

**TỔNG HỢP 30 ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
CHUYÊN**

MÔN TOÁN



Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

Sở Giáo dục và đào tạo

Kỳ THI TUYỂN SINH LỚP 10 chuyên Quốc Học

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10

HỆ THPT CHUYÊN ĐHKHTN, ĐHQG HÀ NỘI

NĂM HỌC 2007-2008 – Thời gian 150 phút

NGÀY THỨ NHẤT

Câu 1. (3 điểm)

Giải hệ phương trình và phương trình sau

a) $\sqrt{4x^2 - 1} + \sqrt{x} = \sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{2x + 1}$.

b) $\begin{cases} xy(x+y) = 7 \\ x^r + y^r + x + y = 8 \end{cases}$.

Câu 2. (3 điểm)

a) Giả sử x_1, x_2 là 2 nghiệm dương của phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$. Chứng minh rằng $x_1^5 + x_2^5$ là một số nguyên.

b) Cho a, b là các số nguyên dương thỏa mãn $a + 1$ và $b + 2007$ đều chia hết cho 6. Chứng minh rằng $4^a + a + b$ chia hết cho 6.

Câu 3. (3 điểm)

Cho M là trung điểm của cung nhỏ AB của đường tròn tâm O (AB không phải là đường kính). C và D là 2 điểm phân biệt, thay đổi nằm giữa A và B. Các đường thẳng MC, MD cắt (O) tương ứng tại E, F khác M.

a) Chứng minh các điểm C, D, E, F nằm trên một đường tròn.

b) Gọi O_1 và O_2 lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ACE và BDF. Chứng minh rằng khi C và D thay đổi trên đoạn AB thì giao điểm của hai đường thẳng AO_1 và BO_2 là một điểm cố định.

Câu 4. (1 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a+b+c} \leq \frac{a}{(ab+a+1)^2} + \frac{b}{(bc+b+1)^2} + \frac{c}{(ca+c+1)^2}.$$

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HỒ CHÍ MINH

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂNG KHIẾU NĂM HỌC 2007 – 2008
MÔN TOÁN AB (Chung cho các lớp Toán , Tin , Lý , Hoá , Sinh)
Thời gian làm bài : 150 phút.

Câu 1. Cho phương trình : $\frac{x^2 - 2x\sqrt{m} + 2\sqrt{m}(\sqrt{m} + 1) - 3}{x - 1} = 0$ (1)

- a) Tìm m để $x = -1$ là một nghiệm của phương trình (1)
- b) Tìm m để phương trình (1) vô nghiệm

Câu 2. a) Giải bất phương trình : $|(x+3)(x-1)| - 2|x-1| < x^2 - 7$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x\sqrt{y} + 2y\sqrt{x} = 3x\sqrt{2x-1} \\ y\sqrt{x} + 2x\sqrt{y} = 3y\sqrt{2y-1} \end{cases}$$

Câu 3. a) Cho a, b là hai số thỏa mãn điều kiện :

$$a^2 - 3ab + b^2 + a - b = a^2 - 2ab + b^2 - 5a + 7b = 0$$

Chứng tỏ rằng : $ab - 12a + 15b = 0$

b) Cho : $A = \frac{(\sqrt{x^2+4} - 2)(x + \sqrt{x} + 1)(\sqrt{x^2+4} + 2)\sqrt{x - 2\sqrt{x} + 1}}{x(x\sqrt{x} - 1)}$

Hãy tìm tất cả các giá trị của x để $A \geq 0$

Câu 4. Cho tam giác ABC nhọn có H là trực tâm và góc BAC bằng 60° . Gọi M , N , P lần lượt là chân đường cao kẻ từ A , B , C của tam giác ABC là I là trung điểm của BC .

- a) Chứng minh rằng tam giác INP đều
- b) Gọi E và K lần lượt là trung điểm của PB và NC . Chứng minh các điểm I , M , E và K cùng thuộc một đường tròn
- c) Giả sử IA là phân giác của góc NIP . Hãy tính số đo của góc BCP

Câu 5. Một công ty may giao cho tổ A may 16800 sản phẩm , tổ B may 16500 sản phẩm và bắt đầu thực hiện công việc cùng một lúc . Nếu sau 6 ngày , tổ A được hỗ trợ thêm 10 công nhân may thì họ hoàn thành công việc cùng lúc với tổ B . Nếu tổ A được hỗ trợ thêm 10 công nhân may ngay từ đầu thì họ sẽ hoàn thành công việc sớm hơn tổ B 1 ngày. Hãy xác định số công nhân ban đầu của mỗi tổ . Biết rằng , mỗi công nhân may mỗi ngày được 20 sản phẩm .

- HẾT -

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

**Sở Giáo dục-đào tạo
Thừa Thiên Huế
Đề chính thức**

Kỳ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT thành phố Huế
Khóa ngày **12.7.2007**
Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (1,75 điểm)

- a) Không sử dụng máy tính bỏ túi, tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{6}{3 + \sqrt{3}}$
- b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{x-1}{x+\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x+2\sqrt{x}+1} \quad (x > 0, x \neq 1)$.

Bài 2: (2,25 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ cho hai điểm $B(4; 0)$ và $C(-1; 4)$.

- a) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm C và song song với đường thẳng $y = 2x - 3$. Xác định tọa độ giao điểm A của đường thẳng (d) với trục hoành Ox.
- b) Xác định các hệ số a và b biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua 2 điểm B và C. Tính góc tạo bởi đường thẳng BC và trục hoành Ox (làm tròn đến phút).
- c) Tính chu vi của tam giác ABC (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 3: (2 điểm)

- a) Tìm hai số u và v biết: $u+v=1$, $uv=-42$ và $u > v$.
- b) Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 60 km. Một xuồng máy đi xuôi dòng từ bến A đến bến B, nghỉ 30 phút tại bến B rồi quay trở lại đi ngược dòng 25 km để đến bến C. Thời gian kể từ lúc đi đến lúc quay trở lại đến bến C hết tất cả là 8 giờ. Tính vận tốc xuồng máy khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc nước chảy là 1 km/h.

Bài 4: (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Kẻ hai tia tiếp tuyến Ax và By của nửa đường tròn (Ax, By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là điểm tùy ý thuộc nửa đường tròn (khác A và B). Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn cắt Ax tại D và cắt By tại E.

- a) Chứng minh rằng: DDOE là tam giác vuông.
- b) Chứng minh rằng: $AD \cdot BE = R^2$.
- c) Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn (O) sao cho diện tích của tứ giác ADEB nhỏ nhất.

Bài 5: (1,5 điểm)

Một cái xô dạng hình nón cụt có bán kính hai đáy là 19 cm và 9 cm, độ dài đường sinh $l = 26$ cm. Trong xô đã chứa sẵn lượng nước có chiều cao 18 cm so với đáy dưới (xem hình vẽ).

- a) Tính chiều cao của cái xô. Hỏi phải đổ thêm bao nhiêu lít nước để đầy xô?

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

**Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên toán - tin trường đại học vinh
Vòng I (150 phút)**

Câu I.

1. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \sqrt[3]{x^3 + y^3 - 3(x + y) + 2004}$$

Biết rằng:

$$x := \sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}} \quad y := \left(\sqrt[3]{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17 - 12\sqrt{2}} \right)$$

2. Rút gọn biểu thức sau:

$$P := \left(\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{0}} + \frac{1}{\sqrt{0} + \sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{16}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \dots \cdot 1} + \sqrt{2 \cdot \dots \cdot 0}} \right)$$

Câu II. Giải các phương trình sau:

1. $x^2 + \sqrt{x + 2004} = 2004$

2. $x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 3x + \sqrt{2} = 0$

Câu III. Giả sử tam giác ABC có diện tích bằng 1, gọi a, b, c và h_a, h_b, h_c tương ứng là độ dài các cạnh và các đường cao của tam giác ABC. Chứng minh rằng: $(a^2 + b^2 + c^2) \cdot (h_a^2 + h_b^2 + h_c^2) \geq \frac{36}{36}$

Câu IV. Cho tam giác ABC, có $\hat{A} = 60^\circ$, AC = b, AB = c (với b > c). Đường kính EF của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vuông góc với BC tại M. Gọi I, J là chân đường vuông góc hạ từ E xuống các đường AB, AC, gọi H, K là chân đường vuông góc hạ từ F xuống các đường thẳng AB, AC.

- Chứng minh tứ giác AIEJ và CMJE nội tiếp
- Chứng minh I, J, M thẳng hàng và IJ vuông góc với HK.
- Tính độ dài cạnh BC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo b, c.
- Tính IH + JK theo b, c

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN TOÁN - TIN TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
Vòng II (150 phút)**

Câu V.

a) Tìm các giá trị của tham số m để tập nghiệm của phương trình sau có đúng một phần tử:

$$\frac{x^2 - 2m^2x + 2m^4 - 7m^2 + 6}{x^2 + 7x + 12} = 0$$

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{51}{2} \\ x^2 + y^2 + z^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{171}{16} \end{cases}$$

Câu VI. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức: $P = x - y + 2004$, trong đó các số thực x và y thỏa mãn các hệ thức:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 36$$

Câu VII. Chứng minh rằng tồn tại các số tự nhiên a, b, c nghiệm đúng phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ và thỏa mãn điều kiện: $\min \{a, b, c\} > 2004$.

Câu VIII. Cho ngũ giác $ABCDE$, Gọi M, P, N, Q là các trung điểm của AB, BC, DE, EA . Chứng minh MN đi qua trung điểm của PQ khi và chỉ khi $MN \parallel CD$.

Câu IX. Cho đường thẳng xy và một điểm A cố định nằm ngoài đường thẳng ấy. Điểm M chuyển động trên xy , trên đoạn thẳng AM lấy điểm I sao cho: $AI \cdot AM = k^2$, trong đó k là số dương cho trước và k nhỏ hơn khoảng cách từ A đến đường thẳng xy . Dựng hình vuông $AIJK$, tìm tập hợp điểm I và tập hợp điểm K .

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN TỈNH

Năm học: 2007 - 2008

Thời gian: 150'

Bài 1: a) Giải phương trình: $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x - 4 = 0$

b) Tìm những điểm $M(x; y)$ trên đường thẳng $y = x + 1$ có tọa độ thỏa mãn đẳng thức:

$$y^2 - 3y\sqrt{x+2} - x = 0$$

Bài 2: Các số x, y, z khác 0 thỏa mãn: $xy + yz + zx = 0$. Tính giá trị biểu thức

$$P = \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} + \frac{xy}{z}$$

Bài 3: Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 - xy + y^2 = 2x - 3y - 2$

Bài 4: Tìm tất cả các bộ ba số dương $(x; y; z)$ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^{2008} = y^{2007} + z^{2006} \\ 2y^{2008} = z^{2007} + x^{2006} \\ 2z^{2008} = x^{2007} + y^{2006} \end{cases}$$

Bài 5: Từ một điểm P ở ngoài đường tròn tâm O , vẽ hai tiếp tuyến PE và PF tới đường tròn (E, F là các tiếp điểm). Tia PO cắt đường tròn tại A và B sao cho A nằm giữa P và O . Kẻ EH vuông góc với FB ($H \in FB$). Gọi I là trung điểm của EH . Tia BI cắt đường tròn tại M ($M \neq B$), EF cắt AB tại N

a) Chứng minh $\widehat{EMN} = 90^\circ$.

b) Đường thẳng AB là tiếp tuyến của đường tròn đi qua ba điểm P, E, M .

Bài 6: Ba số dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z \geq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}$$

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 (khối chuyên)
MÔN THI : TOÁN**

ĐỀ DỰ THI

Thời gian làm bài : 150 phút

Bài1: (1,5 điểm)Tìm $x, y \in \mathbb{Q}$ biết

a) $x^2 - 25 = y(y+6)$

b) $1+x + x^2 + x^3 = y^3$

Bài 2: (1, 5 điểm) Cho $P = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-1}\sqrt{x-1} + 1}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}}$

a) Tìm điều kiện của x để P có nghĩa.

b) Rút gọn P .

Bài3: (2,5 điểm)Cho Parabol (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (D) qua 2 điểm A và B trên (P) có

hoành độ lần lượt là -2 và 4

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số đó.

b) Viết phương trình đường (D).

c) Tìm vị trí của điểm M trên cung AB của (P) tương ứng hoành độ $x \in [-2, 4]$ sao cho ΔAMB có diện tích lớn nhất .

Bài 4: (3, 5 điểm)

Cho hình vuông ABCD có tâm O , vẽ đường d quay quanh O cắt 2 cạnh AD và BC lần lượt ở E và F (E,F không trùng các đỉnh hình vuông).Từ E và F lần lượt vẽ các đường thẳng song song với BD và AC cắt nhau ở I.

a) Tìm quỹ tích của điểm I.

b) Từ I vẽ đường vuông góc với EF tại H.Chứng tỏ rằng H thuộc đường tròn cố định và đường IH đi qua điểm cố định.

Bài 5: (1 điểm) Chứng minh rằng:

$$(\sqrt{1999} + \sqrt{1997} + \dots + \sqrt{3} + \sqrt{1}) - (\sqrt{1998} + \sqrt{1996} + \dots + \sqrt{2}) > \sqrt{0.1}$$

HẾT

SỞ GD VÀ ĐT ĐẮC LẮC

**KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
CHUYÊN NGUYỄN DU NĂM HỌC 2006-2007**

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN : TOÁN (CHUYÊN)

Thời gian : 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (1.5 điểm) Cho $f(x) = -(m^2 + 1)x + 2(1 + \sqrt{2})m + 4 + 2\sqrt{2}$, m là tham số. Định m để $f(x) \neq 0$ với mọi $x \in [1; 2]$

Bài 2: (1.5. điểm) Cho x, y, z là các số nguyên khác nhau đôi một. Chứng minh:
 $(x - y)^5 + (y - z)^5 + (z - x)^5$ chia hết cho $5(x - y)(y - z)(z - x)$

Bài 3: (1.5. điểm) Chứng minh phương trình : $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2} = 1$ không có nghiệm nguyên dương

Bài 4: (1.5. điểm) Tìm số tự nhiên có 4 chữ số thỏa mãn các tính chất sau:

- Chữ số hàng nghìn và hàng trăm giống nhau
- Chữ số hàng chục và hàng đơn vị giống nhau
- Số đó có thể viết được thành tích ba số, mỗi thừa số đều là số có hai chữ số và chia hết cho 11.

Bài 5: (2 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn, nội tiếp đường tròn (O) . H là trực tâm $\triangle ABC$. Tính $\angle ACB$ khi $CH = CO$.

