

**Dạng 1: Vị trí phương trình dao động điều hòa.
Xác định các đặc trưng của dao động điều hòa**

- Chọn hệ quy chiếu: + Trục Ox...
+ gốc tọa độ tại VTCB
+ Chiều dương...
+ gốc thời gian...

Phương trình dao động có dạng: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ cm
 Phương trình vận tốc: $v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$ cm/s



1) Xác định tần số góc ω ($\omega > 0$)

+ $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$, với $T = \frac{\Delta t}{N}$, N: tổng số dao động

+ Nếu con lắc lò xo: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, (k: N/m, m: kg)

+ khi cho giá trị của lò xo VTCB Δl : $k \cdot \Delta l = mg \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta l} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$

+ $\omega = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}}$

2) Xác định biên độ A : ($A > 0$)

+ $A = \frac{d}{2}$, d: là chiều dài quỹ đạo của vật dao động

+ Nếu cho chiều dài lớn nhất và nhỏ nhất của lò xo: $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2}$

+ Nếu cho lý thuyết vận tốc v thì ta có: $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$ (nếu buông nhẹ $v = 0$)

+ Nếu cho vận tốc và gia tốc: $A^2 = \frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^4}$

+ Nếu cho vận tốc cực đại: v_{\max} thì: $A = \frac{v_{\max}}{\omega}$

+ Nếu cho gia tốc cực đại: a_{\max} thì: $A = \frac{a_{\max}}{\omega^2}$

+ Nếu cho lực cực đại F_{\max} thì $\rightarrow |F|_{\max} = kA$

+ Nếu cho năng lượng của dao động W thì $\rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{k}}$

3) Xác định pha ban đầu φ : ($-\pi \leq \varphi \leq \pi$)

Dựa vào cách chọn gốc thời gian xác định ra φ

Khi $t=0$ thì $\begin{cases} x = x_0 \\ v = v_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{x_0}{A} \\ \sin \varphi = \frac{v_0}{\omega A} \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$

+ Nếu lúc vật đi qua VTCB thì $\begin{cases} 0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0 \\ A = -\frac{v_0}{\omega \sin \varphi} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = ? \\ A = ? \end{cases}$

$$+ N \text{ u lúc buông nh v t } \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ 0 = -A \omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{x_0}{\cos \varphi} > 0 \\ \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = ? \\ A = ? \end{cases}$$

Chú ý:

- Û khi th nh , buông nh v t $v_0=0$, $A=x$
- Û Khi v t i theo chi u d ng thì $v>0$ (Khi v t i theo chi u âm thì $v<0$)
- Û Pha dao ng là: $(\omega t + \varphi)$
- Û $\sin(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$
- Û $(-\cos(x)) = \cos(x + \pi)$

D ng 2: Xác nh th i i m v t i qua ly x_0-v n t c v t t giá tr v_0

Ph ng trình dao ng có d ng: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ cm
 Ph ng trình v n t c: $v = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$ cm/s

1) Khi v t i qua ly x_0 thì $x_0 = A \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x_0}{A} = \cos b$

$$\Rightarrow \omega t + \varphi = \pm b + k2\pi \Rightarrow t = \frac{\pm b - \varphi + k2\pi}{\omega} \text{ s v i } k \in \mathbb{N} \text{ khi } \pm b - \varphi > 0 \text{ và } k \in \mathbb{N}^* \text{ khi } \pm b - \varphi < 0$$

Khi có i u ki n c a v t thì ta lo i b t m t nghi m t

2) Khi v t t v n t c v_0 thì $v_0 = -A \omega \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \sin(\omega t + \varphi) = -\frac{v_0}{A \omega} = \cos d$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega t + \varphi = d + k2\pi \\ \omega t + \varphi = \pi - d + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{d - \varphi + k2\pi}{\omega} \\ t = \frac{\pi - d - \varphi + k2\pi}{\omega} \end{cases}$$

v i $k \in \mathbb{N}$ khi $\begin{cases} d - \varphi > 0 \\ \pi - d - \varphi > 0 \end{cases}$ và $k \in \mathbb{N}^*$ khi $\begin{cases} d - \varphi < 0 \\ \pi - d - \varphi < 0 \end{cases}$

3) Tìm ly v t khi v n t c có giá tr v_1 :

$$\text{Ta dùng } A^2 = x^2 + \left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{A^2 - \left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2}$$

4) Tìm v n t c khi i qua ly x_1 :

$$\text{Ta dùng } A^2 = x^2 + \left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2 \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} \text{ khi v t i theo chi u d ng thì } v > 0$$

D ng 3: Xác nh quãng ng và s l n v t i qua ly x_0 t th i i m t_1 n t t_2

Ph ng trình dao ng có d ng: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ cm
 Ph ng trình v n t c: $v = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$ cm/s

$$\text{Tính s chu k dao ng t th i i m } t_1 \text{ n t } t_2: N = \frac{t_2 - t_1}{T} = n + \frac{m}{T}, \text{ v i } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Trong m t chu k : + v t i c quãng ng $4A$
 + V t i qua ly b t k $2l$ n

* N u $m=0$ thì: + Quãng ng i c: $S_T = 4nA$
 + S l n v t i qua x_0 là $M_T = 2n$

* N u $m \neq 0$ thì: + Khi $t=t_1$ ta tính $x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi)$ cm và v_1 d ng hay âm (không tính v_1)

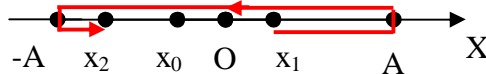
Lý thuyết và phương pháp giải các dạng toán phổ biến dao động p 12

+ Khi $t=t_2$ ta tính $x_2 = A \cos(\omega t_2 + \varphi) \text{ cm}$ và v_2 để tính hay âm (không tính v_2)

Sau đó vẽ hình cavt trong phần $\frac{m}{T}$ chu kỳ rồi đưa vào hình vẽ tính S_1 và số lần M_1 vượt qua x_0 tương ứng.

