ bán rã của Poloni phóng xạ, biết rằng trong 1 năm (365 ngày) nó tạo ra thể tích $V = 89,5\text{ cm}^3$ khí Hêli ở điều kiện tiêu chuẩn.
- Tính tuổi của mẫu chất trên, biết rằng tại thời điểm khảo sát tỉ số giữa khối lượng ${}^A_Z\text{X}$ và khối lượng Poloni có trong mẫu chất là 0,4. Tính các khối lượng đó.

Đ/S: a. ${}_{82}^{206}\text{Pb}$; b. $T = 138$ ngày; c. $t = 68,4$ ngày; $m_{\text{Po}} = 0,71\text{g}$; $m_{\text{Pb}} = 0,28\text{g}$

Bài 8: Để xác định máu trong cơ thể một bệnh nhân, bác sĩ tiêm vào máu người đó 10 cm^3 một dung dịch chứa ${}_{11}^{24}\text{Na}$ (có chu kỳ bán rã 15 giờ) với nồng độ 10^{-3} mol/lít .

- Hãy tính số mol (và số gam) Na^{24} đã đưa vào trong máu bệnh nhân.
- Hỏi sau 6 giờ lượng chất phóng xạ Na^{24} còn lại trong máu bệnh nhân là bao nhiêu?
- Sau 6 giờ người ta lấy ra 10 cm^3 máu bệnh nhân và đã tìm thấy $1,5 \cdot 10^{-8}\text{ mol}$ của chất Na^{24} . Hãy tính thể tích máu trong cơ thể bệnh nhân. Giả thiết rằng chất phóng xạ được phân bố trong toàn bộ thể tích máu bệnh nhân.

Đ/S: a. $n = 10^{-5}\text{ mol}$, $m_0 = 2,4 \cdot 10^{-4}\text{g}$; b. $m = 1,8 \cdot 10^{-4}\text{g}$; c. $V = 5\text{ lít}$

DẠNG 2 XÁC ĐỊNH NGUYÊN TỬ SỐ VÀ SỐ KHỐI CỦA MỘT HẠT NHÂN X

1. PHƯƠNG PHÁP

- Phương trình phản ứng hạt nhân: ${}_{Z_1}^{A_1}A + {}_{Z_2}^{A_2}B \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}C + {}_{Z_4}^{A_4}D$

- Áp dụng định luật bảo toàn điện tích hạt nhân (định luật bảo toàn số hiệu nguyên tử):

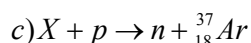
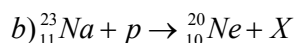
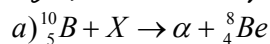
$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$$

- Áp dụng định luật bảo số khối:

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4$$

2. BÀI TẬP

Bài 1: Viết lại cho đầy đủ các phản ứng hạt nhân sau đây:



Bài 2: Cho phản ứng hạt nhân Urani có dạng: ${}_{92}^{238}U \rightarrow {}_{82}^{206}Pb + x.\alpha + y.\beta^{-}$

a) Tìm x, y .

b) Chu kỳ bán rã của Urani là $T = 4,5.10^9$ năm. Lúc đầu có 1g Urani nguyên chất.

+ Tính độ phóng xạ ban đầu và độ phóng xạ sau 9.10^9 năm của Urani ra Becquerel.

+ Tính số nguyên tử Urani bị phân rã sau 1 năm. Biết rằng $t \ll T$ thì $e^{-\lambda t} \approx 1 - \lambda t$; coi 1 năm bằng 365 ngày.

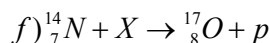
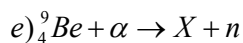
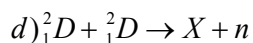
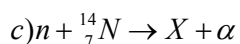
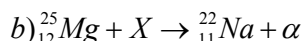
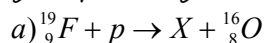
Bài 3: Dùng proton bắn phá hạt nhân ${}_{28}^{60}Ni$ ta được hạt nhân X và một neutron. Chất X phân rã thành chất Y và phóng xạ β^{-} . Viết phương trình phản ứng xảy ra và xác định các nguyên tố X và Y.

Bài 4: a. Cho biết cấu tạo của hạt nhân nhôm ${}_{13}^{27}Al$.

b. Bắn phá hạt nhân nhôm bằng chùm hạt Heli, phản ứng sinh ra hạt nhân X và một Neutron. Viết phương trình phản ứng và cho biết cấu tạo của hạt nhân X.

c. Hạt nhân X là chất phóng xạ β^{+} . Viết phương trình phân rã phóng xạ của hạt nhân X.