Bài 6: ((2 điểm) Cho hình bình hành $ABCD$ ($\angle ABC$ tù), O là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Dựng $DM \perp AC$ ($M \in AC$), $DN \perp AB$ ($N \in AB$), $DP \perp BC$ ($P \in BC$). Chứng minh O nằm trên đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$

THI TUYỂN VÀO LỚP 10 CHUYÊN TOÁN - THPT CHUYÊN QUẢNG BÌNH
Năm học 2002-2003

Câu 1(2 điểm):

Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = -2x + b$

1) Xác định (d) trong mỗi trường hợp sau:

a/ (d) đi qua điểm $A(-1;4)$

b/ (d) cắt trục tung tại B có tung độ bằng 3

2) Tìm m để 2 đường thẳng được xác định trên và đường thẳng $y = mx$ đôi một song song

Câu 2(1,5 điểm):

CMR: $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{6}$

Câu 3(2 điểm):

Cho phương trình: $x^2 + mx + 3 = 0$ (1)

1) Xác định giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

2) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có một nghiệm bằng 1? Tìm nghiệm kia.

Câu 4(3,5 điểm): Cho tam giác ABC ($AB = AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O , đường cao AH . Giả sử M là một điểm trên cung nhỏ AB (M không trùng với A và B), từ C hạ CD vuông góc với AM (D thuộc AM)

1) CM tứ giác $ADHC$ nội tiếp được trong một đường tròn.

2) CM góc ACB bằng góc AMC

3) CM rằng khi M thay đổi trên cung nhỏ AB thì góc HDC không đổi

4) CM DH song song với BM

Câu 5(1 điểm):

1) CMR: Với $k \geq 1$, ta có: $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}} < 2\left(\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}\right)$

2) CMR: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2004\sqrt{2003}} < 2$

TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH
Năm học 2004-2005

Câu 1(2,5 điểm): Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

- a) Với giá trị nào của x thì biểu thức P có nghĩa?
b) Rút gọn P và so sánh P với 1.

Câu 2(2,0 điểm): Cho a, b, c là ba số thực đôi một khác nhau thỏa mãn:

$$\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} = 0$$

CMR: $\frac{a}{(b-c)^2} + \frac{b}{(c-a)^2} + \frac{c}{(a-b)^2}$

Câu 3(2,0 điểm): CMR, nếu p và p^2+2 là các số nguyên tố thì p^3+2 cũng là số nguyên tố.

Câu 4(3,5 điểm): Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB cố định. Điểm M di động trên đường tròn $(O; R)$. C là một điểm cố định giữa A và O (điểm C không trùng với A , không trùng với O và C không phải là trung điểm của đoạn thẳng AO).

- a) Tìm vị trí của điểm M trên đường tròn $(O; R)$ sao cho độ dài của MC lớn nhất?
b) Gọi N là một điểm trên đường tròn $(O; R)$ sao cho NC vuông góc với MC . Gọi K là trung điểm của MN . CMR, khi điểm M di động trên đường tròn $(O; R)$ thì $OK^2 + CK^2$ là một số không đổi.
c) CMR, khi điểm M di động trên đường tròn $(O; R)$ thì điểm K di động trên một đường tròn cố định có tâm là trung điểm I của đoạn thẳng OC .

TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH
Năm học 2005-2006

Ngày 1: Dành cho tất cả thí sinh

Câu 1(2,5 điểm): Cho biểu thức: $M = [(3x-36)\sqrt{x-5} + 3(x-12)] \cdot \frac{1}{3(x-12)}$

- a) Rút gọn biểu thức M.
b) Tìm x để biểu thức M đạt GTNN?

Câu 2(2,0 điểm): Cho phương trình: $x^2 + (2m-1)x + m^2 + 2 = 0$ (1), với m là tham số.
Xác định giá trị tham số m để:

- a) Phương trình (1) có một nghiệm bằng 2.
b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = 2x_1$.

Câu 3(1,0 điểm): Tìm GTLN của biểu thức: $P = \sqrt{x} - x$; ($x > 0$).

Câu 4(3,5 điểm): Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O. Các đường phân giác trong và ngoài của góc A cắt BC lần lượt tại D và E. Tiếp tuyến của (O) tại A cắt BC ở F.

a) CM tam giác FAD cân tại F.

b) CM: $FD^2 = FB \cdot FC$

c) Đặt $AB=m$, $AC=n$. Tính tỷ số $\frac{FB}{FC}$ theo m và n

Câu 5(1,0 điểm): Trong dãy số tự nhiên có thể tìm được 2005 số liên tiếp nhau mà không có số nào nguyên tố không?

Ngày 2: Dành cho thí sinh dự thi vào lớp chuyên

Câu 1(1,5 điểm): Không dùng bảng số và máy tính, hãy so sánh hai số sau:

$$a = \sqrt{2006} - \sqrt{2005} \text{ và } b = \sqrt{2004} - \sqrt{2003}$$

Câu 2(2,0 điểm): Giải phương trình: $x^2 + 1 = 2\sqrt{2x-1}$

Câu 3(2,0 điểm): Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{(x+2)^2 - 8x}}{\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}}$$

Câu 4(3,0 điểm): Cho đoạn thẳng AB và điểm C nằm giữa A và B. Từ C kẻ tia Cx vuông góc với AB. Trên tia Cx lấy hai điểm E, F sao cho $CE=CA$ và $CF=CB$. Vẽ đường tròn tâm O_1 đi qua ba điểm A, C, E và đường tròn tâm O_2 đi qua ba điểm B, C, F, chúng cắt nhau tại điểm thứ hai D.

- a) CM ba điểm E, B, D thẳng hàng và ba điểm A, D, F thẳng hàng.
b) Khi C di động trên đoạn thẳng AB (C không trùng với A và C cũng không trùng với B), chứng minh đường thẳng CD luôn luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5(1,5 điểm):

An hỏi B: "Bố của bạn năm nay bao nhiêu tuổi?"

B: "Đáp: Năm 1986, tuổi của bố mình là một số có hai chữ số và bằng tổng các chữ số năm sinh của bố mình. Hỏi bố của B sinh năm nào và năm 2005 này bố của B bao nhiêu tuổi?"

ĐỀ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH
Năm học 2006-2007

Ngày thứ nhất

Câu 1(1,5 điểm): Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn: $\sqrt{2x-3} = 2$

Câu 2(2,0 điểm): Cho phương trình: $2x^2 - (m-2)x - m^2 + m = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm khi $x = 3$

Câu 3(1,5 điểm): Giải hệ phương trình:

$$(x+y)(x^2+y^2) = 15$$

$$(x-y)(x^2-y^2) = 3$$

Câu 4(1,5 điểm): Tìm GTNN của biểu thức:

$$P(x) = \frac{2005x + 2006\sqrt{1-x^2} + 2007}{\sqrt{1-x^2}}$$

Câu 5(3,5 điểm): Cho đường tròn (O;R) và dây cung BC cố định không đi qua tâm O. Gọi A là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Lấy điểm M bất kỳ trên cung nhỏ AC (điểm M không trùng với A và M cũng không trùng với C), kẻ tia Bx vuông góc với tia MA ở I cắt tia CM tại D.

a) CM: $\widehat{AMD} = \widehat{ABC}$ và MA là tia phân giác $\widehat{BMD}$.

b) CMR điểm A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và góc BDC có độ lớn không phụ thuộc vị trí điểm M.

c) CM tích $p = AE \cdot AF$ không đổi khi điểm M di động. Tính p theo bán kính R và góc $ABC = \alpha$

Ngày thứ hai

Câu 1(2,0 điểm): Rút gọn biểu thức: $P = \sqrt{(x-4)+4\sqrt{x-4}+4} + \sqrt{(x-4)-4\sqrt{x-4}+4}$

Câu 2(1,5 điểm): Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. CMR:

$$\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} = 1$$

Câu 3(1,5 điểm): Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \sqrt{x(4-y)(4-z)} + \sqrt{y(4-z)(4-x)} + \sqrt{z(4-x)(4-y)} - \sqrt{xyz}$$

Trong đó x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x + y + z + \sqrt{xyz} = 4$

Câu 4(1,5 điểm): Cả ba vòi nước cùng chảy vào một bể. Nếu vòi thứ nhất và vòi thứ hai cùng chảy trong 6 giờ thì đầy $\frac{3}{5}$ bể. Nếu vòi thứ hai và vòi thứ ba cùng chảy trong 5 giờ thì đầy $\frac{7}{12}$ bể. Nếu vòi thứ ba và vòi thứ nhất cùng chảy trong 9 giờ thì đầy $\frac{3}{4}$ bể. Hỏi nếu cả ba vòi cùng chảy thì bao lâu bể sẽ đầy nước.

