ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 1

(Thời gian làm bài :180 phút)

LAISAC biên soạn

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH.

Câu I. *(2 điểm)*

Cho đường cong có hàm số y = x^3- $2x^2$ - (m - 1)x + m. (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị khi m = 1 .
2. Trong trường hợp hàm số (1) đồng biến trong tập số thực R, tính m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (1) và hai trục Ox,Oy có diện tích bằng 1 đơn vị diện tích.

Câu II.*(2 điểm)*

Giải các phương trình nghiệm thực sau đây :

1. $1-\tan x.\tan 2x=\cos 3x$.
2. $(x+3).\sqrt{(4-x)(12+x)}=28-x$.

Câu III .*(2 điểm)*

1 .Trong mặt phẳng Oxy cho elíp (E) :$x^2 + 4y^2 = 4$ .Qua điểm M(1 ;2) kẽ hai đường thẳng lần lượt tiếp xúc với (E) tại A và B.Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B.

2. Tam giác ABC là tam giác gì nếu ba góc A,B,C của tam giác thỏa : $\cos^2 A+\cos^2 B=2\sin^2\frac{C}{2}$.

Câu IV . *(2 điểm)*

1 . Cho hai số thực x ,y thay đổi và thỏa mãn điều kiện: $x.(1-y)=y.\sqrt{4-x^2}$.

Tìm giá trị lớn nhất,giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{x}{y}$.

2.Tính tích phân : I = $\int_0^1 (2x^2+x+1)e^{x^2+x+1}dx$.

PHẦN TỰ CHỌN:Thí sinh chọn câu V.a hoặc câu V.b.

Câu V.a. ***Theo chương trình THPT không phân ban*** . *(2 điểm)*

1. Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng (d_1) : $\begin{cases} x+2y-4=0 \\ z-3=0 \end{cases}$; (d_2): $\begin{cases} y+z=0 \\ x-1=0 \end{cases}$

Lập phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng trên.

2. Tìm tất cả các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số, sao cho trong mỗi số đó chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng liền trước nó.

Câu 5.b . ***Theo chương trình THPT phân ban thí điểm*** . *(2 điểm)*

1.Cho hình chóp tứ giác S.ABCD .Đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a ,SA vuông góc với mặt phẳng(ABCD) và SA = a. Tính diện tích của thiết diện tạo bởi hình chóp với mặt phẳng qua A vuông góc với cạnh SC.

2. Giải bất phương trình : $\log_{(x^2-1)} 3 \le \log_x 2 \quad (x\in R)$.

……………………………………………………………Hết…………………………………………………………….

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu I.1.*Bạn đọc tự giải* .

2. Ta có y’ = $3x^2 - 4x - m + 1$.

Để hàm số đồng biến trong tập số thực R khi và chỉ khi $y'\ge 0\ \forall x\in R \Leftrightarrow m\le -\frac{1}{3}$ (2)

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (1) với trục Ox:

$x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0$.Điều này chứng tỏ đồ thị (1) luôn cắt trục hoành tại điểm cố định (1 ; 0). Mặt khác vì hàm số là hàm bậc ba có hệ số cao nhất a = 1 > 0 lại đồng biến trong R nên đồ thị luôn cắt trục tung có tung độ âm.

Hay khi $m \le -\frac{1}{3} \Rightarrow y = x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m \le 0\ \forall x \in [0;1]$

Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (1) và hai trục tọa độ là

$S = -\int_0^1 \left(x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m\right)dx = -\frac{1}{12} - \frac{m}{2}$, mà S = 1 $\Leftrightarrow m = -\frac{13}{6}$ (thỏa điều kiện (2)).

Câu II. 1.Điều kiện : $\begin{cases}\cos x \ne 0\\ \cos 2x \ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\cos x \ne 0\\ \cos^2 x \ne \frac{1}{2}\end{cases}$

Phương trình tương đương :cos3x = cos3x.cosx.cos2x.

Hoặc : $\cos 3x = 0 \Leftrightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\ (loai)\\ \cos^2 x = \frac{3}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$.

Hoặc:cosx.cos2x=1 $\Leftrightarrow 2\cos^3 x - \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 1)(2\cos^2 x + 2\cos x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(\cos x - 1) = 0\\ (2\cos^2 x + 2\cos x + 1) = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 2m\pi.\\ 2\cos^2 x + 2\cos x + 1 = 0 \quad (vn).\end{array}\right. \Leftrightarrow x = 2m\pi$

Vậy phương trình có nghiệm là : $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$; $x = 2m\pi$. $(k, m \in Z)$

2 .Điều kiện : $-12 \le x \le 4$.

Phương trình tương đương : $(x+4).\sqrt{64 - (x+4)^2} + (x+4) - \sqrt{64 - (x+4)^2} = 32$ (3).

Đặt t = $(x+4) - \sqrt{64 - (x+4)^2}$ suy ra (3) viết lại: $\frac{64 - t^2}{2} + t = 32 \Leftrightarrow t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow t = 0; \quad t = 2$.