Bài 5: Xác định các hạt nhân X trong các phản ứng sau đây:



DẠNG 3

XÁC ĐỊNH NĂNG LƯỢNG

1. PHƯƠNG PHÁP

a) *Xác định năng lượng liên kết và năng lượng liên kết riêng:*

+ Tính độ hụt khối: $\Delta m = m_0 - m = Z.m_p + (A - Z).m_n - m$.

+ Năng lượng liên kết hạt nhân: $W_{lk} = E_0 - E = (m_0 - m).c^2 = \Delta m.c^2$.

+ Năng lượng liên kết riêng: Lập tỉ số: Năng lượng liên kết riêng $= \frac{W_{lk}}{A}$.

* **Chú ý:** NLLK riêng càng lớn thì hạt nhân càng bền vững.

b) *Năng lượng phản ứng hạt nhân:* Xét phản ứng hạt nhân $A + B \rightarrow C + D$

+ Tính độ chênh lệch khối lượng của các hạt nhân trước và sau phản ứng

$$\Delta m = m_0 - m = (m_A + m_B) - (m_C + m_D)$$

Trong đó: $m_0 = m_A + m_B$ là khối lượng của các hạt nhân trước phản ứng.

$m = m_C + m_D$ là khối lượng của các hạt nhân sau phản ứng.

* Nếu $m_0 > m$ thì phản ứng tỏa năng lượng. Năng lượng tỏa ra là: $W_{to\grave{a}} = (m_0 - m).c^2 = \Delta m.c^2$.

* Nếu $m_0 < m$ thì phản ứng thu năng lượng. Năng lượng thu vào là: $W_{thu} = -W_{to\grave{a}} = (m - m_0).c^2$.

+ Muốn thực hiện phản ứng thu năng lượng, ta phải cung cấp cho các hạt A và B một năng lượng W dưới dạng động năng (bằng cách bắn A vào B). Giả sử các hạt sinh ra có tổng động năng là W_d . Vậy năng lượng cần phải cung cấp W thỏa mãn điều kiện:

$$W = W_d + W_{thu} = W_d + (m - m_0).c^2$$

Chú ý: $1u.c^2 = 931,5 \text{ MeV}$; $1\text{eV} = 1,6.10^{-19} \text{ J}$; $1u = 1,66055.10^{-27} \text{ kg}$.

2. BÀI TẬP

Bài 1: Tìm độ hụt khối và năng lượng liên kết của hạt nhân Liti ${}^7_3\text{Li}$. Biết khối lượng nguyên tử

Liti, neutron và prôtôn có khối lượng lần lượt là: $m_{\text{Li}} = 7,016005u$; $m_n = 1,008665u$ và

$m_p = 1,007825u$.

$$\text{Đ/S: } \Delta m = 0,068328u; W_{lk} = 63,613368 \text{ MeV}$$

Bài 2: Cho phản ứng hạt nhân: ${}^1_1\text{H} + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^4_2\text{He} + X + 2,1 \text{ MeV}$

a) Xác định hạt nhân X.

b) Tính năng lượng tỏa ra từ phản ứng trên khi tổng hợp 2 gam Heli. Biết số Avôgadrô

$N_A = 6,02.10^{23}$.

$$\text{Đ/S: a. } X = {}^7_3\text{Li}; \text{ b. } W_{to\grave{a}} = N.2,1 = 6,321.10^{23} \text{ MeV}$$

Bài 3: Cho phản ứng hạt nhân: $X + {}^{23}_{11}\text{Na} \rightarrow \alpha + {}^{20}_{10}\text{Ne}$

a) Xác định hạt nhân X.

b) Phản ứng trên tỏa hay thu năng lượng? Tính độ lớn của năng lượng tỏa ra hay thu vào?

Cho biết $m_X = 1,0073u$; $m_{\text{Na}} = 22,9837u$; $m_{\text{Ne}} = 19,9870u$; $m_{\text{He}} = 4,0015u$

$1u = 1,66055.10^{-27} \text{ kg} = 931 \text{ MeV}/c^2$.

$$\text{Đ/S: a. } X = {}^1_1\text{H}; \text{ b. } W_{to\grave{a}} = 2,3275 \text{ MeV}$$

Bài 4: Cho biết: $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,0015u$; $m_{{}^{16}_8\text{O}} = 15,999u$; $m_{{}^1_1\text{H}} = 1,007276u$; $m_n = 1,008667u$. Hãy sắp xếp

các hạt nhân ${}^4_2\text{He}$; ${}^{16}_8\text{O}$; ${}^{12}_6\text{C}$ theo thứ tự tăng dần của độ bền vững.