Câu 5(3,5 điểm): Cho hai đường tròn (O_1) , (O_2) cắt nhau tại A và B sao cho hai điểm O_1 , O_2 nằm về hai phía khác nhau với đường thẳng AB. Đường thẳng d quay quanh điểm B, cắt các đường tròn (O_1) , (O_2) lần lượt tại C và D (C không trùng với A, B và D cũng không trùng với A, B).

a) CMR số đo các góc ACD, ADC và CAD không đổi.

b) Xác định vị trí của đường thẳng d để đoạn thẳng CD có độ dài lớn nhất.

c) Các điểm M, N lần lượt chạy ngược chiều nhau trên (O_1) và (O_2) sao cho các góc MO_1A và

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

NO_2 bằng nhau. CMR đường trung trực của đoạn thẳng MN luôn luôn đi qua một điểm cố định.

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài 01 : (1, 5 điểm)

a) Thực hiện phép tính : $A = \left(\sqrt{\sqrt{5}+3} - \sqrt{3-\sqrt{5}} \right)^2$

b) Giải phương trình : $x + \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 5$

Bài 02 : (1, 5 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (1)

a. Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b. Tìm m để phương trình có 2 trái dấu và bằng nhau về giá trị tuyệt đối.

c. Đặt $A = (x_1 - x_2)^2 - x_1 x_2$.

- Tính A theo m.

- Tìm m để A đạt GTNN và tính Min A

Bài 03 : (2,5 điểm)

Hai bến sông A, B cách nhau 96km, cùng một lúc với canô xuôi từ bến A có một chiếc bè trôi từ bến A với vận tốc 2km/h sau khi đến B, canô trở về A ngay và gặp bè khi đã trôi được 24km. Tính vận tốc riêng của canô, biết vận tốc riêng của canô là không đổi.

Bài 04 : (3, 5 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O;R) có đường cao AH. Gọi I và K lần lượt là hình chiếu của A trên các tiếp tuyến của (O) ở B và C.

a) Chứng minh các tứ giác AHBI và AHCK nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $\angle AHI$ và $\angle AKH$ đồng dạng.

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AI, AK. Tam giác ABC phải thỏa mãn điều kiện gì để $AH = AM + AN$.

Bài 05 : (1 điểm)

Có hay không các cặp số (x,y,z) thỏa mãn phương trình :

$$x + y + z + 1 = \sqrt{x-1} + \sqrt{y-2} + \sqrt{z-3}$$

HẾT

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

ĐỀ THI TUYỂN SINH TRƯỜNG CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG TPHCM

Câu 1:

a) cho x, y, z, t là các số thực. Cmr: $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 \geq x(y + z + t)$

dấu "=" xảy ra khi nào?

b) $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 4 \geq 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$ với a, b là số thực khác 0.

Câu 2: Tìm NN của pt $x^2 - xy = 6x - 5y - 8$

Câu 3: Cho hpt

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y = 11$$

$$xy(x+2)(y+2) = m$$

a) giải hpt khi $m=24$

b) tìm m để pt có nghiệm.

Câu 4: Cho $(x + \sqrt{x^2 + 2007})(y + \sqrt{y^2 + 2007}) = 2007$

Tính $S = x + y$.

Câu 5: Cho a, b là các số nguyên dương sao cho $\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b}$ cũng là các số nguyên. Gọi d là ước số chung của a và b . cmr $d \leq \sqrt{a+b}$

Câu 6: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn và nội tiếp (O) ($AB < AC$). Các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại N. Kẻ AM song song với BC. MN cắt (O) tại M và P.

a) Cho $\frac{1}{OB^2} + \frac{1}{NC^2} = \frac{1}{16}$. Tính BC.

b) Cm $\frac{BP}{AC} = \frac{CP}{AB}$

c) Cm BC, ON, AP đồng quy.

LỚP 10 CHUYÊN TOÁN-THPT CHUYÊN THĂNG LONG, LÂM ĐỒNG

Câu 1: rút gọn $M = \sqrt[2]{37 + 20\sqrt{3}} - \sqrt[2]{37 - 20\sqrt{3}}$

Câu 2: cho phương trình $2x^4 - (m-1)x^2 + m - 3 = 0$

Tìm điều kiện của m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 3: giải pt $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = 120$

Câu 4: giải hệ $x^2 + y^2 = 169; xy = 60$

Câu 5: cho $\triangle ABC$ vuông ở A với $BC = y$, chiều cao $AH = x$ ($H \in BC$)

tính chu vi $\triangle ABC$

Câu 6: cho x,y là hai số thực thỏa mãn $9x + 12y = 1$. cm $9x^2 + 16y^2 \geq \frac{1}{18}$

Câu 7: cho hình bình hành ABCD, gọi O là giao điểm AC và BD, $\widehat{AOD} = 50^\circ$. Cm $S(ABCD) = \frac{AC \cdot BD}{4}$

Câu 8: cho các số thực a,b,c thỏa $a + 2b + 3c = 0$. Cm $a^3 + 8b^3 + 27c^3 = 18abc$

Câu 9: Cm một số tự nhiên biểu diễn được dưới dạng tổng 2 số chính phương thì hai lần số đó cũng biểu diễn được dưới dạng tổng hai số chính phương.

Câu 10: cho 2 số dương x,y thỏa $x + y = 1$. tìm GTNN của $N = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \left(1 - \frac{1}{y^2}\right)$

Câu 11: hệ phương trình $x - 3y - 3 = 0; x^2 + y^2 - 2x - 2y - 9 = 0$ có hai nghiệm $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$

tính giá trị $P = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Câu 12: cho nửa đường tròn đường kính AB, trên nửa mp chứa nửa đường tròn bờ AB, kẻ hai tiếp tuyến Ax, By. từ điểm J khác A và B trên nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến cắt Ax, By ở D, C. gọi I là giao điểm của AC, BD. Cm IJ song song với AD.

Câu 13: a, b là hai nghiệm của pt $x^2 + px + 1 = 0$ và b,c là hai nghiệm của pt $x^2 + qx + 2 = 0$. Cm $(b-a)(b-c) = pq - 6$

Câu 14: Cm pt $x^{2009} = y^2 + y + 2 + x^{2007}$ không có nghiệm nguyên.