Khi $t = 0 \Rightarrow \sqrt{64 - (x+4)^2} = x + 4 \Rightarrow x = 4\sqrt{2} - 4; \quad x = -4\sqrt{2} - 4$ (loại).

Khi $t = 2 \Rightarrow (x+4) - \sqrt{64 - (x+4)^2} = 2 \Rightarrow \sqrt{64 - (x+4)^2} = x + 2 \Rightarrow x = \sqrt{31} - 3; \quad x = -\sqrt{31} - 3$ (loại).

Thử lại, phương trình có hai nghiệm: $x = 4\sqrt{2} - 4$; $x = \sqrt{31} - 3$.

Câu III .1 . Giả sử $(x_1 ; y_1)$; $(x_2 ; y_2)$ lần lượt là tọa độ hai tiếp điểm A và B .
Do đó,phương trình hai tiếp tuyến MA và MB là :$x.x_1 + 4y.y_1 = 4$; $x.x_2 + 4y.y_2 = 4$.
Mà hai tiếp tuyến đều đi qua điểm M(1 ; 2) nên : $x_1 + 8y_1 = 4$ (4) ; : $x_2 + 8y_2 = 4$ (5).
Từ (4) và (5) chứng tỏ tọa độ hai điểm A và B thỏa mãn phương trinh x + 8y = 4.
Hay phương trình đường thẳng qua hai điểm A và B là x + 8y – 4 = 0.

2. Ta có: $\cos^2 A + \cos^2 B = 2\sin^2\frac{C}{2} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2A}{2} + \frac{1 + \cos 2B}{2} = 1 - \cos C \Leftrightarrow \cos 2A + \cos 2B + 2\cos C = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos(A+B)\cos(A-B) + 2\cos C = 0 \Leftrightarrow 2\cos C.\left(-\cos(A-B) + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \cos C = 0 \quad \vee \cos(A-B) = 0$

Suy ra tam giác vuông hoặc cân tại C.

Câu IV: 1. Điều kiện $-2 \le x \le 2$.Để tồn tại giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $\frac{x}{y}$ thì $x \ne 0; y \ne 0$

Biến đổi $x.(1-y) = y.\sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \left(x + \sqrt{4 - x^2}\right)$

Đặt $\frac{x}{y} = h$. $(h \ne 0)$.Biểu thức viết lại : $h = x + \sqrt{4 - x^2}$ là một hàm số liên tục trong đoạn $[-2\ ;2]$

ta có $h'=1-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$, khi h' = 0 $\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$. Ta tính $h(-2)=-2,\quad h(2)=2,\quad h(\sqrt{2})=2\sqrt{2}$.

Suy ra Max(h) = $2\sqrt{2}$ khi x = $\sqrt{2}$; $y=\frac{1}{2}$; Min(h) = -2 khi x = - 2 ;y = 1 .

Vậy giá trị lớn nhất (GTLN) ,giá trị nhỏ nhất (GTNN) của $\frac{x}{y}$: $GTLN(\frac{x}{y})=2\sqrt{2},\quad GTNN(\frac{x}{y})=-2$

2.Ta có $\int_0^1(2x^2+x+1)e^{x^2+x+1}.dx=\int_0^1(2x^2+x)e^{x^2+x+1}.dx+\int_0^1 e^{x^2+x+1}.dx.$

Dùng phương pháp từng phần ta tính tích phân $\int_0^1 e^{x^2+x+1}dx$. Đặt $\begin{cases}u=e^{x^2+x+1}\\ dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=(2x+1).e^{x^2+x+1}dx\\ v=x\end{cases}$ Suy ra $\int_0^1 e^{x^2+x+1}dx=(xe^{x^2+x+1})\Big|_0^1-\int_0^1(2x^2+x)e^{x^2+x+1}dx$

Do đó : $\int_0^1(2x^2+x+1)e^{x^2+x+1}dx=(xe^{x^2+x+1})\Big|_0^1=e^3$.

<u>Câu Va</u> 1. Ta xét vị trí tương đói của hai đường thẳng $\Rightarrow$ hai đường thẳng chéo nhau *(tự chứng minh).*

Theo yêu cầu đề toán tâm I mặt cầu chính là trung điểm của đường vuông góc chung MN của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) và bán kính $R=\frac{MN}{2}.\left(M\in(d_1);N\in(d_2)\right)$

Đường thẳng (d_1) viết lại $\begin{cases}x=4-2t\\ y=t\\ z=3\end{cases}\Rightarrow VTCP\ \vec{a}=(2;-1;0)$. và M(4-2t ;t ;3) $\in(d_1)$

Đường thẳng (d_2) viết lại $\begin{cases}x=1\\ y=t'\\ z=-t'\end{cases}\Rightarrow VTCP\ \vec{b}=(0;1;-1)$,và N(1 ;t' ;-t')$\in(d_2)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=(3-2t;t-t';3+t')$.