Khi đó: + Quãng đường đi được là: $S = S_T + S_1$
+ Số lần vượt qua x_0 là: $M = M_T + M_1$

* Ví dụ: $\begin{cases} x_1 > x_0 > x_2 \\ v_1 > 0, v_2 > 0 \end{cases}$ ta có hình vẽ:



Khi đó số lần vượt qua x_0 là $M_1 = 2n$

+ Quãng đường đi được:

$$S_1 = 2A + (A - x_1) + (A - x_2) = 4A - x_1 - x_2$$

Dạng 4: Xác định các tác động của các yếu tố tác động lên vận tốc và độ dài lò xo - chi tiết độ dài lò xo khi vận tốc dao động

1) Lực hồi phục (lực tác động lên vận tốc):

Lực hồi phục: $\vec{F} = -k\vec{x} = m\vec{a}$: luôn hướng về vị trí cân bằng

lần: $F = k|x| = m\omega^2|x|$.

Lực hồi phục có giá trị cực đại $F_{\max} = kA$ khi vận tốc qua các vị trí biên ($x = \pm A$).

Lực hồi phục có giá trị cực tiểu $F_{\min} = 0$ khi vận tốc qua vị trí cân bằng ($x = 0$).

2) Lực tác động lên độ dài lò xo:

Lực tác động lên độ dài lò xo là lực đàn hồi: $F = k|\Delta l + x|$

+ Khi con lắc lò xo nằm ngang $\Delta l = 0$

+ Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng: $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$.

+ Khi con lắc nằm trên mặt phẳng nghiêng góc α : $\Delta l = \frac{mg \sin \alpha}{k}$

a) Lực cực đại tác động lên độ dài lò xo là: $F_{\max} = k(\Delta l + A)$

b) Lực cực tiểu tác động lên độ dài lò xo là:

+ khi con lắc nằm ngang: $F_{\min} = 0$

+ khi con lắc treo thẳng đứng hoặc nằm trên mặt phẳng nghiêng góc α :

Nếu $\Delta l > A$ thì $F_{\min} = k(\Delta l - A)$

Nếu $\Delta l \leq A$ thì $F_{\min} = 0$

3) Lực đàn hồi vị trí có li độ x (góc α ở vị trí cân bằng):

+ Khi con lắc lò xo nằm ngang $F = kx$

+ Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng hoặc nằm trên mặt phẳng nghiêng góc α : $F = k|\Delta l + x|$

4) Chiều dài lò xo:

l_0 : là chiều dài tự nhiên của lò xo:

a) khi lò xo nằm ngang:

Chiều dài cực đại của lò xo: $l_{\max} = l_0 + A$.

Chiều dài cực tiểu của lò xo: $l_{\min} = l_0 - A$.

b) Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng hoặc nằm trên mặt phẳng nghiêng góc α :

Chiều dài khi vận tốc vị trí cân bằng: $l_{cb} = l_0 + \Delta l$

Chiều dài cực đại của lò xo: $l_{\max} = l_0 + \Delta l + A$.

Chiều dài cực tiểu của lò xo: $l_{\min} = l_0 + \Delta l - A$.

Chiều dài li độ x : $l = l_0 + \Delta l + x$

Đề 5: Xác định năng lượng cơ năng và công suất

Phương trình dao động có dạng: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ m

Phương trình vận tốc: $v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$ m/s

a) Thế năng: $W_t = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

b) Động năng: $W_d = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$; với $k = m\omega^2$

c) Công suất: $W = W_t + W_d = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$.

$+ W_t = W - W_d$

$+ W_d = W - W_t$

Khi $W_t = W_d \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ thời gian $W_t = W_d$ là: $\Delta t = \frac{T}{4}$

+ Thế năng và động năng của vật biến thiên tuần hoàn với cùng tần số góc $\omega' = 2\omega$, tần số dao động $f' = 2f$ và chu kỳ $T' = \frac{T}{2}$.

Chú ý: Khi tính năng lượng phải dùng đơn vị kg, vận tốc v m/s, ly v mét

Đề 6: Xác định thời gian ngắn nhất đi qua ly x_1 và x_2

Ta dùng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều.