Câu 15: cho tam giác nhọn ABC, gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác. Cm tia DA là tia phân giác góc

ĐỀ THI VÀO TRƯỜNG CHUYÊN LQĐ ĐÀ NẴNG 2007-2008
vòng 1

Bài 1 1,5 điểm

Cho biểu thức $P = 1 - \sqrt{x} - \frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}}$

- a. Tìm điều kiện đối với x để biểu thức A có nghĩa. Với điều kiện đó, hãy rút gọn biểu thức A
b. Tìm x để $A + x - 8 = 0$

Bài 2 1,5 điểm

Cho hệ phương trình

$$(a+1)x - y = 3$$

$$ax + y = a$$

a là tham số

- a. giải hệ khi $a = -2$
b. xác định tất cả các giá trị của a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x + y > 0$

Bài 3 1 điểm

Giải bất phương trình: $\sqrt{10 - 2x} > x - 1$

Bài 4 2,5 điểm

Cho phương trình $mx^2 - 5x - (m+5) = 0$, trong đó m là tham số, x là ẩn số

- a. giải phương trình với $m = 5$
b. chứng tỏ phương trình luôn có nghiệm với $\forall m$
c. trong trường hợp phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 , hãy tính theo m giá trị của biểu thức $B = 10x_1x_2 - 3(x_1^2 + x_2^2)$. Tìm m để $B = 0$

Bài 5 3,5 điểm

Cho hình vuông ABCD có $AB = 1$ cm. Gọi M và N lần lượt di động trên các cạnh BC và CD của hình vuông, P là điểm nằm trên tia đối của tia BC sao cho $BP = DN$

- a. c/m tứ giác ANCP nội tiếp được trong 1 đường tròn
b. giả sử $DN = x$ cm ($0 \leq x \leq 1$), tính theo x độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác ANCP
c. c/m $\widehat{MAN} = 45^\circ$ khi và chỉ khi $MP = MN$
d. khi M và N di động trên BC và CD sao cho $\widehat{MAN} = 45^\circ$, tìm min và max của diện tích $\triangle MAN$

ĐỀ TUYỂN SINH NĂM NAY CỦA PTNK (2007- 2008)

Câu 1:

1) cho pt $x^2 - mx + 2m - 2 = 0$ (1)

a) cmr(1) ko thể có 2 nghiệm đều âm.

b) $GS x_1, x_2$ là 2 nghiệm phân biệt của(1). cmr biểu thức $\frac{(x_1^2 - 2x_1 + 2)(x_2^2 - 2x_2 + 2)}{x_1^2 + x_2^2}$ ko phụ thuộc vào m

2) giải hpt:

$$x = y^2 + z^2$$

$$y = x^2 + z^2$$

$$z = x^2 + y^2$$

Câu 2: Cho tam giác ABC ko cân. Đường tròn nội tiếp tâm I t/xúc với BC, AB, AC theo thứ tự D, F, E. Đường thẳng EF cắt AI tại J và BC tại K

1) cm tam giác IDA và IJD đồng dạng

2) cm KI vuông góc với AD.

Câu 3: cho góc xAy vuông và 2 điểm B, C lần lượt trên các tia Ax, Ay. Hình vuông MNPQ có các đỉnh M thuộc AB, N thuộc AC và P, Q thuộc BC.

1) tính cạnh hình vuông MNPQ theo BC=a và đường cao AH=h của tam giác ABC.

2) cho B và C thay đổi trên tia Ax và Ay sao cho các tích $AB.AC = k^2$ (k^2 ko đổi). tìm GTLN của diện tích MNPQ.

Câu 4: một số nguyên dương n được gọi là số bạch kim nếu $n =$ tổng bình phương các chữ số của nó.

1) cmr ko tồn tại số bạch kim có 3 chữ số.

2) tìm tất cả các số nguyên dương n là số bạch kim.

Câu 5:

Trong 1 giải vô địch bóng đá có 6 đội tham gia. theo điều lệ giải, 2 đội bất kì đấu với nhau đúng 1 trận, đội thắng đc 3 đ~, đội hòa 1 điểm và thua 0 điểm. Kết thúc, số điểm các đội lần lượt là

$D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6$ ($D_1 \geq D_2 \geq D_3 \geq D_4 \geq D_5 \geq D_6$). biết rằng đội bóng với số điểm D_1 thua đúng 1 trận và $D_1 = D_2 + D_3 = D_4 + D_5 + D_6$. Hãy tìm D_1 và D_6

LỚP 10 CHUYÊN TOÁN-THPT CHUYÊN THẮNG LONG, LÂM ĐỒNG

Câu 1: rút gọn $M = \sqrt[2]{37 + 20\sqrt{3}} - \sqrt[2]{37 - 20\sqrt{3}}$

Câu 2: cho phương trình $2x^4 - (m-1)x^2 + m-3 = 0$

tìm điều kiện của m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 3: giải pt $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = 120$

Câu 4: giải hệ $x^2 + y^2 = 169; xy = 60$

Câu 5: cho $\triangle ABC$ vuông ở A với $BC = y$, chiều cao $AH = x$ ($H \in BC$)

tính chu vi $\triangle ABC$

Câu 6: cho x,y là hai số thực thỏa mãn $9x + 12y = 1$. cm $9x^2 + 16y^2 \geq \frac{1}{18}$

Câu 7: cho hình bình hành ABCD, gọi O là giao điểm AC và BD, $\widehat{AOD} = 150^\circ$. Cm $S(ABCD) = \frac{AC \cdot BD}{4}$

Câu 8: cho các số thực a,b,c thỏa $a + 2b + 3c = 0$. Cm $a^3 + 8b^3 + 27c^3 = 18abc$

Câu 9: Cm một số tự nhiên biểu diễn được dưới dạng tổng 2 số chính phương thì hai lần số đó cũng biểu diễn được dưới dạng tổng hai số chính phương.

Câu 10: cho 2 số dương x,y thỏa $x + y = 1$. tìm GTNN của $N = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)\left(1 - \frac{1}{y^2}\right)$

Câu 11: hệ phương trình $x - 3y - 3 = 0; x^2 + y^2 - 2x - 2y - 9 = 0$ có hai nghiệm $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$

tính giá trị $P = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Câu 12: cho nửa đường tròn đường kính AB, trên nửa mp chứa nửa đường tròn bờ AB, kẻ hai tiếp tuyến Ax, By. từ điểm J khác A và B trên nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến cắt Ax, By ở D, C. gọi I là giao điểm của AC, BD. Cm IJ song song với AD.

Câu 13: a, b là hai nghiệm của pt $x^2 + px + 1 = 0$ và b,c là hai nghiệm của pt $x^2 + qx + 2 = 0$. Cm $(b-a)(b-c) = pq - 6$

Câu 14: Cm pt $x^{2009} = y^2 + y + 2 + x^{2007}$ không có nghiệm nguyên.

Câu 15: cho tam giác nhọn ABC, gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác. Cm tia DA là tia phân giác góc

ĐỀ TUYỂN SINH NĂM 2007 - 2008

Bài 1: Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{6 - \sqrt{4x}} + \frac{\sqrt{x} + 3}{x - 9}$.

1. Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa. Rút gọn P.
2. Tìm tất cả giá trị của x để $P \leq -\frac{1}{2}$.

Bài 2: 1. Giải phương trình: $|x + 1| + \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 3x$.

2. Trên mp toạ độ Oxy, cho đường thẳng D có phương trình $y = 2x + 1$. Tìm toạ độ các điểm M ở trên đường thẳng D sao cho khoảng cách từ M đến Ox gấp 3 lần khoảng cách từ M đến Oy.

Bài 3: Cho đường tròn (O) đường kính AB=2R, trên AB lấy một điểm H sao cho và đường thẳng D vuông góc với AB tại H cắt đường tròn (O) tại E và F. Một đường thẳng quay quanh H cắt (O) tại M và N. AM và AN cắt EF tại M' và N'.

