

Khối chuyên toán ĐHSPHN

Đề thi thử đại học lần 2 năm 2008-2009

Ngày thi: 25/2/2008

- *Thời gian: 180 phút.*
- *Typeset by L^AT_EX 2_ε.*
- *Copyright ©2009 by Nguyễn Mạnh Dũng.*
- *Email: nguyendunghus@gmail.com.*
- *Mathematical blog: <http://nguyendungtn.tk>*

1 Đề bài

Câu I.(2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (m + 5)x + m}{x - 1}$ (C)

1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 0$.

2) Với giá trị nào của m , đồ thị của hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 sao cho $T = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu II.(2 điểm)

1) Giải phương trình

$$2 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 2 \sin^2 x - \tan x$$

2) Với giá trị nào của m , phương trình sau có nghiệm duy nhất

$$2 \log_{\frac{1}{25}} (mx + 28) = -\log_5 (12 - 4x - x^2)$$

Câu III (1 điểm). Tính tích phân

$$I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$$

Câu IV (1 điểm) Tam giác MNP có đỉnh P nằm trong mặt phẳng (α) , hai đỉnh M và N nằm về một phía của α có hình chiếu vuông góc trên α lần lượt là M' và N' sao cho $PM'N'$ là tam giác đều cạnh a . Giả sử $MM' = 2NN' = a$. Tính diện tích tam giác PMN , từ đó suy ra giá trị của góc giữa hai mặt phẳng (α) và (MNP) .

Câu V (1 điểm) Cho tập hợp A có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu cách chia tập hợp A thành hai tập con khác rỗng.

Câu VI (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Một góc vuông tOv quay xung quanh điểm O có các cạnh Ot, Ov cắt (E) lần lượt tại M và N .

Chứng minh rằng $\frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{13}{36}$.

2) Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x+3}{-2} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-6}{2}$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng δ nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc với d và có cách d một khoảng $h = \frac{2\sqrt{22}}{11}$.

Câu VII (1 điểm) Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = (x^3 + 2)(y^3 + 2)$$