Khi vật dao động điều hòa tại x_1 và x_2 thì tương ứng với vị trí chuyển động tròn đều tại M và N (chú ý x_1 và x_2 là hình chiếu vuông góc của M và N lên trục OX)

Thời gian ngắn nhất đi từ x_1 và x_2 bằng thời gian vật chuyển động tròn đều từ M đến N

$t = t_{MN} = \frac{\widehat{MON}}{360} T$, $\widehat{MON} = \widehat{x_1MO} + \widehat{ONx_2}$ với

$\sin(\widehat{x_1MO}) = \frac{|x_1|}{A}$, $\sin(\widehat{ONx_2}) = \frac{|x_2|}{A}$

+ khi vật đi từ $x = 0 \in x = \pm \frac{A}{2}$ thì $\Delta t = \frac{T}{12}$

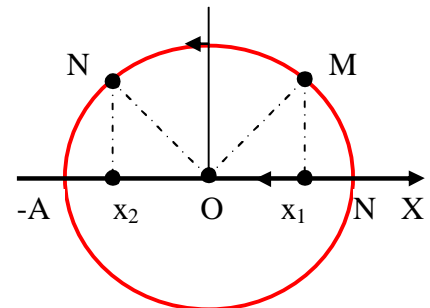
+ khi vật đi từ $x = \pm \frac{A}{2} \in x = \pm A$ thì $\Delta t = \frac{T}{6}$

+ khi vật đi từ $x = 0 \in x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$ và $x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \in x = \pm A$ thì $\Delta t = \frac{T}{8}$

+ vật đi liên tiếp qua $x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$ thì $\Delta t = \frac{T}{4}$

Vận tốc trung bình của vật dao động lúc này: $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$

ΔS tính như đề 3.



Đề 7: Hệ lò xo ghép nối tiếp - ghép song song và xung

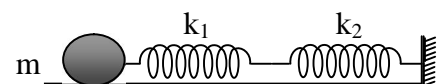
1). Lò xo ghép nối tiếp:

a) Các hằng số:

Hai lò xo có hằng số k_1 và k_2 ghép nối tiếp có thể xem

như một lò xo có hằng số thoả mãn biểu thức:

$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ (1)



Chứng minh (1):

Khi vật lý x thì:

$$\begin{cases} F = F_1 = F_2 \\ x = x_1 + x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f = kx, F_1 = k_1 x_1, F_2 = k_2 x_2 \\ F = F_1 = F_2 \\ x = x_1 + x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = F_1 = F_2 \\ \frac{F}{k} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_2}{k_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \text{ hay } k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

b) Chu kỳ dao động T - tần số dao động:

+ Khi có lò xo 1 (k_1): $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} \Rightarrow \frac{1}{k_1} = \frac{T_1^2}{4\pi^2 m}$

+ Khi có lò xo 2 (k_2): $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} \Rightarrow \frac{1}{k_2} = \frac{T_2^2}{4\pi^2 m}$

+ Khi ghép nối tiếp 2 lò xo trên: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2 m}$

Mà $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ nên $\frac{T^2}{4\pi^2 m} = \frac{T_1^2}{4\pi^2 m} + \frac{T_2^2}{4\pi^2 m} \Rightarrow T^2 = T_1^2 + T_2^2$

Tần số dao động: $\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$

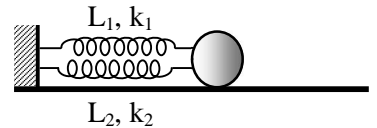
b. Lò xo ghép song song:

Hai lò xo có độ cứng k_1 và k_2 ghép song song có thể xem như một lò xo có độ cứng k tho mãn biểu thức: $k = k_1 + k_2$ (2)

Chứng minh (2):

Khi vật lý x thì:

$$\begin{cases} x = x_1 = x_2 \\ F = F_1 + F_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f = kx, F_1 = k_1 x_1, F_2 = k_2 x_2 \\ x = x_1 = x_2 \\ F = F_1 + F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x_1 = x_2 \\ kx = k_1 x_1 + k_2 x_2 \end{cases}$$



$\Rightarrow k = k_1 + k_2$

b) Chu kỳ dao động T - tần số dao động:

+ Khi có lò xo 1 (k_1): $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} \Rightarrow k_1 = \frac{4\pi^2 m}{T_1^2}$

+ Khi có lò xo 2 (k_2): $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} \Rightarrow k_2 = \frac{4\pi^2 m}{T_2^2}$

+ Khi ghép nối tiếp 2 lò xo trên: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$

Mà $k = k_1 + k_2$ nên $\frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 m}{T_1^2} + \frac{4\pi^2 m}{T_2^2} \Rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$

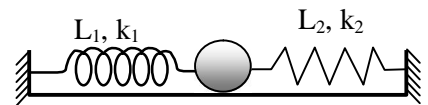
Tần số dao động: $f^2 = f_1^2 + f_2^2$

c) Khi ghép xung i công thức giải ghép song song

Lưu ý: Khi giải các bài toán dạng này, nếu gặp trường hợp một lò xo có chiều dài tự nhiên l_0 (độ cứng k_0) cắt thành hai lò xo có chiều dài lần lượt là l_1 (độ cứng k_1) và l_2 (độ cứng k_2) thì ta có:

$k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2$

Trong đó $k_0 = \frac{ES}{l_0} = \frac{const}{l_0}$; E: suất Young (N/m^2); S: tiết diện ngang (m^2)



Dạng 8: Chứng minh h dao động i u hoà

Trong trường hợp phân tích chứng minh các h dao động i u hoà trên các lực ảnh hưởng: $F = -kx$ hoặc năng lượng cơ năng $W = W_t + W_n$, ta tiến hành như sau:

Cách 1: Dùng phương pháp năng lượng:

+ Phân tích lực tác động lên vật

+ Chọn hệ trục tọa độ Ox

+ Viết phương trình nh luật II Newton cho vật: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ chuyển phương trình này lên Ox

suy ra: $x'' = -\omega^2 x$; vận tốc dao động i u hoà với tần số góc ω

Cách 2: Dùng phương pháp năng lượng:

* Vì $W = W_t + W_n$ trong đó: $W_t = \frac{1}{2}kx^2$ (với x là li độ)

$$W_n = \frac{1}{2}mv^2$$

Áp dụng nh luật bảo toàn cơ năng: $W = W_t + W_n = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \text{const}$

+ Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian phương trình này chú ý: $a = v' = x''$

+ Biện luận được: $x'' = -\omega^2 x$ vận tốc dao động i u hoà với tần số góc ω

Con lắc đơn

Dạng 9: Vận tốc dao động của con lắc đơn - con lắc vật lý - chu kỳ dao động

1) Phương trình dao động:

Chọn: + Trục Ox trùng với trục vận tốc

+ gốc tọa độ tại vị trí cân bằng

+ chiều dương là chiều lệch về

+ gốc thời gian.....

Phương trình ly dãi: $s = A \cos(\omega t + \varphi)$ m

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \text{ m/s}$$

* Tìm $\omega > 0$:

$$+ \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \text{ với } T = \frac{\Delta t}{N}, N: \text{tổng số dao động}$$

$$+ \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, (l: \text{chiều dài dây treo}; m, g: \text{gia tốc trọng trường tại nơi ta xét}; m/s^2)$$

$$+ \omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \text{ với } d = OG: \text{khoảng cách từ trọng tâm đến trục quay.}$$

I : mômen quán tính của vật rắn.

$$+ \omega = \frac{v}{\sqrt{A^2 - s^2}}$$

* Tìm $A > 0$:

$$+ A^2 = s^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \text{ với } s = \alpha \cdot l$$

$$+ \text{khi cho chiều dài quỹ đạo là một cung tròn } MN: A = \frac{MN}{2}$$

$$+ A = \alpha_0 \cdot l, \alpha_0: \text{ly góc}; \text{rad.}$$

* Tìm φ ($-\pi \leq \varphi \leq \pi$)

Dựa vào cách chọn gốc thời gian xác định ra φ

$$\text{Khi } t=0 \text{ thì } \begin{cases} x = x_0 \\ v = v_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A \omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{x_0}{A} \\ \sin \varphi = \frac{v_0}{\omega A} \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$$

Phương trình ly giác: $\alpha = \frac{s}{l} = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$ rad. với $\alpha_0 = \frac{A}{l}$ rad

2) Chu kỳ dao động nh.

$$+ \text{Con lắc đơn: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \begin{cases} l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \\ g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \end{cases}$$

$$+ \text{Con lắc vật lý: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \Rightarrow \begin{cases} I = \frac{T^2 mgd}{4\pi^2} \\ g = \frac{4\pi^2 I}{T^2 md} \end{cases}$$

**Dạng 10: Năng lượng con lắc đơn - Xác định vận tốc và gia tốc
Lực căng dây treo khi vật đi qua ly góc**

1) Năng lượng con lắc đơn:

Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng O

$$+ \text{Năng động: } W = \frac{1}{2}mv^2$$

$$+ \text{Thế năng hấp dẫn ly } \alpha: W_t = mgl(1 - \cos \alpha)$$

$$+ \text{Cơ năng: } W = W_t + W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

$$\text{Khi góc nh: } W_t = mgl(1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2}mgl \alpha^2$$

$$W = \frac{1}{2}mgl \alpha_0^2$$

2) Tìm vận tốc và gia tốc khi đi qua ly α (đi qua A):

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

Cơ năng tại biên = cơ năng tại vị trí ta xét

$$W_A = W_N$$

$$W_{tA} + W_A = W_{tN} + W_N$$

$$\Leftrightarrow mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgl(1 - \cos \alpha_0) + 0$$

$$\Rightarrow v_A^2 = 2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0) \Rightarrow v_A = \pm \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$$

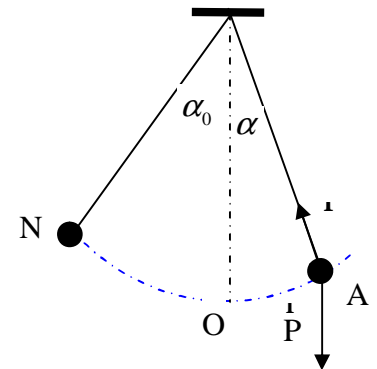
3) Lực căng dây (phần lực căng dây treo) treo khi đi qua ly α (đi qua A):

Theo định luật II Newton: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ chi u lên trục

$$\tau - mg \cos \alpha = ma_{ht} = m \frac{v_A^2}{l} \Leftrightarrow \tau = m \frac{v_A^2}{l} + mg \cos \alpha = m2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0) + mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \tau = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_0)$$

4) Khi góc nh $\alpha \leq 10^\circ$



Lý thuyết và phương pháp giải các dạng toán phổ biến dao động p 12

$$\begin{cases} \sin \alpha \approx \alpha \\ \cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \end{cases} \text{ khi } \alpha \text{ nhỏ } \begin{cases} v_A^2 = gl(\alpha_0^2 - \alpha^2) \\ \tau = \frac{1}{2}mg(1 - 2\alpha_0^2 - 3\alpha^2) \end{cases}$$

Chú ý: + Khi đi qua vị trí cân bằng (VTCB) $\alpha = 0$
+ Khi ở vị trí biên $\alpha = \alpha_0$

Định lý 11: Xác định chu kỳ con lắc đơn cao h sâu d khi dây treo không giãn

Giá trị trọng trường mặt đất: $g = \frac{GM}{R^2}$; R: bán kính trái đất $R = 6400\text{km}$

1) Khi a con lắc lên cao h:

Giá trị trọng trường cao h: $g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{g}{(1+\frac{h}{R})^2}$

Chu kỳ con lắc dao động đúng mặt đất: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (1)

Chu kỳ con lắc dao động sai cao h: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}$ (2)

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_h}{g}} \text{ mà } \sqrt{\frac{g_h}{g}} = \frac{1}{1+\frac{h}{R}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1+\frac{h}{R}} \Rightarrow T_2 = T_1(1+\frac{h}{R})$$

Khi a lên cao chu kỳ dao động tăng lên.