1. Chứng minh: $AM \cdot AM' = AE^2$.
2. Chứng minh 4 điểm M, M', N, N' cùng thuộc một đường tròn (C).
3. Đường tròn (C) cắt AB tại P, Q. Tính theo R độ dài PQ.

Bài 4: 1. Tìm Min $Q = \frac{x^2 - 2x - 2}{|x - 1|}$.

2. Với 3 số dương a, b, c tùy ý, chứng minh:

$$\frac{b}{a^2} + \frac{c}{b^2} + \frac{a}{c^2} \geq \frac{9}{a + b + c}$$

Dấu bất đẳng thức xảy ra khi nào?

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG PTTH CHUYÊN
LÊ HỒNG PHONG HẢI DƯƠNG**

Câu 1 : (4 điểm)

a) Thu gọn biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \sqrt{\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}}$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $y = \sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}}$

Câu 2 : (4 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình :

a) $x+y+xy=2+3\sqrt{2}$

hệ (híc ko biết gõ latex mod nào chịu khó sử dùm)

$y^2+x^2=6$

b) $\frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} + x^2 - 4 = 0$

Câu 3 : (2 điểm) Phân tích thành nhân tử : $A = x^4 - 5x^3 + 10x^2 + 4$.

áp dụng : Giải phương trình :

$\frac{x^4+4}{x^2-2} = 5$

Câu 4 : (2 điểm) Cho hai phương trình :

$ax^2+bx+c=0(1), a \neq 0$ và $mx^2+nx+p=0(2), m \neq 0$.

Chứng minh rằng nếu ít nhất một trong hai phương trình trên vô nghiệm thì phương trình sau luôn có nghiệm :

$(an-bm)x^2+2(ap-mc)x+bp-nc=0$.

Câu 5 : (6 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH và trung tuyến AM. Vẽ đường tròn tâm H bán kính AH, cắt AB ở điểm D, cắt AC ở điểm E (D và E khác điểm A).

a) Chứng minh D, H, E thẳng hàng.

b) Chứng minh $\widehat{MAE} = \widehat{DAE}$ và MA vuông góc với DE.

c) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn tâm là O. Tứ giác AMOH là hình gì ?

d) Cho góc $ACB = 30^\circ$ và $AH = a$. Tính diện tích tam giác HEC theo a.

Câu 6 : (2 điểm) Cho hình thang ABCD có hai đường chéo AC và BD cùng bằng cạnh đáy lớn AB. Gọi M là trung điểm của CD.

Cho biết $\widehat{MCB} = \widehat{CAB}$. Tính các góc của hình thang ABCD.

ĐỀ THI VÀO TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN NĂM 1996-1997

Bài 1: Cho $x > 0$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$\frac{(x+1/x)^6 - (x^6+1/x^6) - 2}{(x+1/x)^3 + (x^3+1/x^3)}$$

Bài 2: Giải hệ PT:

$$1/\sqrt{x} + \sqrt{2-1/y}$$

và

$$1/\sqrt{y} + \sqrt{2-1/x}$$

Bài 3: CM với mọi số n nguyên ta có:

$$n^3 + 5n \vdots 6$$

Bài 4: Cho $a, b, c > 0$. CM:

$$\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$$

Bài 5: Cho HV ABCD cạnh a . Gọi M, N, P, Q là các điểm bất kì lần lượt nằm trên cạnh AB, BC, CD, DA

a. CM: $2a^2 \leq MN^2 + NP^2 + PQ^2 + QM^2 \leq 4a^2$

b. Giả sử m là một điểm cố định cho trước trên AB . Hãy x/đ vị trí điểm N, P, Q trên lần lượt các cạnh BC, CD, DA sao cho $MNPQ$ là HV

THI THỬ CHUYÊN TOÁN KHTN

Vòng 1: (toán chung)

Bài 1,(2đ)

Tính $S=1^2-2^2+3^2-4^2+...+99^2-100^2+101^2$

Bài 2,(2đ)Tìm nghiệm nguyên dương:

$$x^2+2xy+2y^2+2y=1988$$

Bài 3,(2đ)C/m nghiệm pt $x^2-4x-2=0$ là nghiệm pt:

$$(x^2-3x-2)^2-3(x^2-3x-2)-x-2=0$$

Bài 4,(3đ)Cho hv ABCD, M di động trên BD (M khác B,D).Vẽ 2 đường tròn tâm O1,O2 đều qua M và lần lượt tiếp xúc với CB,CD ở B,D. (O1) cắt (O2) ở N (khác M).

a,C/m C,M,N thẳng hàng

b,C/m N ∈ 1 đường tròn cố định

c,Tìm M để đoạn O1O2 min.

Bài 5,(1đ)Giả sử a,b,c là những số thực dương thoả mãn $\frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}=3$,c/m:
 $\sqrt{2a-b}+\sqrt{2b-c}+\sqrt{2c-a} \leq \sqrt{3(a+b+c)}$

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
Năm học 1989-1990**

Ngày thứ I :

Bài 1 : Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $\frac{-2x^2+x+36}{2x+3}$ là số nguyên

Bài 2 : Tìm min của $a^2+ab+b^2-3a-3b+3$

Bài 3 :

- a) Chứng minh với mọi m nguyên dương, biểu thức m^2+m+1 không phải là số chính phương
b) Chứng minh rằng với mọi m nguyên dương thì $m(m+1)$ không thể thành tích của 4 số tự nhiên liên tiếp

Bài 4 : Cho tam giác ABC vuông cân, góc A=90 độ. CM là trung tuyến (M nằm trên AB). Từ A vẽ đường vuông góc với MC cắt BC ở H. Tính tỉ số $\frac{BH}{HC}$

Bài 5 : Có 6 thành phố trong đó cứ 3 thành phố bất kỳ thì có ít nhất 2 thành phố liên lạc với nhau. Chứng minh rằng trong 6 thành phố nói trên tồn tại 3 thành phố liên lạc được với nhau

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
Năm học 1993-1994**

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

Ngày thứ I :

Bài 1 :

a) Giải phương trình $x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = 2$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ 8y^2 + x^2 = 12 \end{cases}$$

Bài 2 : Tìm max và min của $A = x^2y(4 - x - y)$ khi x, y thay đổi thỏa mãn $x, y \geq 0; x + y \leq 6$

Bài 3 : Cho hình thoi ABCD. Gọi R, r là bán kính đường tròn ngoại tiếp các $\triangle ABD, ABC$ và a là độ dài cạnh hình thoi. CMR:

$$\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} = \frac{4}{a^2}$$

Bài 4 : Tìm tất cả các số nguyên dương a, b, c đôi một khác nhau sao cho

$$A = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} \text{ nhận giá trị nguyên dương}$$

Ngày thứ II:

Bài 1 : Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} y^3 + y^2x + 3x - 6y = 0 \\ x^2 + xy = 3 \end{cases}$$

Bài 2 : Có tồn tại hay không các số nguyên x, y thỏa mãn điều kiện : $1992x^{1993} + 1993y^{1994} = 1995$.

Bài 3 : Số 1997 viết được dưới dạng tổng n hợp số, nhưng không viết được dưới dạng tổng $n+1$ hợp số. Hỏi n bằng bao nhiêu ?