Bài 5: Xét phản ứng hạt nhân sau: ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$. Biết độ hụt khối khi tạo thành hạt nhân

${}^2_1\text{D}$; ${}^3_1\text{T}$; ${}^4_2\text{He}$ lần lượt là $\Delta m_D = 0,0024u$; $\Delta m_T = 0,0087u$; $\Delta m_{\text{He}} = 0,0305u$. Phản ứng trên tỏa hay

thu năng lượng? Năng lượng tỏa ra hay thu vào bằng bao nhiêu?

DẠNG 4 XÁC ĐỊNH VẬN TỐC, ĐỘNG NĂNG, ĐỘNG LƯỢNG CỦA HẠT NHÂN

1. PHƯƠNG PHÁP

a) Vận dụng định luật bảo toàn năng lượng toàn phần: $NLTP = NLN + ĐN$

$$E_T + W_{đ\text{trước}} = E_S + W_{đ\text{sau}}$$

Trong đó: E_0, E là năng lượng nghỉ của hạt nhân trước và sau phản ứng.

$W_{đ\text{trước}}, W_{đ\text{sau}}$ lần lượt là động năng của hạt nhân trước và sau phản ứng.

b) Vận dụng định luật bảo toàn động lượng: $p = \text{Const} \Leftrightarrow p_{tr} = p_s$

c) Mối quan hệ giữa động năng và động lượng: $p = m.v; W_d = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow p^2 = 2.m.W_d$

2. BÀI TẬP

Bài 1: Người ta dùng một hạt prôtôn có động năng $W_p = 1,6\text{MeV}$ bắn vào một hạt nhân đang đứng yên ${}^7_3\text{Li}$ và thu được hai hạt giống nhau có cùng động năng.

- Viết phương trình phản ứng hạt nhân. Ghi rõ nguyên tử số Z và số khối A của hạt nhân sản phẩm.
- Tính động năng của mỗi hạt.

Biết rằng khối lượng hạt nhân: $m_p = 1,0073u; m_{Li} = 7,0144u; m_x = 4,0015u$ và đơn vị khối lượng nguyên tử $1u = 1,66055.10^{-27}\text{kg} = 931\text{MeV}/c^2$.

$$\text{Đ/S: } W_{He} = 9,5\text{MeV}$$

Bài 2: Người ta dùng một hạt prôtôn bắn phá hạt nhân Beri đang đứng yên. Hai hạt nhân sinh ra là Hêli và hạt nhân X: $p + {}^9_4\text{Be} \rightarrow \alpha + X$.

- Viết đầy đủ phản ứng hạt nhân. X là hạt nhân gì?
- Biết rằng prôtôn có động năng $W_p = 5,45\text{MeV}$; Hêli có vận tốc vuông góc với vận tốc của prôtôn và có động năng $W_{He} = 4\text{MeV}$. Tính động năng của X.
- Tìm năng lượng mà phản ứng toả ra.

Chú ý: Người ta không cho khối lượng chính xác của các hạt nhân nhưng có thể tính gần đúng khối lượng của một hạt nhân đo bằng đơn vị u có giá trị gần bằng số khối của nó.

$$\text{Đ/S: a. } X = {}^6_3\text{Li}; \text{ b. } W_X = 3,575\text{MeV}; \text{ c. } \Delta E = 2,125\text{MeV}$$

Bài 3: Hạt nhân Urani phóng xạ ra hạt α .

a) Tính năng lượng toả ra (dưới dạng động năng của các hạt). Cho biết $m(\text{U234}) = 233,9904u; m(\text{Th230}) = 229,9737u; m(\text{He4}) = 4,0015u$ và $1u = 1,66055.10^{-27}\text{kg}$.

- Tính động năng của hạt Hêli.
- Động năng của hạt Hêli chỉ bằng 13 MeV, do có bức xạ gamma phát ra. Tính bước sóng của bức xạ gamma.

$$\text{Đ/S: a) } \Delta E = 0,227.10^{-11}\text{J}; \text{ b) } W_{He} = 13,95\text{MeV}; \text{ c) } \lambda = 1,31.10^{-12}\text{m}$$

Bài 4: Bắn một hạt Hêli có động năng $W_{He} = 5\text{MeV}$ vào hạt nhân X đang đứng yên ta thu được một hạt prôtôn và hạt nhân ${}^{17}_8\text{O}$.

- Tìm hạt nhân X.
- Tính độ hụt khối của phản ứng. Biết $m_p = 1,0073u; m_{He} = 4,0015u; m_x = 13,9992u$ và $m_O = 16,9947u$.
- Phản ứng này thu hay toả năng lượng? Năng lượng toả ra hay thu vào là bao nhiêu?
- Biết prôtôn bay ra theo hướng vuông góc với hạt nhân ${}^{17}_8\text{O}$ và có động năng là 4MeV. Tìm động năng và vận tốc của hạt nhân ${}^{17}_8\text{O}$ và góc tạo bởi của hạt nhân ${}^{17}_8\text{O}$ so với hạt nhân Hêli.