2) Khi a con lắc xuống sâu d:

* Sâu d: $g_d = g(1 - \frac{d}{R})$

Chứng minh: $P_d = F_{hd} \Leftrightarrow mg_d = G \frac{m(\frac{4}{3}\pi(R-d)^3 \cdot D)}{(R-d)^2}$ D: khối lượng riêng trái đất

$$\Leftrightarrow g_d = G \frac{(\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot D)(R-d)^3}{(R-d)^2 \cdot R^3} = G \frac{M(R-d)^3}{(R-d)^2 \cdot R^3} = \frac{GM}{R^2} \cdot (1 - \frac{d}{R}) \Rightarrow g_d = g(1 - \frac{d}{R})$$

* Chu kỳ con lắc dao động sâu d: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_d}}$ (3)

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_d}{g}} \text{ mà } \sqrt{\frac{g_d}{g}} = \sqrt{1 - \frac{d}{R}} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{\sqrt{1 - \frac{d}{R}}} \approx T_1(1 + \frac{1}{2} \frac{d}{R})$$

Khi a xuống sâu chu kỳ dao động tăng lên nhưng tăng ít hơn a lên cao

Định lý 12: Xác định chu kỳ khi nhiệt thay đổi (dây treo làm bằng kim loại)

Khi nhiệt thay đổi: Chiều dài biến đổi theo nhiệt độ: $l = l_0(1 + \lambda t)$.

λ : là hệ số nở dài vì nhiệt của kim loại làm dây treo con lắc.

l_0 : chiều dài ở 0°C

Chu kỳ con lắc dao động **úng** nhiệt độ $t_1(^{\circ}\text{C})$: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$ (1)

Chu kỳ con lắc dao động **sai** nhiệt độ $t_2(^{\circ}\text{C})$: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$ (2) $\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$

Ta có: $\begin{cases} l_1 = l_0(1 + \lambda t_1) \\ l_2 = l_0(1 + \lambda t_2) \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \sqrt{\frac{1 + \lambda t_1}{1 + \lambda t_2}} \approx 1 - \frac{1}{2}\lambda(t_2 - t_1)$ vì $\lambda = 1$
 $\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} \approx 1 - \frac{1}{2}\lambda(t_2 - t_1) \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{1 - \frac{1}{2}\lambda(t_2 - t_1)} \approx T_1(1 + \frac{1}{2}\lambda(t_2 - t_1))$

Vậy $T_2 = T_1(1 + \frac{1}{2}(t_2 - t_1))$

+ khi nhiệt độ tăng thì chu kỳ dao động tăng lên
 + khi nhiệt độ giảm thì chu kỳ dao động giảm xuống

Chú ý: + khi đi lên cao mà nhiệt độ thay đổi thì: $\frac{T_1}{T_2} \approx 1 - \frac{1}{2}(t_2 - t_1) - \frac{h}{R}$

+ khi đi xuống sâu mà nhiệt độ thay đổi thì: $\frac{T_1}{T_2} \approx 1 - \frac{1}{2}(t_2 - t_1) - \frac{d}{2R}$

Dạng 13 : Xác định thời gian dao động nhanh chậm trong một ngày đêm.

Một ngày đêm: $t = 24h = 24.3600 = 86400s$.

Chu kỳ dao động **úng** là: T_1

chu kỳ dao động **sai** là T_2

+ Số dao động con lắc dao động **úng** thực hiện trong một ngày đêm: $N_1 = \frac{t}{T_1}$

+ Số dao động con lắc dao động **sai** thực hiện trong một ngày đêm: $N_2 = \frac{t}{T_2}$

+ Số dao động **sai** trong một ngày đêm: $\Delta N = |N_1 - N_2| = t \left| \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right|$

+ Thời gian chênh lệch **sai** trong một ngày đêm là: $\Delta \tau = T_1 \cdot \Delta N = t \left| \frac{T_1}{T_2} - 1 \right|$

Ồ Nếu chu kỳ tăng con lắc dao động chậm lại

Ồ Nếu chu kỳ giảm con lắc dao động nhanh lên

* Khi đi lên cao h con lắc dao động chậm trong một ngày đêm là: $\Delta \tau = t \cdot \frac{h}{R}$

* Khi đi xuống sâu h con lắc dao động chậm trong một ngày đêm là: $\Delta \tau = t \cdot \frac{d}{2R}$

* Thời gian chênh lệch nhanh chậm khi nhiệt độ thay đổi trong một ngày đêm là: $\Delta \tau = t \cdot \frac{1}{2} |t_2 - t_1|$

* Thời gian chênh lệch nhanh chậm tổng quát: $\Delta \tau = t \left| \frac{h}{R} + \frac{1}{2}(t_2 - t_1) \right|$