Bài 4 : Xét tam giác ABC ngoại tiếp vòng tròn có bán kính bằng 1. Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là độ dài các đường cao hạ từ đỉnh A, B, C tới các cạnh đối diện. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$M = \frac{1}{h_a + 2h_b} + \frac{1}{h_b + 2h_c} + \frac{1}{h_c + 2h_a}$$

Bài 5 : Trên đường tròn cho 16 điểm và màu : xanh, đỏ, vàng để tô các điểm này (mỗi điểm tô một màu). Giữa mỗi cặp điểm được nối bằng một đoạn thẳng được tô bằng màu tím hoặc màu nâu. Chứng minh rằng với mọi cách tô màu trên các điểm (chỉ dùng 3 màu : xanh, đỏ, vàng) và mọi cách tô trên mỗi đoạn thẳng nối giữa hai cặp điểm (chỉ dùng 2 màu : tím, nâu) ta đều tìm được trên hình vẽ một tam giác có đỉnh là các điểm đã cho mà các đỉnh được tô bằng cùng một màu và các cạnh cũng được tô bằng cùng một màu (khác màu tô trên đỉnh).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
Năm học 1998-1999

Ngày thứ I:

Bài 1:

a) Giải phương trình : $\sqrt{2-x^2} + \sqrt{x^2+8} = 4$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 21 \end{cases}$$

Bài 2: Cho các số a, b thỏa mãn điều kiện
$$\begin{cases} a^3 - 3ab^2 = 19 \\ b^3 - 3a^2b = 98 \end{cases}$$

Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$

Bài 3: Cho các số $a, b, c \in [0, 1]$. Chứng minh rằng : $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1$

Bài 4: Cho đường tròn (O) bán kính R. A và B là hai điểm cố định trên đường tròn, ($AB < 2R$). Giả sử M là một điểm thay đổi trên cung lớn AB của đường tròn.

a) Kẻ từ B đường thẳng vuông góc với AM, đường thẳng này cắt AM tại I và cắt đường tròn (O) tại N. Gọi J là trung điểm của MN. Chứng minh rằng khi M thay đổi trên đường tròn thì mỗi điểm I, J đều nằm trên một đường tròn cố định.

b) Xác định vị trí của điểm M để chu vi của tam giác AMB lớn nhất.

Bài 5:

a) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho mỗi số $n+26$ và $n-11$ đều là lập phương của một số nguyên dương.

b) Cho các số x, y, z thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$P = xy + yz + xz + \frac{1}{2}[x^2(y-z)^2 + y^2(z-x)^2 + z^2(x-y)^2]$$

Ngày thứ II:

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

Bài 1:

$$\begin{cases} x+x^2+x^3+x^4=y+y^2+y^3+y^4 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình :

b) Với những giá trị nào của a thì phương trình sau đây có nghiệm :

$$\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}=|1-a|+|1+a|$$

Bài 2: Tìm nghiệm nguyên của phương trình : $19x^3-98x^2=1998$

Bài 3:

a) Cho a, b, c là các số thỏa mãn :

i. $0 < a < b$

ii. phương trình $ax^2+bx+x=0$ vô nghiệm

Chứng minh rằng : $\frac{a+b+c}{b-a} > 3$

b) Cho $x, y, z > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{x^2}{x^2+2yz} + \frac{y^2}{y^2+2zx} + \frac{z^2}{z^2+2xy}$$

Bài 4:

Cho bảng ô vuông kích thước 1998×2000 (bảng gồm 1998 hàng và 2000 cột) . Kí hiệu (m, n) là ô vuông nằm ở giao hàng thứ m (tính từ trên xuống) và cột n (tính từ trái sang phải) . Cho các số nguyên p, q với $1 \leq p \leq 1993$ và $1 \leq q \leq 1995$. Tô màu các ô vuông con của bảng theo quy tắc :

a) Lần thứ nhất tô màu năm ô : $(p, q), (p+1, q+1), (p+2, q+2), (p+3, q+3), (p+4, q+4)$

b) Từ lần thứ hai trở đi, mỗi lần tô năm ô chưa có màu nằm liên tiếp trong cùng một hàng hoặc cùng một cột .

Hỏi bằng cách đó ta có thể tô màu hết tất cả các ô vuông con của bảng hay không ? Giải thích tại sao ?

Bài 5:

Cho tam giác đều ABC . Trong tam giác ABC , vẽ ba vòng tròn, O_1, O_2, O_3 có bán kính bằng nhau, tiếp xúc ngoài lẫn nhau và mỗi vòng tròn đều tiếp xúc với hai cạnh của tam giác . Gọi (O) là vòng tròn tiếp xúc ngoài với cả ba vòng tròn $(O_1), (O_2), (O_3)$. Biết bán kính của vòng tròn (O) là r , hãy tính độ dài cạnh của tam giác ABC .

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
Năm học 1999-2000**

Ngày thứ I:

Bài 1: Cho các số a, b, c thỏa mãn :
$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2=14 \end{cases}$$

Tính giá trị của biểu thức $P = 1 + a^4 + b^4 + c^4$.

Bài 2:

a) Giải phương trình : $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = \sqrt{2x-8}$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{9}{2} \\ xy+\frac{1}{xy}=\frac{5}{2} \end{cases}$$

Bài 3: Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho n^2+9n-2 chia hết cho $n+11$.

Bài 4: Cho đường tròn (O) và điểm I ở trong đường tròn . Dựng qua I hai dây cung bất kì MIN và EIF . Gọi M', N', E', F' là các trung điểm của IM, IN, IE, IF .

a) Chứng minh rằng tứ giác M'E'N'F' nội tiếp .

b) Giả sử I thay đổi, các dây cung MIN và EIF thay đổi. Chứng minh rằng vòng tròn ngoại tiếp tứ giác M'E'N'F' có bán kính không đổi .

c) Giả sử I cố định, các dây cung MIN, EIF thay đổi nhưng luôn vuông góc với nhau . Tìm vị trí của các dây cung MIN và EIF sao cho tứ giác M'E'N'F' có diện tích lớn nhất .

Bài 5:

Các số dương x, y thay đổi thỏa mãn $x+y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (x^2 + \frac{1}{y^2})(y^2 + \frac{1}{x^2})$.

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

Ngày thứ II:

Bài 1: Giải phương trình : $\sqrt{\frac{x+7}{x+1}} + 8 = 2x^2 + \sqrt{2x-1}$

Bài 2: Cho các số $a_1, a_2, \dots$ được xác định bởi công thức $a_k = \frac{3k^2 + 3k + 1}{(k^2 + k)^3}$ với mọi $k \geq 1$. Tính giá trị của tổng $S = 1 + a_1 + a_2 + \dots + a_9$

Bài 3: Chứng minh rằng tồn tại một số chia hết cho 1999 và tổng các chữ số của số đó bằng 1999

Bài 4: Cho vòng tròn tâm O bán kính R. Giả sử A và B là hai điểm cố định trên vòng tròn với $AB = R\sqrt{3}$.

- a) Giả sử M là một điểm thay đổi trên cung lớn AB của đường tròn. Vòng tròn nội tiếp tam giác MAB tiếp xúc với MA tại E và tiếp xúc với MB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi M thay đổi.
- b) Tìm tập hợp tất cả điểm P sao cho đường thẳng Δ vuông góc với OP tại P cắt đoạn thẳng AB.