DẠNG 5

NHÀ MÁY ĐIỆN NGUYÊN TỬ HẠT NHÂN

1. PHƯƠNG PHÁP

+ Hiệu suất nhà máy: $H = \frac{P_{ci}}{P_{tp}} (\%)$

+ Tổng năng lượng tiêu thụ trong thời gian t : $A = P_{tp} \cdot t$

+ Số phân hạch: $\Delta N = \frac{A}{\Delta E} = \frac{P_{tp} \cdot t}{\Delta E}$ (Trong đó ΔE là năng lượng toả ra trong một phân hạch)

+ Nhiệt lượng toả ra: $Q = m \cdot q$.

2. BÀI TẬP

Bài 1: Xét phản ứng phân hạch Urani 235 có phương trình: ${}^{235}_{92}\text{U} + n \rightarrow {}^{95}_{42}\text{Mo} + {}^{139}_{57}\text{La} + 2n + 7e^{-}$

Tính năng lượng mà một phân hạch toả ra. Biết $m_{{}^{235}\text{U}} = 234,99\text{u}$; $m_{\text{Mo}} = 94,88\text{u}$; $m_{\text{La}} = 138,87\text{u}$.
Bỏ qua khối lượng của electron.

Đ/S: 214MeV

Bài 2: Một hạt nhân Urani 235 phân hạch toả năng lượng 200MeV. Tính khối lượng Urani tiêu thụ trong 24 giờ bởi một nhà máy điện nguyên tử có công suất 5000KW. Biết hiệu suất nhậm ý là 17%. Số Avôgađrô là $N_A = \text{kmol}^{-1}$.

Đ/S: $m = 31\text{ g}$

Bài 3: Dùng một prôtôn có động năng 2MeV bắn vào hạt nhân ${}^7_3\text{Li}$ đứng yên, ta thu được hai hạt giống nhau có cùng động năng.

a) Viết phương trình phản ứng.

b) Tìm động năng mỗi hạt sinh ra.

c) Tính góc hợp bởi phương chuyển động của hai hạt nhân vừa sinh ra. Cho $m_H = 1,0073\text{u}$;
 $m_{\text{Li}} = 7,0144\text{u}$;

$m_{\text{He}} = 4,0015\text{u}$; $1\text{u} = 931\text{MeV}/c^2$.

Bài 4: Chu kỳ bán rã của Urani 238 là $4,5 \cdot 10^9$ năm.

1) Tính số nguyên tử bị phân rã trong một gam Urani 238.

2) Hiện nay trong quặng Uran thiên nhiên có lẫn U238 và U235 theo tỉ lệ là 140:1. Giả thiết rằng ở thời điểm hình thành trái đất, tỉ lệ trên là 1:1. Tính tuổi trái đất. Biết chu kỳ bán rã của U235 là $7,13 \cdot 10^8$ năm. Biết $x \ll 1 \Rightarrow e^{-x} \approx 1 - x$.

Đ/S: a. $39 \cdot 10^{10}$ (nguyên tử); b. $t = 6 \cdot 10^9$ năm

Bài 5: Tính tuổi của một cái tượng gỗ, biết rằng độ phóng xạ β^{-} của nó bằng 0,77 lần độ phóng xạ của một khúc gỗ cùng khối lượng và vừa mới chặt.

Đ/S: 2100 năm

Bài 6: Dùng một máy đếm xung để tìm chu kỳ bán rã của một chất phóng xạ. Trong cùng khoảng thời gian đếm Δt , lúc bắt đầu người ta thấy có 6400 phân rã thì 6 giờ sau đếm lại số phân rã chỉ là 100 trong cùng khoảng thời gian Δt này. Hãy tìm chu kỳ bán rã của chất phóng xạ này.

LG Bài 6

+ Gọi N_1 là số nguyên tử còn lại lúc t_1 (bắt đầu đếm): $N_1 = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}}$. Sau thời gian Δt , số nguyên tử còn lại là: $N_1' = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1 + \Delta t}{T}}$. Số nguyên tử còn lại trong khoảng thời gian Δt là:

$$\Delta N_1 = N_1 - N_1' = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}} \left(1 - 2^{-\frac{\Delta t}{T}}\right)$$

+ Tương tự, sau khoảng thời gian đếm Δt lúc $t_2 = t_1 + 6\text{giờ}$, ta có: $\Delta N_2 = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_2}{T}} \left(1 - 2^{-\frac{\Delta t}{T}}\right)$.

+ Lập tỉ số: $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = 2^{6/T} = \frac{6400}{100} = 2^6 \Rightarrow T = 1\text{h}$