Dạng 13 : Xác định chu kỳ con lắc v p (vận tốc) khi biên độ sau khi v p (vận tốc) biến đổi

1) Chu kỳ con lắc:

* Chu kỳ con lắc treo khi v p (vận tốc) biến đổi: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$, l_1 : chiều dài con lắc treo khi v p (vận tốc) biến đổi

* Chu kỳ con lắc sau khi va đập: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$, l_2 : chiều dài con lắc

sau khi va đập

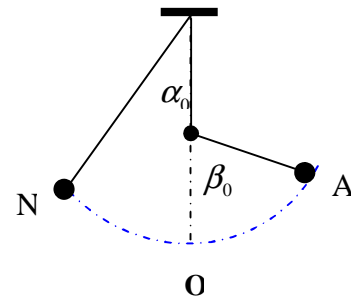
* Chu kỳ của con lắc: $T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$

2) Biên góc sau khi va đập:

Chọn mốc thế năng tại O. Ta có: $W_A = W_N$
 $\Rightarrow W_{lA} = W_{lN} \Leftrightarrow mgl_2(1 - \cos\beta_0) = mgl_1(1 - \cos\alpha_0)$
 $\Leftrightarrow l_2(1 - \cos\beta_0) = l_1(1 - \cos\alpha_0)$ vì góc nhỏ nên

$\Rightarrow l_2(1 - (1 - \frac{1}{2}\beta_0^2)) = l_1(1 - (1 - \frac{1}{2}\alpha_0^2)) \Rightarrow \beta_0 = \alpha_0\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$: biên góc sau khi va đập.

Biên dao động sau khi va đập: $A' = \alpha_0 \cdot l_2$



Dạng 14: Xác định chu kỳ con lắc bằng phương pháp trùng phùng

Cho hai con lắc đơn: Con lắc 1 chu kỳ T_1 đã biết
 Con lắc 2 chu kỳ T_2 chưa biết $T_2 \approx T_1$

Cho hai con lắc dao động trong một phương thẳng đứng song song trục m t m t ng i quan sát.
 Ng i quan sát ghi lại nh ng l n chúng i qua v trí cân b ng cùng lúc cùng chi u (trùng phùng).
 Gọi θ là thời gian hai lần trùng phùng liên tiếp nhau

a) Nếu $T_1 > T_2$: con lắc T_2 thực hiện nhiều hơn con lắc T_1 một dao động

ta có $\theta = nT_1 = (n+1)T_2 \Rightarrow \begin{cases} T_2 = \frac{\theta}{n+1} \\ n = \frac{\theta}{T_1} \end{cases} \Rightarrow T_2 = \frac{\theta}{\frac{\theta}{T_1} + 1} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{\frac{1}{T_1} + \frac{1}{\theta}} \Rightarrow \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{\theta}$

b) Nếu $T_1 < T_2$: con lắc T_1 thực hiện nhiều hơn con lắc T_2 một dao động

ta có $\theta = nT_2 = (n+1)T_1 \Rightarrow \begin{cases} T_2 = \frac{\theta}{n} \\ n = \frac{\theta}{T_1} - 1 \end{cases} \Rightarrow T_2 = \frac{\theta}{\frac{\theta}{T_1} - 1} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{\theta}} \Rightarrow \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{\theta}$

Dạng 15: Xác định chu kỳ con lắc khi chịu tác động thêm của ngoại lực không đổi \vec{F} .

* Chu kỳ con lắc lúc đầu: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (1)

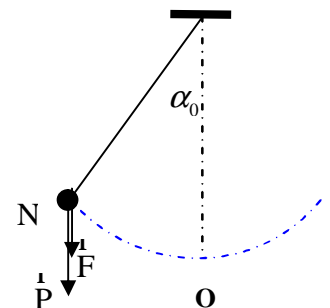
* Chu kỳ con lắc lúc sau: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}}$ (2)

Khi con lắc chịu tác động thêm của ngoại lực không đổi \vec{F} khi đó:

Trọng lực hiệu dụng (trọng lực biểu kiến): $\vec{P}_{hd} = \vec{F} + \vec{P}$

$\Leftrightarrow m\vec{g}_{hd} = \vec{F} + m\vec{g} \Rightarrow \vec{g}_{hd} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$

1) Khi $\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{P}$ (cùng hướng)



$$g_{hd} = g + \frac{F}{m} \text{ khi } \omega_2 < \omega_1: \text{ chu kỳ giảm}$$

2) Khi $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{P}$ (ngược hướng)

$$g_{hd} = g - \frac{F}{m} \text{ khi } \omega_2 > \omega_1: \text{ chu kỳ tăng}$$

3) Khi $\vec{F} \perp \vec{P}$ (vuông góc)

$$g_{hd} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} \text{ khi } \omega_2 < \omega_1: \text{ chu kỳ giảm}$$

$$\text{Vị trí cân bằng mới } \tan \alpha_0 = \frac{F}{P}$$

Chú ý: Các loại lắc có thể gặp:

+1) Lắc tĩnh điện: $F = 9 \cdot 10^9 \frac{|q_1 q_2|}{\epsilon r_{12}^2}$

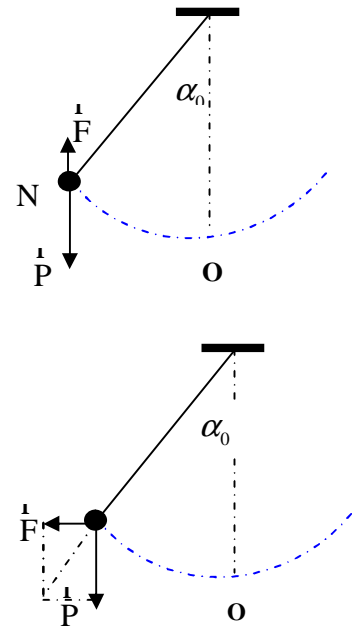
+2) Lắc điện trường: $F = |q| \cdot E, E = \frac{U}{d}$: cùng hướng

u(V/m)

$$\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E} \text{ khi } q > 0,$$

$$\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E} \text{ khi } q < 0$$

+3) Lắc Archimedes: $F_A = D \cdot V \cdot g$: D : khối lượng riêng chất lỏng, khí
 V : thể tích chất lỏng mà vật chìm



Định lý 16: Xác định chu kỳ con lắc khi gắn vào hệ chuyển động tịnh tiến với gia tốc a

- Khi con lắc gắn vào hệ chuyển động tịnh tiến với gia tốc a thì vật chịu tác động thêm của lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$ (ngược chiều với a)

Trọng lực hiệu dụng (trọng lực biểu kiến): $\vec{P}_{hd} = \vec{F}_{qt} + \vec{P}$

$$\Leftrightarrow m\vec{g}_{hd} = m\vec{g} - m\vec{a} \Rightarrow \vec{g}_{hd} = \vec{g} - \vec{a}$$

+ khi hệ chuyển động nhanh dần đều thì a cùng chiều với v (chiều chuyển động) khi đó \vec{F}_{qt} ngược chiều chuyển động

+ khi hệ chuyển động chậm dần đều thì a ngược chiều với v (chiều chuyển động) khi đó \vec{F}_{qt} cùng chiều chuyển động

1) Khi $\vec{F}_{qt} \uparrow \uparrow \vec{P}$ (cùng hướng) thì $g_{hd} = g + a$ khi $\omega_2 < \omega_1$: chu kỳ giảm

2) Khi $\vec{F}_{qt} \uparrow \downarrow \vec{P}$ (ngược hướng) thì $g_{hd} = g - a$ khi $\omega_2 > \omega_1$: chu kỳ tăng

3) Khi $\vec{F}_{qt} \perp \vec{P}$ (vuông góc) thì $g_{hd} = \sqrt{g^2 + a^2}$ khi $\omega_2 < \omega_1$: chu kỳ giảm

$$\text{Vị trí cân bằng mới } \tan \alpha_0 = \frac{F_{qt}}{P}$$

4) Khi \vec{F}_{qt} hợp với \vec{P} một góc α thì: $g_{hd}^2 = g^2 + a^2 + 2ga \cdot \cos \alpha$

Dạng 17 : Bài toán con lắc t dây - va chạm

1) Bài toán t dây:

Khi con lắc t dây t bay theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo thì

+ Khi v t i qua vị trí cân bằng thì t dây lúc ó v t chuyển động nén ngang v i v n t c u là v n t c lúc t dây.

V n t c lúc t dây: $v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)}$

Phương trình theo các trục to : $\begin{cases} \text{theo } ox : x = v_0 \cdot t \\ \text{theo } oy : y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

\Rightarrow phương trình quỹ đạo: $y = \frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2} = \frac{1}{4l(1 - \cos\alpha_0)}x^2$

+ Khi v t t ly α thì v t s chuyển động ném xiên v i v n t c ban u là v n t c lúc t dây.

V n t c v t lúc t dây: $v_0 = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

Phương trình theo các trục to :

$\begin{cases} \text{theo } ox : x = (v_0 \cos\alpha) \cdot t \\ \text{theo } oy : y = (v_0 \sin\alpha) \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

Khi ó phương trình quỹ đạo là: $y = (\tan\alpha) \cdot x - \frac{1}{2} \frac{g}{(v_0 \cdot \cos\alpha)^2} x^2$

Hay: $y = (\tan\alpha) \cdot x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} (1 + \tan^2\alpha) x^2$

Chú ý: Khi v t t dây v trí biên thì v t s r i t do theo phương trình: $y = \frac{1}{2}gt^2$

2) Bài toán va chạm:

+ Trường hợp va chạm mềm: sau khi va chạm hai chuyển động cùng v n t c

Theo LBT động lượng: $\vec{P}_A + \vec{P}_B = \vec{P}_{AB} \Leftrightarrow m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = (m_A + m_B) \vec{V}$

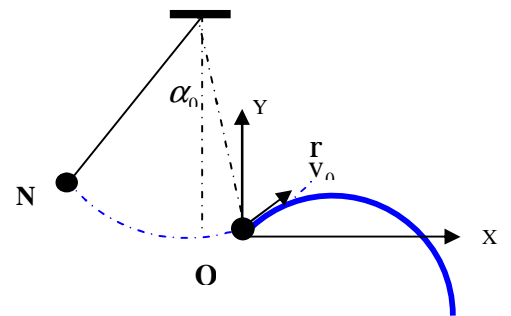
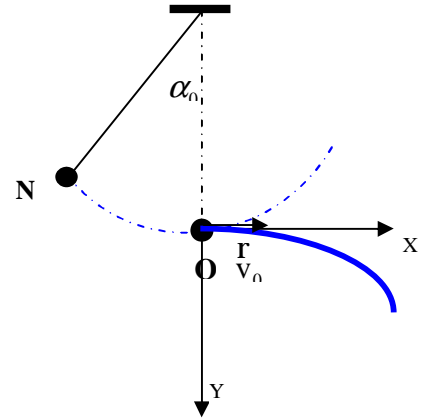
Chi u phương trình này suy ra v n t c sau va chạm V

+ Trường hợp va chạm đàn hồi: sau va chạm hai vật chuyển động với các v n t c khác nhau \vec{v}_{A2} và \vec{v}_{B2} .

