

Câu 1: (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m^2}{x - 1}$ (1).

- Xác định tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- Tim các giá trị của m để đồ thị của hàm số (1) tồn tại ít nhất một điểm mà tiếp tuyến của đồ thị tại điểm đó vuông góc với đường thẳng $y = x$.

Câu 2: (2 điểm)

- Giải phương trình:

$$\frac{\sin^3 \frac{x}{2} - \cos^3 \frac{x}{2}}{2 + \sin x} = \frac{1}{3} \cos x.$$

- Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} |x| + y = 4 + \sqrt{y^2 + 2} \\ \frac{1}{2} \lg x^2 - 2 \lg 2 = \lg \left(1 + \frac{y}{2} \right) \end{cases}$$

Câu 3: (1 điểm) Tính tích phân:

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(1 + x^2)^3}}.$$

Câu 4: (1 điểm) Cho tứ diện SABC có góc $\widehat{ABC} = 90^\circ$, $SA = AB = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M là điểm trên đường thẳng AB, sao cho $\overline{AM} = 2\overline{MB}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCM).

Câu 5: (1 điểm) Cho $0 < a \leq b \leq c \leq d \leq e$ và $a + b + c + d + e = 1$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$a(bc + be + cd + de) + cd(b + e - a) \leq \frac{1}{25}.$$

Câu 6: (2 điểm)

- Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-2; 3)$, đường cao CH nằm trên đường thẳng $2x + y - 7 = 0$ và đường trung tuyến BM nằm trên đường thẳng $2x - y + 1 = 0$. Hãy viết phương trình các cạnh và tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.
- Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Trên đường thẳng AC lấy điểm M và trên đường thẳng C'D lấy điểm N sao cho $MN \parallel BD'$. Tính tỉ số $\frac{CM}{CA}$.

Câu 7: (1 điểm) Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện:

$$\left| \frac{z + i}{z - 3i} \right| = 1.$$