Để MN là đường vuông góc chung của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) ,ta có

$\begin{cases}\overrightarrow{MN}\perp\vec{a}\\ \overrightarrow{MN}\perp\vec{b}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6-4t-t+t'+0=0\\ 0+t-t'-3-t'=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5t-t'-6=0\\ t-2t'-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ t'=-1\end{cases}$

Từ đó suy ra phương trình mặt cầu cần tìm là : $(x-\frac{3}{2})^2+y^2+(z-2)^2=\frac{9}{4}$.

2. Giả sử số đó là $x=\overline{a_1a_2a_3a_4}$ .Theo yêu cầu bài toán các chữ số a_1, a_2, a_3, a_4 khác nhau từng đôi một và khác không , và x là số chẵn nên ta có các trường hợp sau :

TH1: a_4 = 4 ,từ yêu cầu đề toán $\Rightarrow$ số đó là x = 1234.Do đó có một cách chọn .

TH2: a_4 = 6 ,từ yêu cầu đề toán ba số hạng a_1, , a_2 , a_3 chỉ được lấy trong tập $\{1,2,3,4,5\}$ và các chũ số tăng dần nên có $C_5^3=10$ số cho trường hợp này .

TH3 : a_4= 8 ,tương tự ba số hạng a_1, , a_2 , a_3 còn lại chỉ được lấy trong tập $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ nên có $C_7^3=35$ số cho trường hợp này.

Vậy có 1+10 + 35 = 46 số được chọn theo yêu cầu đề toán .

Câu Vb.1.Bằng phương pháp tọa độ ,chọn A(0,0,0) ,B(a ;0 ;0) ; D(0 ;a ;0) ; C(a;a ;0) ; S(0 ;0 ;a).

Giả sử mặt phẳng (P) đã cho cắt SB,SC ;SD lần lượt tại E, G , F. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc SC nên nhận vectơ $\overrightarrow{SC}=(a;a;-a)$ làm VTPT $\Rightarrow$ phương trình (P) là :x + y – z = 0 .(6)

Ta lập phương trình đường thẳng SD $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = a - t \end{cases}$ (7) . F là giao điểm của SD và (P) nên nó là nghiệm hệ phương trình (6) và (7)$\Rightarrow F(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2})$. Tương tự G là giao điểm của (P) và SC $\Rightarrow G(\frac{a}{3};\frac{a}{3};\frac{2a}{3})$.

Do đó diện tích thiết diện AEGF : $S = 2dt(AGF) = \left|\left[\overrightarrow{AG};\overrightarrow{AF}\right]\right| = \frac{a^2}{2\sqrt{3}}$.

2. Điều kiện : x>1 , $x \neq \sqrt{2}$.

Ta có $\log_{(x^2-1)} 3 \leq \log_x 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3(x^2-1)} \leq \frac{1}{\log_2 x}$.

Khi $1 < x < \sqrt{2}$ ta có vế trái $\frac{1}{\log_3(x^2-1)} < 0$ và vế phải $\frac{1}{\log_2 x} > 0$ .Bất phương trình luôn đúng.

Nên bất phương trình có nghiệm $1 < x < \sqrt{2}$.

Khi $x > \sqrt{2}$ hai vế bất phương trình đều dương ,nên bất phương trình tương đương $\log_2 x \leq \log_3(x^2-1)$

Đặt $t = \log_2 x$. Khi $x > \sqrt{2} \Rightarrow t > \frac{1}{2}$ và $x = 2^t$ .Bất phương trình viết lại $3^t \leq 4^t - 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t + \left(\frac{1}{4}\right)^t \leq 1$ (8)

Đặt $f(t) = \left(\frac{3}{4}\right)^t + \left(\frac{1}{4}\right)^t$ là hàm số liên tục trong $(\frac{1}{2};+\infty)$

Ta có $f'(t) = \left(\frac{3}{4}\right)^t \ln\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^t \ln\frac{1}{4} < 0 \Rightarrow$ f(t) là hàm số giảm trong $(\frac{1}{2};+\infty)$

Mặt khác ta có $f(1) = 1$. Do đó bất phương trình (8) viết lại $f(t) \leq f(1) \Leftrightarrow t \geq 1 \Leftrightarrow \log_2 x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 2$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm là $1 < x < \sqrt{2}$ hoặc $x \geq 2$

“CHIỆN NGỘN NGU” VUI (Ngẫm nghĩ thật …thật lâu!).

Bò con đi thi về khoe với mẹ *:”Mẹ ơi!đề thi hôm nay có tất cả 5 câu ,trong đó có một câu khó nhất ,các bạn con không ai giải được,chỉ duy nhất mỗi một mình con giải ra thôi !”*.Bò mẹ nghi ngờ hỏi: “*Khó như thế nào hả con?”*Bò con mặt độn ra ,no nê mãn nguyện “*Khó đến nỗi trong suốt thời gian làm bài con chỉ làm mỗi câu đó thôi mẹ ạ !”*

Bò mẹ rống lên:”*Ôi! Con tôi lây bệnh …Thành tích rồi !”*…Xỉu .