Bài 5: Cho hình tròn (O') bán kính bằng 1. Giả sử $A_1, A_2, \dots, A_8$ là 8 điểm bất kì nằm trong hình tròn (kể cả trên biên). Chứng minh rằng trong các điểm đã cho luôn tồn tại hai điểm mà khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn 1

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
Năm học 2000-2001

Ngày thứ I:

Bài 1:

a) Tính $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{1999.2000}$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{x}{y} = 3 \\ x + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$

Bài 2:

a) Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^3+x^2+x+1} = 1 + \sqrt{x^4-1}$

b) Tìm tất cả các giá trị của a ($a \in \mathbb{R}$) để phương trình : $2x^2 - (4a + \frac{11}{2})x + 4a^2 + 7 = 0$ có ít nhất một nghiệm nguyên .

Bài 3: Cho đường tròn tâm O nội tiếp trong hình thang ABCD (AB//CD), tiếp xúc với cạnh AB tại E và với cạnh CD tại F .

a) Chứng minh rằng $\frac{BE}{AE} = \frac{DF}{CF}$.

b) Cho biết $AB = a, BC = b (a < b)$, $BE = 2AE$. Tính diện tích hình thang ABCD .

Bài 4: Cho x, y là hai số thực bất kì khác không. Chứng minh rằng : $\frac{4x^2y^2}{(x^2+y^2)^2} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq 3$
Đẳng thức xảy ra khi nào ?

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

Ngày thứ II:

Bài 1:

- a) Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn : $y(x-1) = x^2 + 2$.
b) Cho cặp số (x, y) thỏa mãn : $-1 \leq x+y \leq 1$, $-1 \leq xy+x+y \leq 1$. Chứng minh : $|x| \leq 2$, $|y| \leq 2$.

Bài 2:

- a) Giải phương trình $\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$.
b) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ có tính chất $f(1)$, $f(4)$, $f(9)$ đều là các số hữu tỉ . Chứng minh rằng a, b, c là các số hữu tỉ .

Bài 3:

- a) Cho tứ giác lồi ABCD . Chứng minh rằng, nếu các góc B và D của tứ giác là vuông hoặc tù thì $AC \geq BD$.
b) Cho đoạn thẳng AC cố định và điểm B di động . Hãy tìm tập hợp các điểm B để tam giác ABC là tam giác không tù và góc $\widehat{BAC}$ là góc bé nhất của tam giác ABC .

Bài 4: Trên mặt phẳng cho 6 điểm sao cho không có điểm nào thẳng hàng và khoảng cách giữa các cặp điểm là các số khác nhau . Ta nối mỗi cặp điểm bởi một đoạn thẳng. Chứng minh rằng, trong các đoạn thẳng vừa thu được có một đoạn thẳng là cạnh bé nhất của một tam giác có 3 đỉnh là 3 trong số 6 điểm đã cho đồng thời là cạnh lớn nhất của một tam giác khác cũng có 3 đỉnh là 3 trong số 6 điểm đã cho .

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán
Năm học 2005-2006

Vòng 2:

Bài 1: $\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} + \sqrt{4-x^2} = 2$

Bài 2: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^3 - xy^2 = 1 \\ 4x^4 + y^4 = 4x + y \end{cases}$$

Bài 3: $x, y > 0$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$

a) CMR $1 \leq x + y \leq \sqrt{2}$

b) Tìm min của $\sqrt{1+2x} + \sqrt{1+2y}$

Bài 4: Cho hình vuông ABCD và điểm P nằm trong $\triangle ABC$

a) Giả sử $\widehat{BPC} = 135^\circ$. CMR: $2PB^2 + PC^2 = PA^2$

b) Các đường thẳng AP và CP cắt các cạnh BC và BA tại M, N. Gọi Q là điểm đối xứng với B qua trung điểm của đoạn MN. Chứng minh rằng khi P thay đổi trong $\triangle ABC$, đường thẳng PQ luôn đi qua D

Bài 5:

a) Cho đa giác đều (H) có 14 đỉnh. CMR trong 6 đỉnh bất kỳ của (H) luôn có 4 đỉnh là các đỉnh của 1 hình thang

b) Có bao nhiêu phân số tối giản $\frac{m}{n} > 1$ (m, n là các số nguyên dương) thỏa mãn $mn = 13860$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
NĂM HỌC 2006-2007

VÒNG I

Câu I: Giải PT:

$$x^2 + xy + x + y = 4$$

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

$$(x+y)(xy+1) = 4$$

Câu II: Với những giá trị x thỏa mãn điều kiện $f(x) = \sqrt{2x^2+5x+2} + 2\sqrt{x+3} - 2x$

Câu III: Tìm số tự nhiên gồm 4 chữ số thỏa mãn đồng thời 2 tính chất:

(i) Khi chia số đó cho 100 ta được số dư là 6

(ii) Khi chia số đó cho 51 ta được số dư là 17

Câu IV: Cho hình vuông ABCD có cạnh $AB=a$. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lấy lần lượt các điểm M, N, P, Q sao cho: $f(x) = x^4 + ax^2 + 2$ luôn là tổng bình phương của 2 đa thức bậc hai.

VÒNG II

Câu I:

Chứng minh rằng:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 4x - 2y - 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Câu III:

1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $8x^2y^2 + x^2 + y^2 = 10xy$

2) Ký hiệu $[x]$ là phần nguyên của số x (số nguyên lớn nhất không vượt quá x). Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta luôn có:

$$[\sqrt[3]{72n+1}] = [\sqrt[3]{9n} + \sqrt[3]{9n+1}] = [\sqrt[3]{72n+7}]$$

Câu IV:

Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (O) và I là điểm nằm trong $\triangle ABC$. Các đường thẳng AI, BI, CI cắt (O) lần lượt tại A', B', C' (khác A, B, C). Dây cung B'C' cắt các cạnh AB, AC tương ứng tại các điểm M, N. Dây cung C'A' cắt các cạnh AB, BC tương ứng tại các điểm Q, P. Dây cung A'B' cắt các cạnh BC, CA tương ứng tại các điểm F, E.

1. Giả sử $AM=AN, BP=BQ, CE=CF$ xảy ra đồng thời. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

2. Giả sử $AM=AN=BP=BQ=CE=CF$. Chứng minh rằng 6 điểm M, N, P, Q, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

Câu V:

Chứng minh rằng đa giác lồi có $2n$ cạnh ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) luôn có ít nhất n đường chéo không song song với bất kỳ cạnh nào của đa giác đó

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2004 Đại học khoa học tự nhiên (vòng 1)

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

Bài 1: a) Giải phương trình $|x+1| + |x-1| = 1 + |x^2-1|$

b) Tìm nghiệm nguyên của hệ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x - y = 4 \\ x^2 - y^2 - x^2 - xy + y^2 - x = 7 \end{cases}$$

Bài 2: Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Hãy tính giá trị biểu thức $P = a^{2004} + b^{2004}$.

Bài 3: Cho ΔABC có $AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, $CA=5\text{cm}$. Đường cao, đường phân giác, đường trung tuyến của tam giác kẻ từ đỉnh B chia tam giác thành 4 phần. Hãy tính diện tích mỗi phần.

Bài 4: Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn, có hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau tại H (H không trùng với tâm của đường tròn). Gọi M và N lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống các đường thẳng AB và BC; P và Q lần lượt là các giao điểm của các đường thẳng MH và NH với các đường thẳng CD và DA. Chứng minh rằng đường thẳng PQ song song với đường thẳng AC và bốn điểm M, N, P, Q nằm trên cùng một đường tròn.

Bài 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{x} \left(\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \right) + \frac{1}{z} (x^2 + y^2) - (1 + x^2 y^2)^2$$

Nguyễn Đức Tuấn (t_toan) – Sư phạm

Chúc các bạn thành công!