Theo định luật bảo toàn động lượng và năng lượng ta có

$\begin{cases} \vec{P}_A + \vec{P}_B = \vec{P}_{A2} + \vec{P}_{B2} \\ W_{dA} + W_{dB} = W_{dA2} + W_{dB2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}_{A2} + m_B \vec{v}_{B2} \\ \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2 \end{cases}$

tây suy ra các giá trị v n t c sau khi va chạm v_{A2} và v_{B2} .



Dạng 18: Tổng hợp hai dao động cùng phương cùng tần số

+ Hai dao động cùng phương cùng tần số:

Phương trình dao động: $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$

$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$

$\Rightarrow x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$

a) Biên độ tổng hợp:

$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

Nếu hai dao động thành phần có pha:

• Cùng pha: $\Delta\varphi = 2k\pi \Rightarrow A_{\max} = A_1 + A_2$

• Ngược pha: $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi \Rightarrow A_{\min} = |A_1 - A_2|$

• Vuông pha: $\Delta\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

• Lệch pha bất kỳ: $|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$

b) Pha ban đầu: $\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \Rightarrow \varphi = ?$

+ Nếu có n dao động cùng phương cùng tần số:

$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$

.....

$x_n = A_n \cos(\omega t + \varphi_n)$

Dao động tổng hợp là: $x = x_1 + x_2 + x_3 + \dots = A \cos(\omega t + \varphi)$

Thành phần theo phương ngang Ox:

$A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots + A_n \cos \varphi_n$

Thành phần theo phương thẳng đứng Oy:

$A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots + A_n \sin \varphi_n$

$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} + \dots$ và $\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x}$

Chú ý: Khi không áp dụng các công thức trên thì ta dùng phương pháp giải vectơ Frexnen giải.

Dạng 19: Bài toán vận tốc cộng hưởng dao động

Cho hệ dao động với biên độ nhỏ thì có công thức vận tốc cộng hưởng như sau: Khi có $\omega = \omega_0 (f = f_0) \Rightarrow T = T_0$

Khi đó $\omega = \omega_0 (f = f_0) \Rightarrow T = T_0$

Vận tốc khi xảy ra cộng hưởng là: $v = \frac{s}{T}$

Lưu ý:

• Con lắc lò xo: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

• Con lắc đơn: $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

• Con lắc vật lý: $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$

Dạng 20 : Bài toán về dao động tắt dần

a) Tính giảm biên độ dao động sau m chu kỳ : ΔA

ta có : giảm thế năng công lực ma sát

G và A_1 là biên độ dao động sau n chu kỳ đầu

A_2 là biên độ dao động sau n chu kỳ tiếp theo

+ Xét trong n chu kỳ đầu:

$$\frac{1}{2}kA_1^2 - \frac{1}{2}kA^2 = A_{\text{mất}} = -F_{\text{mất}}(A + A_1) \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kA_1^2 = F_{\text{mất}}(A + A_1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}k(A - A_1)(A + A_1) = F_{\text{mất}}(A + A_1) \Rightarrow \frac{1}{2}k(A - A_1) = F_{\text{mất}} \Rightarrow A - A_1 = 2 \frac{F_{\text{mất}}}{k} \quad (1)$$

+ Xét trong n chu kỳ tiếp theo:

$$\frac{1}{2}kA_2^2 - \frac{1}{2}kA_1^2 = A_{\text{mất}} = -F_{\text{mất}}(A_1 + A_2) \Rightarrow \frac{1}{2}kA_1^2 - \frac{1}{2}kA_2^2 = F_{\text{mất}}(A_2 + A_1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}k(A_1 - A_2)(A_1 + A_2) = F_{\text{mất}}(A_2 + A_1) \Rightarrow \frac{1}{2}k(A_1 - A_2) = F_{\text{mất}} \Rightarrow A_1 - A_2 = 2 \frac{F_{\text{mất}}}{k} \quad (2)$$

T (1) và (2) \Rightarrow giảm biên độ sau m chu kỳ : $\Delta A = A - A_2 = 4 \frac{F_{\text{mất}}}{k}$

giảm biên độ sau N chu kỳ dao động: $\Delta A_n = A - A_n = 4N \frac{F_{\text{mất}}}{k}$

b) Số chu kỳ dao động cho đến lúc dừng lại:

Khi dừng lại $A_n=0 \Rightarrow$ số chu kỳ : $N = \frac{A}{\Delta A_n} = \frac{kA}{4F_{\text{mất}}}$

Lực ma sát: $F_{\text{mất}} = \eta \cdot N$ η : là hệ số ma sát

N : phản lực vuông góc với mặt phẳng

c) duy trì dao động:

Năng lượng cung cấp = Năng lượng mất đi trong m chu kỳ = Công của lực ma sát